Esercizi svolti di fisica

Andrea de Capoa

22 febbraio 2017

Prospetto degli esercizi Scheda 1

1.1 Riassuntivo esercizi

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
I0001	Generalità - scalari	conversioni di unità di misura	bassa	0	
I0003	Generalità - scalari	densità	bassa	0	
I0004	Generalità - scalari	densità	bassa	0	
I0005	Generalità - scalari	densità	media	0	
I0017	Generalità - scalari	densità	media	0	
I0006	Generalità - scalari	baricentro	bassa	0	
D0010	Generalità - scalari	baricentro	bassa	0	6
I0010	Generalità - misure	righello	bassa	0	2
I0012	Generalità - misure	Propagazione errori	media	0	7
I0013	Generalità - misure	misure ripetute	media	0	4
I0014	Generalità - misure	Propagazione errori	media	5	7
I0015	Generalità - misure	Propagazione errori	media		7
I0016	Generalità - misure	Propagazione errori	bassa		5
I0002	Generalità - vettori	somma	bassa	0	
I0011	Generalità - vettori	somma	media	0	
I0007	Generalità - vettori	somma / prodotto per uno scalare	media	0	
I0008	Generalità - vettori	somma / prodotto per uno scalare	media	0	
I0009	Generalità - vettori	scomposizione	bassa	0	

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
C0015ban	Cinematica	esercizi banali	nulla	0	
C0013	Generalità / Cinematica	vettori	bassa	0	
C0020	Generalità / Cinematica	Moti relativi / vettori	bassa	0	
C0019	Cinematica	Moti relativi	bassa	0	
C0001	Cinematica	velocità media	bassa	4	
C0007	Cinematica	velocità media	bassa	0	
C0005	Cinematica	M.R.U.	bassa	1	
C0002	Cinematica	M.R.U.	media	0	
C0012	Cinematica	M.R.U.	media	0	
C0024	Cinematica	M.R.U.	bassa	0	
C0028	Cinematica	M.R.U.	bassa	0	3
C0006	Cinematica	M.R.U. / moti relativi	bassa	5	
C0022	Cinematica	M.R.U. / moti relativi	bassa	3	
C0018	Cinematica	M.R.U. / moti relativi	bassa	0	
C0021	Cinematica	M.R.U. / moti relativi	medio	0	
C0011	Cinematica	M.U.A	bassa	1	
C0016	Cinematica	M.U.A	bassa	0	
C0017	Cinematica	M.U.A	bassa	0	
C0009	Cinematica	M.U.A	bassa	0	
C0023	Cinematica	M.U.A	bassa	0	5
C0025	Cinematica	M.U.A	media	0	7
C0026	Cinematica	M.U.A	bassa	0	3
C0027	Cinematica	M.U.A	bassa	0	3
C0004	Cinematica	M.U.A / M.R.U. / velocità media	media	0	
C0008	Cinematica	Moto parabolico	media	0	
C0003	Cinematica	Moto parabolico	media	0	
C0010	Cinematica	Moto parabolico	media	0	
C0014	Cinematica	Moto parabolico	bassa	0	

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
D0017ban	Dinamica	esercizi banali	nulla	3	
D0006	Dinamica	F_g / principi della dinamica	media	0	9
D0019	Generalità - Dinamica	F_g / densità	bassa	0	5
ID0001	Vettori - Dinamica	F_g / somma e scomposizione	bassa	0	5
D0001	Dinamica	F_g / $F_{attrito}$	alta	5	10
D0003	Dinamica	F_g / $F_{attrito}$	bassa	5	7
D0020	Generalità - Dinamica	F_g / F_{Arc} / densità / principi della dinamica	bassa	0	8
D0002	Dinamica	F_g / F_{arc} / eq. trasl.	alta	0	8
D0013	Dinamica	F_g / F_{arc} / eq. trasl.	bassa	3	8
D0014	Dinamica	F_g / F_{arc} / eq. trasl.	media	0	7
D0021	Dinamica	F_g / F_{Arc} / F_{el}	bassa	0	8
D0004	Dinamica	F_g / F_{el}	bassa	3	7
D0005	Dinamica	F_g / F_{el} / eq. trasl.	bassa	0	7
D0008	Dinamica	F_g / F_{el}	bassa	7	7
D0025	Dinamica	F_g / F_{Arc} / F_{el}	bassa		6
D0031	Dinamica	F_g / F_c	media		7
D0033	Dinamica	F_g / F_{el}	bassa		5
D0034	Dinamica	F_g / Secondo principio	bassa		5

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
D0009	Dinamica	F_g / eq. trasl. / eq. rot.	media	9	10
D0012	Dinamica	F_g / eq. trasl. / eq. rot.	media	0	10
D0015	Dinamica	$F_{attrito}$ / eq. trasl.	bassa	0	7
D0016	Dinamica	eq. trasl. / eq. rot.	bassa	8	10
D0007	Dinamica	eq. trasl. / eq. rot.	bassa	0	10
D0023	Dinamica	eq. trasl. / carrucole	bassa	0	5
D0026	Dinamica	eq. trasl. / eq. rot. / baricentro	alta	0	13
D0027	Dinamica	eq. rot.	bassa	0	4
D0028	Dinamica	eq. trasl. / eq. rot.	media	0	10
D0029	Dinamica	eq. trasl. / eq. rot.	media	0	10
D0032	Dinamica	eq. trasl. / eq. rot.	media	0	8
D0030	Dinamica	eq. rot.	facile	0	5
D0018	Cinematica - Dinamica	F_{centr} - M.C.U.	bassa	0	5
D0022	Cinematica - Dinamica	F_{centr} / F_{el} / M.C.U.	bassa	0	7

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
CD0001	Cinematica - Dinamica	$F_{attrito}$ / principi della dinamica / M.U.A.	media	0	9
CD0002	Cinematica - Dinamica	$F_{attrito}$ / M.C.U	bassa	0	7
CD0003	Cinematica - Dinamica	F_{cen} / F_g / eq. rot.	media	0	8
CD0004	Generalità - Cinematica - Dinamica	F_{cen} / F_g / eq. trasl. / somma di vettori	media	0	8
CD0005	Cinematica - Dinamica	F_{cen} / $Leggedigravitazione$	media	0	8
CF0001	Cinematica - Fluidodinamica	principio di Bernoulli / moto parabolico	alta	0	15

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
L0001	Cons. dell'energia	Lavoro	bassa	0	6
L0002	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	2	6
L0003	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	7
L0004	Cons. dell'energia	E_{cin} / Calore	bassa	0	6
L0005	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	7
L0006	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	7
L0007	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	7
L0008	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	8
L0009	Cons. dell'energia	E_{cin} / Potenza	bassa	0	6
L0010	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	7
L0011	Cons. dell'energia	U_{pot} / Potenza	bassa	0	6
L0012	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	7
L0013	Cons. dell'energia	E_{cin} / Lavoro	bassa	0	6
L0014ban	Cons. dell'energia	esercizi banali	nulla	0	6
L0015	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	8
L0016	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	6
L0017	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	7
L0018	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	7
L0019	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	1	7
L0020	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	8
L0021	Cons. dell'energia	Lavoro	bassa	3	6
L0022	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$ / Lavoro	bassa	0	7
L0023	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	bassa	0	7
L0024	Cons. dell'energia	$\Delta E = 0$	alta	0	15
CDL0001	Potenza / M.R.U.	$P = Fv$ / $\Delta S = V \cdot \Delta t$	bassa	0	10
CDL0002	Potenza / Lavoro / Principi della dinamica / M.U.A.	$P = Fv$ / $L = F \cdot \Delta S$ / $F = ma$ / $\Delta S = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + V_i \cdot \Delta t$	media	0	10
DL0011	Cons. dell'energia / Dinamica	$\Delta E = 0$ / F_{cen}	alta	0	10
DL0012	Cons. dell'energia / Dinamica	$\Delta E = 0$ / Lavoro / $F_{attrito}$ / principi della dinamica	bassa	0	9
LP0001	Cons. dell'energia / Cons. dell'impulso	Urti elastici	alta	0	12
P0001	Cons. dell'impulso	Urti anelastici	bassa	0	6

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
F0007	Fluidodinamica	principio di Pascal	bassa	0	5
F0002	Fluidodinamica	Portata	bassa	2	5
F0003	Fluidodinamica	Portata	bassa	0	7
F0006	Fluidodinamica	Stevin	media	0	8
F0009	Fluidodinamica	Stevin	media	5	8
F0010	Fluidodinamica	Stevin	media	0	8
F0011	Fluidodinamica	Stevin	media	0	5
F0001	Fluidodinamica	Portata / Bernoulli	media	3	12
F0004	Fluidodinamica	Portata / Bernoulli	media	0	13
F0005	Fluidodinamica	Portata / Bernoulli	media	0	10
F0008	Fluidodinamica	Portata / Bernoulli	media	0	12
F0012	Fluidodinamica	Portata / Bernoulli	media	0	12

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
Q0020	Calorimetria	Domande di teoria	bassa	7	
Q0022	Calorimetria	Domande di teoria	bassa	7	
Q0015	Calorimetria	esercizi banali	nulla	0	
Q0001	Calorimetria	Riscaldamento	nulla	0	3
Q0002	Calorimetria	Riscaldamento / potenza	bassa	0	5
Q0012	Calorimetria	Riscaldamento / potenza	bassa	0	6
Q0016	Calorimetria	Riscaldamento / potenza	bassa	3	7
LQ0001	Calorimetria	Riscaldamento / Conservazione dell'energia	bassa	0	4
Q0013	Calorimetria	Temperatura di equilibrio	bassa	1	7
Q0021, Q0021a	Calorimetria	Temperatura di equilibrio	bassa	1	3
Q0023	Calorimetria	Temperatura di equilibrio	bassa	1	7
Q0007	Calorimetria	Transizione di fase	bassa	0	7
Q0027	Calorimetria	Transizione di fase	bassa	0	4
Q0028	Calorimetria	Transizione di fase	bassa	0	5
Q0004	Calorimetria	Dilatazione termica	bassa	0	7
Q0008	Calorimetria	Dilatazione termica	media	1	10
Q0014	Calorimetria	Dilatazione termica	bassa	0	7
Q0024	Calorimetria	Dilatazione termica	media	0	7
Q0025	Calorimetria	conducibilità termica	media	0	5
Q0003	Calorimetria	Riscaldamento / Transizione di fase	media	0	8
Q0010	Calorimetria	Riscaldamento / Transizione di fase	media	0	8
Q0006	Calorimetria	Riscaldamento / Transizione di fase	alta	0	10
Q0009	Calorimetria	Riscaldamento / Transizione di fase	alta	1	12
Q0017	Calorimetria	Riscaldamento / Transizione di fase	alta	1	12
Q0026	Calorimetria	Riscaldamento / Transizione di fase	alta	0	8
Q0030	Calorimetria	Riscaldamento / Transizione di fase	alta	0	10
Q0018	Calorimetria	Riscaldamento / Transizione di fase / Temperatura di equilibrio	alta	0	15
Q0005	Calorimetria	Riscaldamento / Dilatazione termica	media	1	8
Q0011	Calorimetria	Riscaldamento / Dilatazione termica	media	0	8
Q0029	Calorimetria	Riscaldamento / Dilatazione termica	media	0	10
Q0019	Calorimetria	Dilatazione termica / Temperatura di equilibrio	media	0	10
LQ0001	Calorimetria e leggi di conservazione	Riscaldamento ed energia potenziale grav.	media	0	10
LQ0002	Calorimetria e leggi di conservazione	Riscaldamento ed energia cinetica	media	0	10

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
T0013	Termodinamica	Domande teoriche	bassa	0	7
T0015	Termodinamica	Domande teoriche	bassa	0	7
T0016	Termodinamica	Domande teoriche	bassa	0	7
T0017	Termodinamica	Domande teoriche	bassa	0	7
T0025	Termodinamica	Domande teoriche	bassa	0	9
T0009ban	Termodinamica	esercizi banali	nulla	0	5
T0001	Termodinamica	Legge dei gas	media	0	8
T0007	Termodinamica	Legge dei gas	media	0	8
T0008	Termodinamica	Legge dei gas	media	0	8
T0011	Termodinamica	Legge dei gas	media	0	6
T0012	Termodinamica	Legge dei gas	media	0	6
T0020	Termodinamica	Legge dei gas	media	0	6
T0021	Termodinamica	Legge dei gas	media	0	9
T0022	Termodinamica	Legge dei gas	media	0	9
T0005	Termodinamica	Ciclo termodinamico	media	0	10
T0006	Termodinamica	Ciclo termodinamico	bassa	0	5
T0010	Termodinamica	Ciclo termodinamico	media	0	7
T0014	Termodinamica	Ciclo e trasformazioni termodinamicche	bassa	0	6
T0019	Termodinamica	Ciclo termodinamico	media	0	7
T0002	Termodinamica	Domande chiuse	bassa	0	20
T0003	Termodinamica	Domande chiuse	bassa	0	20
T0004	Termodinamica	Domande aperte	bassa	0	20
QT0001	Termodinamica / Calorimetria	Legge dei gas / T_{eq}	media	0	12
QT0002	Termodinamica / Calorimetria	Riscaldamento / Rendimento di un ciclo	difficile	0	12
QT0003	Termodinamica / Calorimetria	Ciclo frigorifero / Riscaldamento T_{eq}	media	0	9
QT0004	Termodinamica / Calorimetria	Ciclo frigorifero / Riscaldamento, Transizione di fase	media	0	9
QT0005	Termodinamica / Calorimetria	Ciclo frigorifero / Riscaldamento T_{eq}	difficile	0	12
QT0006	Termodinamica / Calorimetria	Ciclo frigorifero / Riscaldamento, Transizione di fase	difficile	0	12
FT0001	Termodinamica / Fluidodinamica	Legge dei gas / Stevin	media	0	12

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
O0011	Le onde	Domande di teoria	bassa	0	9
O0019	Le onde	Domande di teoria	bassa	0	9
O0020	Le onde	Domande di teoria	bassa	0	6
O0001	Fenomeni ondulatori	Rifrazione	media	0	7
O0012	Fenomeni ondulatori	Rifrazione	nulla	0	3
O0002	Fenomeni ondulatori	Lenti	bassa	0	7
O0008	Fenomeni ondulatori	Lenti	bassa	0	5
O0009	Fenomeni ondulatori	Lenti	bassa	0	7
O0016	Fenomeni ondulatori	Lenti	bassa	0	4
O0003	Fenomeni ondulatori	Riflessione	bassa	1	5
O0004	Fenomeni ondulatori	Propagazione	bassa	0	6
O0006	Fenomeni ondulatori	Propagazione	bassa	0	7
O0007	Fenomeni ondulatori	Propagazione	bassa	0	7
O0015	Fenomeni ondulatori	Propagazione	bassa	0	6
O0018	Fenomeni ondulatori	Propagazione	bassa	0	7
O0005	Fenomeni ondulatori	Onde stazionarie	bassa	0	7
O0010	Fenomeni ondulatori	Onde stazionarie	bassa	0	7
O0017	Fenomeni ondulatori	Onde stazionarie	bassa	0	7

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
O0021	Ottica applicata	Domande di teoria	bassa	0	9
O0024	Ottica applicata	Fibre ottiche	medio	0	10
O0022	Effetto fotoelettrico		bassa	0	9
O0025	Oscillazioni		alta	0	10
O0027	Riflessione	Domande di teoria	alta	0	10
O0028	Ottica geometrica, interferenza, propagazione, doppler	Domande di teoria	alta	0	10

Esercizio	campo	argomenti	difficoltà	esercizi simili	minuti assegnabili
E0011	Elettrizzazione	per contatto	bassa	0	4
E0003	Elettrostatica	$F_{Coulomb}$	bassa	0	7
E0005	Elettrostatica	$F_{Coulomb}$ / campo elettrico	bassa	0	7
E0009	Elettrostatica	$F_{Coulomb}$ / campo elettrico	bassa	0	7
CE0002	Elettrostatica / Cinematica	Campo elettrico / $F_{Coulomb}$ / M.C.U.	media	0	7
DE0010	Elettrostatica / Dinamica	$F_{Coulomb}$ / Legge di gravitazione universale	bassa	0	5
E0001	Elettromagnetismo	$F_{Coulomb}$ / Campo magnetico / $F_{magnetica}$	media	0	9
E0007	Elettromagnetismo	$F_{Coulomb}$ / $F_{magnetica}$	media	0	8
E0008	Elettromagnetismo	Campo magnetico / $F_{magnetica}$	media	0	8
E0012	Elettromagnetismo	Campo magnetico / $F_{magnetica}$	media	0	5
E0021	Elettromagnetismo	Campo magnetico / Solenoide / $F_{magnetica}$	media	0	8
CE0001	Elettromagnetismo / Cinematica	Campo magnetico / $F_{magnetica}$ / M.C.U.	media	0	7
E0018	Elettromagnetismo	Biot-Savart	media	0	10
E0019	Elettromagnetismo	Biot-Savart	media	0	10
E0020	Elettromagnetismo - Dinamica	Biot-Savart / eq. trasl.	media	0	10
E0002	Elettrotecnica	Circuiti elettrici	media	0	8
E0004	Elettrotecnica	Circuiti elettrici	media	0	8
E0006	Elettrotecnica	Circuiti elettrici	media	0	20
E0010	Elettrotecnica	Circuiti elettrici	bassa	0	5
E0013	Elettrotecnica	Circuiti elettrici	media	0	5
E0014	Elettrotecnica	Circuiti elettrici	media	0	5
E0015	Elettrotecnica	Circuiti elettrici	bassa	0	4
E0016	Elettrotecnica	Circuiti elettrici	bassa	0	5
E0017	Elettrotecnica	Circuiti elettrici	media	0	7
EQ0001	Elettrotecnica	Circuiti elettrici / riscaldamento	media	0	5

2.1 Cinematica

1. Velocità media:
   $V_m = \frac{\Delta S_{tot}}{\Delta t_{tot}}$
2. Moto rettilineo uniforme:
   $\Delta S = V \cdot \Delta t$
3. Moto uniformemente accelerato:
   (a) $\Delta S = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + V_i \Delta t$
   (b) $\Delta V = a \cdot \Delta t$
4. Moto circolare uniforme:
   (a) Relazione tra velocità e velocità angolare:
   $V = \omega r$
   (b) Accelerazione centripeta:
   $a_c = \frac{V^2}{r} = \omega^2 r$
   (c) Relazione tra velocità angolare e frequenza:
   $\omega = 2\pi\nu$
   (d) Relazione tra frequenza e periodo:
   $\nu = \frac{1}{T}$
5. Moto di un pendolo:
   $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
6. Moto armonico:
   $\Delta S = A\cos(\omega t)$

2.2 Dinamica

1. I tre principi
   (a) Primo principio:
   $\vec{V} = cost \Leftrightarrow \vec{F}_{tot} = 0$
   (b) Secondo principio:
   $\vec{F} = m\vec{a}$
   (c) Terzo principio:
   $\vec{F_{ab}} = -\vec{F_{ba}}$
2. Forza di gravità:
   $F = mg$
3. Forza elastica:
   $F = -k \cdot \Delta l$
4. Forza attrito radente:
   $F = \mu F_n$
5. Forza attrito viscoso:
   $F = \alpha V^2 + \beta V$
6. Forza di archimede:
   $F = \rho_f \cdot V_{imm} \cdot g$
7. Densità:
   $\rho = \frac{m}{V}$
8. Legge di gravitazione universale:
   $F = G\frac{M \cdot m}{r^2}$
9. Momento di una forza:
   $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
10. Modulo del momento di una forza:
    $M = rFsen(\alpha)$
11. Equilibrio traslazionale:
    $\vec{F}_{tot} = 0$

12. Equilibrio rotazionale:
$\vec{M}_{tot} = 0$

2.3 Energia e potenza

1. Lavoro di una forza:
$L = \vec{F} \times \Delta\vec{S} = F \cdot \Delta S \cdot \cos(\alpha)$
2. Energia cinetica:
$E_c = \frac{1}{2} m V^2$
3. Energia potenziale gravitazionale:
$U = mgh$
4. Energia potenziale elastica:
$V_e = \frac{1}{2} k \Delta l^2$
5. Legge di conservazione dell'energia:
$E_{tot_i} = E_{tot_f}$
6. Potenza:
$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$

2.4 Calorimetria

1. Relazione tra calore dato ed aumento di temperatura:
$\Delta Q = c_s m \Delta T$
2. Temperatura di equilibrio tra due corpi a contatto:
$T_{eq} = \frac{c_{s1} m_1 T_{i1} + c_{s2} m_2 T_{i2}}{c_{s1} m_1 + c_{s2} m_2}$
3. Capacità termica:
$C = c_s m$
4. Trasporto di calore:
$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \rho \frac{S}{L} \Delta T$
5. Dilatazione termica:
   (a) lineare:
   $L_f = L_0 (1 + \lambda \Delta T)$
   (b) superficiale:
   $S_f = S_0 (1 + 2\lambda \Delta T)$
   (c) volumetrica:
   $V_f = V_0 (1 + 3\lambda \Delta T)$

2.5 Dinamica dei fluidi

1. Legge della portata:
$S \cdot V = cost$
2. Principio di Bernoulli:
$P + \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho g h = cost$
3. Legge di Stevin:
$\Delta P = -\rho g \Delta h$

2.6 Le costanti fisiche più comuni

1. Accelerazione di gravità della Terra:
$g = 9,81 \ \frac{m}{s^2}$
2. Costante di gravitazione universale:
$G = 6,67428 \cdot 10^{-11} \ \frac{m^3}{Kg\, s^2}$
3. Velocità della luce nel vuoto:
$c = 299792458 \ \frac{m}{s}$

4. Zero assoluto per la temperatura:
   $T_{zero} = -273,15\,°C = 0\,K$

5. Costante di Boltzmann:
   $k_{_B} = 1,3806488(13) \cdot 10^{-23}\,\frac{J}{K}$

6. Carica dell'elettrone:
   $e = 1,602176565(35) \cdot 10^{-19}\,C$

7. Massa dell'elettrone:
   $m_e = 9,1093826(16) \cdot 10^{-31}\,kg$

2.7 Proprietá fisiche dei materiali

Materiale	Densitá $(\frac{kg}{m^3})$	Calore specifico $(\frac{J}{kg\,K})$	Conducibilitá termica $(\frac{W}{m\,K})$	Resistivitá $\Omega\,m$	Punto di fusione (K)	Punto di ebollizione (K)	Calore latente di fusione $(\frac{kJ}{kg})$	Calore latente di ebollizione $(\frac{kJ}{kg})$	Coefficiente di dilatazione lineare $(\frac{1}{K})$
Alluminio	2700	900	237	$2,65 \cdot 10^{-8}$	933,47	2792	0,4	10,87	$25 \cdot 10^{-6}$
Argento	10490	232	429	$1,59 \cdot 10^{-8}$	1234,93	2435	104,9	2326	
Ferro	7874	440	80,2	$1,007 \cdot 10^{-7}$	1808	3023	247,2	6262	$12 \cdot 10^{-6}$
Mercurio (liq.)	13579	140	8,34	$9,62 \cdot 10^{-7}$	234,32	629,88	12	309,6	
Oro	19300	128	317	$2,21 \cdot 10^{-8}$	1337,33	3129	63,7	1697	$14 \cdot 10^{-6}$
Piombo	11340	129	35,3	$2,08 \cdot 10^{-7}$	600,61	2022	23,2	858,2	
Rame	8920	380	390	$1,68 \cdot 10^{-8}$	1357,6	2840	205,8	4735	$17 \cdot 10^{-6}$
Stagno	7310	228	66,6	$9,17 \cdot 10^{-6}$	505,08	2875	668,9	2492	
Ottone	8500					1200			$19 \cdot 10^{-6}$
Platino	21450	130	71,6	$1,04 \cdot 10^{-7}$	2041,4	4098	2615,6	100,5	$9 \cdot 10^{-6}$
Zinco	7140	390	116	$6,02 \cdot 10^{-8}$	692,68	1180	112	1763	
Acqua	1000	4186			273,15	373,15	335	2272	
Metano	0,71682	528			90,8	111,8	334,8	2501	
Alcool etilico					159	351,5	108	855	

Tabella 2.1: *Proprietà fisiche dei materiali*

Problema di: Generalità - $I0001$

Testo *[I0001]* Esegui le somme indicate qui di seguito, scegliendo a tuo piacimento l'unità di misura del risultato tra le due già presenti.

- $4\,hm + 300\,m =$;
- $3\,hm + 5\,cm =$;
- $3\,m + 18\,mm =$;
- $9\,km^2 + 10\,hm^2 =$;
- $9\,m^2 + 200\,cm^2 =$;
- $9\,m^2 + 5\,dm^2 =$;
- $12\,Km^3 + 780\,hm^3 =$;
- $8\,m^3 + 15\,cm^3 =$;
- $2\,m^3 + 40\,dm^3 =$;
- $45\,l + 50\,dl =$;
- $45\,l + 50\,cl =$;
- $8\,dl + 2\,cl =$;
- $7\,kg + 400\,g =$;
- $3\,kg + 3\,hg =$;
- $3\,g + 55\,mg =$;
- $3\,h + 5\,min =$;
- $3\,min + 2\,sec =$;
- $3\,h + 5\,sec =$;
- $36\,\frac{km}{h} + 30\,\frac{m}{s} =$
- $25\,\frac{kg}{m^3} + 12\,\frac{g}{cm^3} =$
- $2\,\frac{kg\cdot m}{s^2} + 5\,\frac{g\cdot cm}{s^2} =$
- $8\,\frac{kg\cdot m}{s} + 5\,\frac{g\cdot km}{h} =$

Spiegazione Tutte le somme indicate nell'esercizio possono essere eseguite in quanto le grandezze fisiche coinvolte sono sempre omogenee; questo significa che ogni volta vengono sommate due lunghezze, oppure due tempi, oppure due masse, due densità, ecc. Per eseguire la somma devo trasformare una delle due grandezze nell'altra, preoccupandomi, ad ogni passaggio, di scrivere qualcosa di diverso ma equivalente. Spesso queste sono chiamate infatti equivalenze in quanto quello che ottengo è sempre equivalente a quello da cui ero partito.

$$7\,km = 7000\,m = 700000\,cm =$$
$$= 4375\,Migliaterrestri = 7,4041\cdot 10^{-16}\,anniluce$$

Eseguire le conversioni di unità di misura

Immaginiamo di convertire in metri la quantità $\Delta S = 10\,km$ oppure in ore la quantità $\Delta t = 90\,min$. Il procedimento da seguire prevede i seguenti passaggi, rappresentati poi di seguito:

1. Riscrivere la parte numerica lasciandola immutata.
2. Al posto delle unità di misura che compaiono riscrivere il loro equivalente nella nuova unità di misura: al posto di *km* scrivo *1000 metri* (infatti in un kilometro ci sono 1000 metri) e al posto di *min* scrivo $\frac{h}{60}$ (infatti per scrivere l'equivalente di un minuto devo prendere un'ora e dividerla per 60)
3. Eseguire le operazioni del caso sui numeri rimasti

$$12\,km = 12\cdot 1000\,m = 12000\,m$$

$$90\,min = 90\cdot\frac{h}{60} = 1.5\,h$$

Nel caso che la conversione sia più complessa il procedimento in realtà non cambia. Osserviamo nel dettaglio quanto segue: la parte numerica viene copiata uguale, la linea di frazione viene copiata uguale, al posto di *km* scrivo *1000 m* che rappresenta la quantità equivalente espressa un metri, al posto di *h* (ore) scrivo la quantità equivalente in secondi e cioè $3600\,s$.

$$130\,\frac{km}{h} = 130\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = 36.11\frac{m}{s}$$

Analogamente avremo:

$$130\,\frac{kg}{m^3} = 130\,\frac{kg}{m\cdot m\cdot m} = 130\,\frac{1000\,g}{100\,cm\cdot 100\,cm\cdot 100\,cm} = 0,13\frac{g}{cm^3}$$

Svolgimento

- $4\,hm + 300\,m = 4\cdot 100\,m + 300\,m = 700\,m$;
- $4\,hm + 300\,m = 4\,hm + 300\cdot\frac{hm}{100} = 7\,hm$;

- $3\,hm + 5\,cm = 3 \cdot 100\,m + 5\,cm = 3 \cdot 100 \cdot 100\,cm + 5\,cm = 300005\,cm;$
- $3\,hm + 5\,cm = 3\,hm + 5\,\frac{m}{100} = 3\,hm + 5\,\frac{hm}{100 \cdot 100} = 3,00005\,hm;$
- $3\,m + 18\,mm = 3 \cdot 1000\,mm + 18\,mm = 3018\,mm;$
- $3\,m + 18\,mm = 3\,m + 18\frac{m}{1000} = 3,018\,m;$
- $9\,km^2 + 10\,hm^2 = 9 \cdot 10\,hm \cdot 10\,hm + 10\,hm^2 = 900\,hm^2 + 10\,hm^2 = 910\,hm^2;$
- $9\,km^2 + 10\,hm^2 = 9\,km^2 + 10\,\frac{km}{10} \cdot \frac{km}{10} = 9\,km^2 + 0,1\,km^2 = 9,1\,km^2;$
- $9\,m^2 + 200\,cm^2 = 9 \cdot 100\,cm \cdot 100\,cm + 200\,cm^2 = 90000\,cm^2 + 200\,cm^2 = 90200\,cm^2;$
- $9\,m^2 + 200\,cm^2 = 9\,m^2 + 200\,\frac{m}{100} \cdot \frac{m}{100} = 9\,m^2 + 0,02\,m^2 = 9,02\,m^2;$
- $9\,m^2 + 5\,dm^2 = 9 \cdot 10\,dm \cdot 10\,dm + 5\,dm^2 = 900\,dm^2 + 5\,dm^2 = 905\,dm^2;$
- $9\,m^2 + 5\,dm^2 = 9\,m^2 + 5 \cdot \frac{m}{10} \cdot \frac{m}{10} = 9\,m^2 + 0,05\,m^2 = 9,05\,m^2;$
- $12\,km^3 + 780\,hm^3 = 12 \cdot 10\,hm \cdot 10\,hm \cdot 10\,hm + 780\,hm^3 = 12000\,hm^3 + 780\,hm^3 = 12780\,hm^3;$
- $12\,Km^3 + 780\,hm^3 = 12\,km^3 + 780\,\frac{km}{10} \cdot \frac{km}{10} \cdot \frac{km}{10} = 12\,km^3 + 0,78\,km^3 = 12,78\,km^3;$
- $8\,m^3 + 15\,cm^3 = 8 \cdot 100\,cm \cdot 100\,cm \cdot 100\,cm + 15\,cm^3 = 8000000\,cm^3 + 15\,cm^3 = 8000015\,cm^3;$
- $8\,m^3 + 15\,cm^3 = 8\,m^3 + 15\,\frac{m}{100} \cdot \frac{m}{100} \cdot \frac{m}{100} = 8\,m^3 + 0,000015\,cm^3 = 8,000015\,cm^3;$
- $2\,m^3 + 40\,dm^3 = 2 \cdot 10\,dm \cdot 10\,dm \cdot 10\,dm + 40\,dm^3 = 2000\,m^3 + 40\,dm^3 = 2040\,dm^3;$
- $2\,m^3 + 40\,dm^3 = 2\,m^3 + 40 \cdot \frac{m}{10} \cdot \frac{m}{10} \cdot \frac{m}{10} = 2\,m^3 + 0,04\,m^3 = 2,04\,m^3;$
- $45\,l + 50\,dl = 45 \cdot 10\,dl + 50\,dl = 500\,dl;$
- $45\,l + 50\,dl = 45\,l + 50 \cdot \frac{l}{10} = 50\,l;$
- $45\,l + 50\,cl = 45 \cdot 100\,cl + 50\,cl = 4550\,cl;$
- $45\,l + 50\,cl = 45\,l + 50 \cdot \frac{l}{100} = 45,5\,l;$
- $8\,dl + 2\,cl = 8 \cdot 10\,cl + 2\,cl = 82\,cl;$
- $8\,dl + 2\,cl = 8\,dl + 2\frac{dl}{10} = 8,2\,dl;$
- $7\,kg + 400\,g = 7 \cdot 1000\,g + 400\,g = 7400\,g;$
- $7\,kg + 400\,g = 7\,kg + 400\,\frac{kg}{1000} = 7,4\,kg;$
- $3\,kg + 3\,hg = 3 \cdot 10\,hg + 3\,hg = 33\,hg;$
- $3\,kg + 3\,hg = 3\,kg + 3\,\frac{kg}{10} = 3,3\,kg;$
- $3\,g + 55\,mg = 3 \cdot 1000\,mg + 55\,mg = 3055\,mg;$
- $3\,g + 55\,mg = 3\,g + 55\,\frac{g}{1000} = 3,055\,g;$
- $3\,h + 5\,min = 3 \cdot 60\,min + 5\,min = 185\,min;$
- $3\,h + 5\,min = 3\,h + 5\,\frac{h}{60} = 3,0833\,h;$
- $3\,min + 2\,sec = 3 \cdot 60\,sec + 2\,sec = 182\,sec;$
- $3\,min + 2\,sec = 3\,min + 2\,\frac{min}{60} = 3,0333\,min;$
- $3\,h + 5\,sec = 3 \cdot 3600\,sec + 5\,sec = 10805\,sec;$
- $3\,h + 5\,sec = 3\,h + 5\,\frac{h}{3600} = 3,0014\,h;$
- $36\,\frac{km}{h} + 30\,\frac{m}{s} = 36\,\frac{1000\,m}{3600\,s} + 30\,\frac{m}{s} = 40\,\frac{m}{s}$
- $36\,\frac{km}{h} + 30\,\frac{m}{s} = 36\,\frac{km}{h} + 30\,\frac{km \cdot 3600}{1000 \cdot h} = 144\,\frac{km}{h}$
- $25\,\frac{kg}{m^3} + 12\,\frac{g}{cm^3} = 25\,\frac{1000\,g}{100\,cm \cdot 100\,cm \cdot 100\,cm} + 12\,\frac{g}{cm^3} = 12,025\,\frac{g}{cm^3}$
- $25\,\frac{kg}{m^3} + 12\,\frac{g}{cm^3} = 25\,\frac{kg}{m^3} + 12\,\frac{kg \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100}{1000 \cdot m \cdot m \cdot m} = 12025\,\frac{kg}{m^3}$
- $2\,\frac{kg \cdot m}{s^2} + 5\,\frac{g \cdot cm}{s^2} = 2\,\frac{1000\,g \cdot 100\,cm}{s^2} + 5\,\frac{g \cdot cm}{s^2} = 200005\,\frac{g \cdot cm}{s^2}$
- $2\,\frac{kg \cdot m}{s^2} + 5\,\frac{g \cdot cm}{s^2} = 2\,\frac{kg \cdot m}{s^2} + 5\,\frac{kg \cdot m}{1000 \cdot 100 \cdot s^2} = 2,00005\,\frac{kg \cdot m}{s^2}$
- $8\,\frac{kg \cdot m}{s} + 5\,\frac{g \cdot km}{h} = 8\,\frac{1000\,g \cdot km \cdot 3600}{1000\,h} + 5\,\frac{g \cdot km}{h} = 28805\,\frac{g \cdot km}{h}$
- $8\,\frac{kg \cdot m}{s} + 5\,\frac{g \cdot km}{h} = 8\,\frac{kg \cdot m}{s} + 5\,\frac{kg \cdot m \cdot 1000}{1000 \cdot 3600\,s} = 5,0014\,\frac{kg \cdot m}{s}$

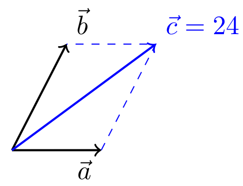
Problema di: Vettori - $I0002$

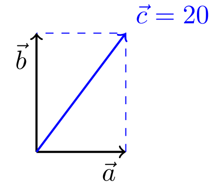
Testo *[I0002]* Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ rispettivamente di moduli $a = 12$ e $b = 16$, disegnateli in modo tale che la loro somma sia un vettore $\vec{c}$ il cui modulo valga $c = 28$. Ripetete l'esercizio in modo tale che $c = 4$; $c = 10$; $c = 20$; $c = 24$.

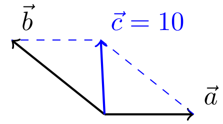
Spiegazione Il modulo della somma di due vettori dipende dai moduli di quei due vettori e dall'angolo compreso tra i due vettori. Visto che il testo dell'esercizio dice quanto valgono i due vettori, per risolvere l'esercizio bisogna indicare quanto vale l'angolo tra di essi. Questo è conseguenza della regola del parallelogrammo.

Svolgimento

- Affinchè il vettore somma $c = 28$ i due vettori devono essere paralleli e nello stesso verso
- Affinchè il vettore somma $c = 24$ i due vettori devono essere posizionati ad un angolo acuto
- Affinchè il vettore somma $c = 20$ i due vettori devono essere posizionati ad un angolo retto $\alpha = 90°$
- Affinchè il vettore somma $c = 10$ i due vettori devono essere posizionati ad un angolo ottuso
- Affinchè il vettore somma $c = 4$ i due vettori devono essere posizionati ad un angolo piatto $\alpha = 180°$







Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Grandezze fisiche - $I0003$

Testo *[I0003]* In un bicchiere vengono versati un volume $V_{H_2O} = 50\,cm^3$ di acqua ed un volume $V_a = 50\,cm^3$ di olio. L'acqua ha una densità $\rho_{H_2O} = 1\,\frac{kg}{dm^3}$ e l'olio ha una densità $\rho_o = 0,8\,\frac{g}{cm^3}$. Quanto volume di liquido si trova nel bicchiere? Quanta massa di liquido si trova nel bicchiere?

Spiegazione In questo problema l'unica cosa da sapere è cosa sia la densità di un materiale. i volumi dei due liquidi sono stati dati dal problema; le masse si ricavano conoscendo i valori della densità.

Svolgimento Il volume complessivo di liquido è semplicemente

$$V_{tot} = V_{H_2O} + V_{olio} = 100\,cm^3$$

La massa dell'acqua è

$$m_{H_2O} = \rho_{H_2O} \cdot V_{H_2O} = 1\,\frac{kg}{dm^3} \cdot 50\,cm^3$$

Possiamo vedere che le unità di misura non si semplificano come dovrebbero; dobbiamo quindi convertire di unità di misura prima di poter eseguire i conti

$$m_{H_2O} = 1\,\frac{kg}{dm^3} \cdot 50\,\frac{dm^3}{1000} = 0,05\,kg = 50\,g$$

La massa dell'olio è

$$m_a = \rho_{olio} \cdot V_{olio} = 0,8\,\frac{g}{cm^3} \cdot 50\,cm^3 = 40\,g$$

La massa di liquido nel bicchiere vale

$$m_{tot} = m_{H_2O} + m_{olio} = 90\,g$$

Problema di: Grandezze fisiche - $I0004$

Testo *[I0004]* Un oggetto di cui non conosciamo il materiale, occupa un volume $V = 8,75\,dm^3$ ed ha la stessa massa di un blocco di ferro che occupa un volume $V_{Fe} = 3\,dm^3$. Calcola la massa e la densità del materiale. La densità del ferro è $\rho_{Fe} = 7,874\frac{kg}{dm^3}$.

Spiegazione In questo problema l'unica cosa da sapere è cosa sia la densità di un materiale, definita come il rapporto tra massa e volume di un qualunque oggetto fatto di quel materiale

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Visto che la densità di un oggetto dipende solo dal materiale di cui è fatto, una volta trovato il valore della densità del materiale potremo capire quale materiale è.

Svolgimento La massa dell'oggetto di ferro vale

$$M_{Fe} = \rho_{Fe} \cdot V_{Fe} = 7,874\frac{kg}{dm^3} \cdot 3\,dm^3 = 23,662\,kg$$

Il problema ci dice che l'oggetto di cui non conosciamo il materiale (indicato con l'indice s) ha la stessa massa dell'oggetto di ferro

$$M_s = M_{Fe} = 23,662\,kg$$

La densità del materiale vale quindi

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} = 2,7\,\frac{kg}{dm^3}$$

Confrontando questo valore con le tabelle dei materiali troviamo che il materiale sconosciuto è alluminio.

Problema di: Grandezze fisiche - $I0005$

Testo [I0005] Un cilindro graduato contiene un volume $V_i = 250\,cm^3$ di acqua. Dopo averci immerso un oggetto di rame di densità $\rho_{ogg} = 8,92\frac{kg}{dm^3}$, il cilindro segna un volume $V_f = 375\,cm^3$. Calcola volume e massa dell'oggetto.

Spiegazione Questo problema vogliamo misurare la massa di un oggetto tramite immersione in un liquido. Noi ne conosciamo il materiale, quindi la densità. Nel cilindro graduato c'è un certo quantitativo di luquido; immergendo l'oggetto il livello del liquido sale. L'unica cosa da sapere è cosa sia la densità di un materiale, definita come il rapporto tra massa e volume di un qualunque oggetto fatto di quel materiale

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Visto che la densità di un oggetto dipende solo dal materiale di cui è fatto, è sufficiente confrontare le tabelle dei materiali.

Il volume dell'oggetto lo si ricava per differenza tra i livelli dei liquidi dopo e prima dell'immersione.

La massa semplicemente applicando la formula della densità di un materiale.

Svolgimento Il suo volume si ricava per differenza

$$V_{Cu} = V_f - V_i = 125\,cm^3 = 0,125\,dm^3$$

Il risultato l'ho trasformato in decimetri cubi per poter meglio fare i conti con le unità di misura nei passaggi successivi.

La massa dell'oggetto vale

$$M_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot V_{Cu} = 8,92\frac{kg}{dm^3} \cdot 0,125\,dm^3 = 1,115\,kg$$

Problema di: Baricentro - $I0006$

Testo [I0006] Tre libri sono posizionati uno sull'altro. I libri hanno rispettivamente massa $m_1 = 1\,hg$, $m_2 = 2\,hg$, $m_3 = 3\,hg$ ed hanno tutti lo stesso spessore $d = 3\,cm$. A che altezza si trova il baricentro del sistema?

Spiegazione In questo problema abbiamo un sistema formato da tre oggetti distinti posti uno sull'altro. Il baricentro del sistema sarà la media pesata sulla massa, delle posizioni dei baricentri dei singoli oggetti.

Svolgimento La posizione dei baricentri dei singoli oggetti è:

$$h1 = 1,5\,cm$$

$$h2 = 4,5\,cm$$

$$h3 = 7,5\,cm$$

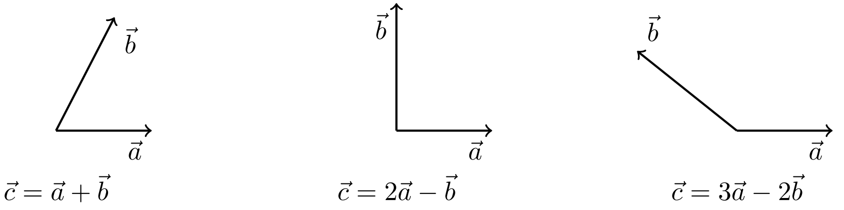
Quindi l'altezza da terra del baricentro del sistema sarà

$$h_b = \frac{h_1m_1 + h_2m_2 + h_3m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$h_b = \frac{1,5\,hg \cdot cm + 9\,hg \cdot cm + 22,5\,hg \cdot cm}{6\,hg} = 5,5\,cm$$

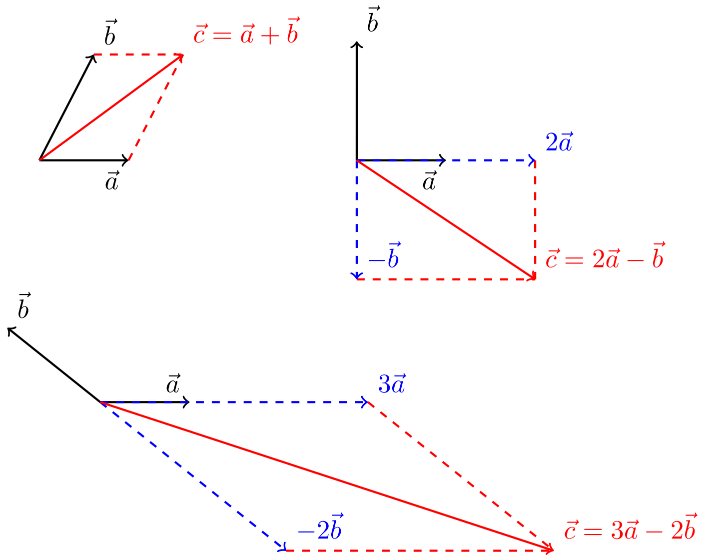
Problema di: Vettori - $I0007$

Testo *[I0007]* Esegui le operazioni indicate con i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$:



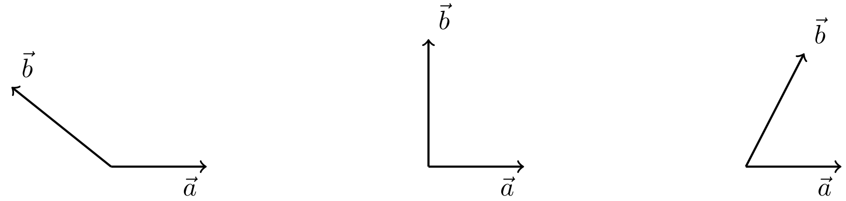
Spiegazione In questo esercizio bisogna eseguire due tipi di operazioni con i vettori: il prodotto di un vettore per uno scalare e la somma di vettori. Prima si esegue il prodotto di un vettore per uno scalare, e poi si fa la somma dei risultati.

Svolgimento In rosso troverete la soluzione del problema; in blu i vettori necessari per arrivare a trovare tale soluzione.



Problema di: Vettori - $I0008$

Testo *[I0008]* Disegna il vettore che annulla i due vettori disegnati qui di seguito



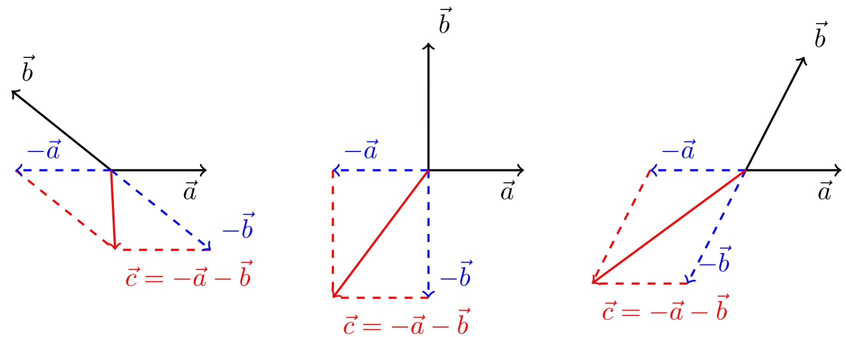
Spiegazione Il vettore $\vec{c}$ che annulla i vettori indicati $\vec{a}$ e $\vec{b}$ è quello per cui vale la relazione

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$$

e quindi

$$\vec{c} = -\vec{a} - \vec{b}$$

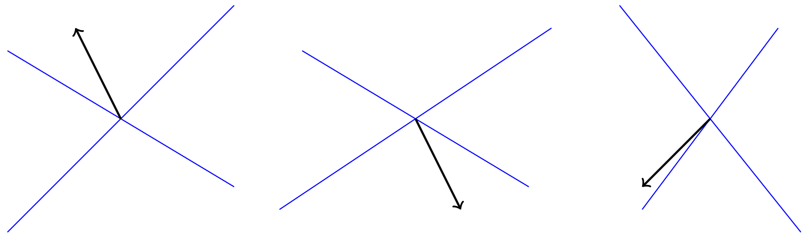
Svolgimento



Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

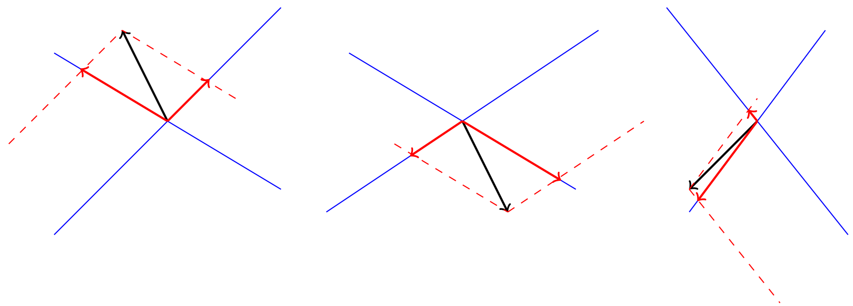
Problema di: Vettori - $I0009$

Testo *[I0009]* Scomponi i seguenti vettori lungo le direzioni indicate



Spiegazione La scomposizione di un vettore consiste nel trovare i due vettori che sommati danno il vettore dato.

Svolgimento



Problema di: Misure - $I0010$

Testo *[I0010]* Misurate con un righello lo spessore di una moneta da 1 euro

Spiegazione Eseguire una misura è un procedimento non banale che deve essere fatto con attenzione. Non basta trovare un risultato, bisogna soprattutto saper stimare in modo adeguato gli errori di misura.

Svolgimento Per prima cosa utilizziamo una singola moneta. Sul righello vediamo indicati un po' più di 2 millimeteri, quindi l'altezza vale

$$h = 2,5\,mm \pm 0,5\,mm$$

se adesso prendiamo una pila di 10 monete sul righello vediamo indicati un po' più di 23 millimetri.

$$h_{10} = 23,5\,mm \pm 0,5\,mm$$

$$h = 2,35\,mm \pm 0,05\,mm$$

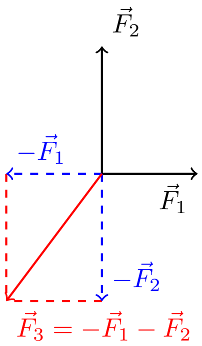
Otteniamo quindi una precisione 10 volte maggiore.

Problema di: Vettori - $I0011$

Testo *[I0011]* Disegna, e calcolane il valore, il vettore $\vec{F_3}$ che annulla la somma dei vettori $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ di valore rispettivamente $F_1 = 1,5\,kN$ e $F_2 = 800\,N$ posti perpendicolari tra loro.

Spiegazione I due vettori dati possono essere sommati. La somma tra il vettore risultato ed il vettore che voi dovete indicare, deve dare come risultato zero. Quindi il vettore che dovete indicare deve essere uguale e opposto al vettore somma tra i due vettori indicati nel problema.

Svolgimento



Il modulo del vettore $\vec{F_3}$ deve essere uguale al modulo del vettore $\vec{F_1} + \vec{F_2}$ e si calcola

$$|\vec{F_1} + \vec{F_2}| = \sqrt{(1500\,N)^2 + (800\,N)^2} = 1700\,N$$

Problema di: Laboratorio - $I0012$

Testo *[I0012]* Hai misurato con un righello il diametro di base e l'altezza di un cilindro ottenendo $d = 20\,mm \pm 1\,mm$ e $h = 50\,mm \pm 1\,mm$. Quanto vale il volume? Quanto vale l'errore assoluto sul volume?

Spiegazione Per calcolare il volume del cilindro semplicemente dovete utilizzare la formula giusta. La parte complessa del lavoro è stabilire il valore dell'errore di misura sul volume. Per farlo prima dovremo evidenziare gli errori assoluti e relativi sulle singole misure prese con il righello.

Svolgimento Per prima cosa calcoliamo il volume del cilindro

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = 3,14159 \cdot 100\,mm^2 \cdot 50\,mm = 15708\,mm^3$$

Calcoliamo adesso l'errore relativo sulle due misure fatte col righello

$$E_{rel-d} = \frac{E_{a-d}}{d} = \frac{1\,mm}{20\,mm} = 0,05 = 5\,\%$$

$$E_{rel-h} = \frac{E_{a-h}}{h} = \frac{1\,mm}{50\,mm} = 0,02 = 2\,\%$$

Nella formula per calcolare il volume del cilindro si moltiplica il diametro per se stesso ed ancora per l'altezza

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d \cdot d}{2 \cdot 2}\right) \cdot h$$

quindi l'errore relativo sul volume sarà la somma degli errori relativi di queste grandezze

$$E_{rel-V} = E_{rel-d} + E_{rel-d} + E_{rel-h} = 0,12 = 12\%$$

quindi l'errore assoluto sul volume vale

$$E_a = E_{rel-V} \cdot V = 1885\,mm^3$$

Il risultato finale da scrivere sarà quindi

$$V = 15708\,mm^3 \pm 1885\,mm^3$$

che può essere più saggiamente scritto

$$V = 15,7\,cm^3 \pm 1,9\,cm^3$$

Problema di: Laboratorio - $I0013$

Testo *[I0013]* Hai misurato con un cronometro la durata dell'oscillazione di un pendolo ottenendo i seguenti risultati: $T_0 = 12,4\,s$, $T_1 = 12,3\,s$, $T_2 = 12,3\,s$, $T_3 = 12,6\,s$, $T_4 = 12,6\,s$, $T_5 = 12,2\,s$, $T_6 = 12,4\,s$. Quanto vale il periodo di oscillazione di quel pendolo? Quanto vale l'errore assoluto sulla misura? Quanto vale l'errore relativo sulla misura?

Spiegazione Per misurare una grandezza fisica spesso è opportuno ripetere la misura molte volte per avere un'idea chiara non solo del valore della grandezza, ma soprattutto delle incertezze sperimentali sulla misuta effettuata.

Svolgimento Per prima cosa calcoliamo il valore medio delle misure ottenute:

$$T_{med} = \frac{T_0 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6}{7} = 12,4\,s$$

L'incertezza sperimentale la si calcola ora scrivendo:

$$Err_{ass} = \frac{T_{max} - T_{min}}{2} = 0,2\,s$$

Il risultato della misura è quindi

$$T = 12,4\,s \pm 0,2\,s$$

Con un errore relativo

$$E_{rel} = \frac{0,2\,s}{12,4\,s} = 0,16 = 16\%$$

Problema di: Laboratorio - $I0014$

Testo *[I0014]* Hai misurato con un righello la base e l'altezza di un rettangolo ottenendo $b = 10,0\,cm \pm 0,1\,cm$ e $h = 5,0\,cm \pm 0,1\,cm$. Indicando in modo corretto gli errori di misura, calcola l'area ed il perimetro del rettangolo?

Spiegazione Il calcolo dell'area e del perimetro è un conto banale; questo esercizio punta sulla corretta stima degli errori di misura su tali grandezze.

Svolgimento Cominciamo a calcolarci area e perimetro del rettangolo.

$$A = b \cdot h = 50\,cm^2$$

$$P = 2(b+h) = 30\,cm$$

Passiamo adesso alla stima degli errori di misura. Gli errori assoluti sulle due misure ci sono già stati dati dal testo del problema.

$$E_{a-base} = 0,1\,cm$$

$$E_{a-alt} = 0,1\,cm$$

Possiamo quindi calcolare gli errori relativi sulle misure della base e dell'altezza del rettangolo.

$$E_{r-base} = \frac{0,1\,cm}{10,0\,cm} = 0,01 = 1\%$$

$$E_{r-alt} = \frac{0,1\,cm}{5,0\,cm} = 0,02 = 2\%$$

Il calcolo dell'errore sul perimetro prevede che si sommino gli errori assoluti di base ed altezza, visto che per calcolare il perimetro si deve cominciare a calcolare la *somma* dei suoi lati. La somma dei due lati va poi moltiplicata per 2 per avere il valore del perimetro; per questo motivo moltiplico per 2 anche il valore dell'errore assoluto.

$$E_{a-perim} = 2 \cdot (0,1\,cm + 0,1\,cm) = 0,4\,cm$$

Il calcolo dell'errore sull'area prevede che si sommino gli errori relativi di base ed altezza, visto che per calcolare l'area si deve calcolare il *prodotto* dei suoi lati

$$E_{r-area} = 0,01 + 0,02 = 0,03$$

$$E_{a-area} = A \cdot 0,03 = 1,5\,cm^2$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Laboratorio - $I0015$

Testo *[I0015]* Un cilindro graduato contiene un volume $V_i = 250\,cm^3 \pm 1\,cm^3$ di acqua. Dopo averci immerso un oggetto di massa $m = 1,12\,kg \pm 0,01\,kg$, il cilindro segna un volume $V_f = 375\,cm^3 \pm 1\,cm^3$. Quali sono il volume e la densità dell'oggetto?

Spiegazione Questo problema vogliamo misurare la densità di un oggetto tramite immersione in un liquido. Noi ne conosciamo la massa e ne misuriamo il volume. Nel cilindro graduato c'è un certo quantitativo di luquido; immergendo l'oggetto il livello del liquido sale. L'unica cosa da sapere è cosa sia la densità di un materiale, definita come il rapporto tra massa e volume di un qualunque oggetto fatto di quel materiale

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Visto che la densità di un oggetto dipende solo dal materiale di cui è fatto, è sufficiente confrontare le tabelle dei materiali per sapere il tipo di materiale.

Il volume dell'oggetto lo si ricava per differenza tra i livelli dei liquidi dopo e prima dell'immersione. La densità la calcoliamo con la formula

Svolgimento Il volume si ricava per differenza

$$V_{ogg} = V_f - V_i = 125\,cm^3$$

$$E_{a,V} = 1\,cm^3 + 1\,cm^3 = 2\,cm^3$$

$$E_{r,V} = \frac{2\,cm^3}{125\,cm^3} = 0,024$$

per cui

$$V_{ogg} = 125\,cm^3 \pm 2\,cm^3$$

La massa è

$$m = 1,12\,kg \pm 0,01\,kg$$

L'errore relativo sulla massa è

$$E_{r,m} = \frac{0,01\,kg}{1,12\,kg} = 0,009$$

La densità dell'oggetto vale

$$\rho_{ogg} = \frac{m}{V} = \frac{1,12\,kg}{125\,cm^3} = 0,00896\,\frac{kg}{cm^3}$$

L'errore relativo sulla densità, essendo stata calcolata vacendo la *divisione* di due grandezze, si calcola sommando gli errori relativi delle due grandezze.

$$E_{r,\rho} = E_{r,m} + E_{r,V} = 0,009 + 0,024 = 0,033$$

possiamo ora calcolare l'errore assoluto sulla densità

$$E_{a,\rho} = E_{r,\rho} \cdot \rho_{ogg} = 0,033 \cdot 0,00896\,\frac{kg}{cm^3} = 0,000296\,\frac{kg}{cm^3}$$

La misura della densità dell'oggetto sarà quindi

$$\rho_{ogg} = 0,00900\,\frac{kg}{cm^3} \pm 0,00030\,\frac{kg}{cm^3}$$

dove l'errore è stato opportunamente arrotondato.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Laboratorio - $I0016$

Testo *[I0015]* Se stai misurando il periodo T di un pendolo utilizzando un cronometro (portata $P = 10\,h$; precisione $E = 0,01\,s$) azionato dalla tua mano, quanto vale l'errore di misura che fai sulla singola misurazione? Come puoi fare, facendo solo una misura, a migliorare la precisione della misura fino a $E_a = 0,02\,s$

Spiegazione La misura del periodo del pendolo è come tutte le misure affetta da errore. Essendo il cronometro azionato dalla mano, l'errore che si compie è legato ai riflessi del corpo umano. La scelta di un'opportuna tecnica di misura permette di ridurre l'errore che si compie.

Svolgimento Nel fare la misura del periodo del pendolo il cronometro viene azionato due volte, quindi l'errore assoluto sulla misura è pari ad doppio del tempo di reazione dei riflessi umani

$$E_a = 2 \cdot 0,1\,s = 0,2\,s$$

L'errore di misura dello strumento, essendo piccolo rispetto all'imprecisione dovuta ai riflessi umani, non viene tenuto in considerazione.

Per migliorare la misura, invece di misurare con il cronometro la durata di una oscillazione, possiamo misurare la durata di dieci oscillazioni. In questo modo avremo che

$$T_{10} = 10T \pm 0,2\,s$$

dividendo per 10 avremo la durata di una oscillazione

$$T_1 = \frac{10T}{10} \pm \frac{0,2\,s}{10} = T \pm 0,02$$

ottenendo così una stima della durata di una oscillazione.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Laboratorio - $I0017$

Testo *[I0017]* Due cubi entrambi di lato $l = 10\,cm$ sono fatti uno di argento (di densità $\rho_{Ag} = 10,5\,\frac{kg}{dm^3}$) e l'altro di piombo (di densità $\rho_{Pb} = 11,3\,\frac{kg}{dm^3}$). Quanto deve essere grande una cavità all'interno del cubo di piombo, affinchè i due cubi abbiano la stessa massa?

Spiegazione In questo problema abbiamo due cubi di eguale volume ma materiale differente. Questo significa che i due cubi non dovrebbero avere la stessa massa. Visto che il testo afferma invece che hanno la stessa massa, questo significa che il cubo più denso deve avere necessariamente una cavità all'interno ch lo alleggerisca un po'.

Svolgimento Il problema ci dice che i due cubi hanno lo stesso volume

$$V = V_{cubo} = l^3 = 1000\,cm^3 = 1\,dm^3$$

e stessa massa, quindi

$$M_{Pb} = M_{Ag}$$

$$\rho_{Pb} V_{Pb} = \rho_{Ag} V_{Ag}$$

Il volume dell'argento coincide con il volume del cubo, il volume del piombo è pari al volume del cubo meno il volume della cavità interna vuota, per cui

$$\rho_{Pb} \left(V_{cubo} - V_{cavit} \right) = \rho_{Ag} V_{cubo}$$

da cui ricavo il volume della cavità

$$\rho_{Pb} V_{cubo} - \rho_{Pb} V_{cavit} = \rho_{Ag} V_{cubo}$$

$$-\rho_{Pb} V_{cavit} = \rho_{Ag} V_{cubo} - \rho_{Pb} V_{cubo}$$

$$\rho_{Pb} V_{cavit} = \rho_{Pb} V_{cubo} - \rho_{Ag} V_{cubo}$$

$$V_{cavit} = \frac{\rho_{Pb} V_{cubo} - \rho_{Ag} V_{cubo}}{\rho_{Pb}}$$

$$V_{cavit} = V_{cubo} \frac{\rho_{Pb} - \rho_{Ag}}{\rho_{Pb}}$$

$$V_{cavit} = V_{cubo} \left(1 - \frac{\rho_{Ag}}{\rho_{Pb}}\right)$$

$$V_{cavit} = 1\, dm^3 \left(1 - \frac{10,5}{11,3}\right) = 0,93\, dm^3$$

Problema di: Cinematica - $C0015ban$

Testo *[C0015ban]* Esercizi banali di Cinematica:

1. Moto rettilineo uniforme

   (a) Quanto spazio percorre in un tempo $\Delta t = 70\,s$ un oggetto che si muove con velocità costante $V = 80\,\frac{m}{s}$?
   [$\Delta S = 5600\,m$]

   (b) Quanto spazio percorre in un tempo $\Delta t = 70\,s$ un oggetto che si muove con velocità costante $V = 80\,\frac{Km}{h}$?
   [$\Delta S = 1555,6\,m$]

   (c) Quanto tempo impiega un pallone da calcio ad arrivare in porta se calciato ad una velocità $V = 25\,\frac{m}{s}$ da una distanza $\Delta S = 30\,m$? *Ipotizziamo che il pallone viaggi sempre alla stessa velocità lungo il suo tragitto.*
   [$\Delta t = 1,2\,s$]

2. Moto uniformemente accelerato

   (a) Quanto spazio percorre in un tempo di $\Delta t = 5\,s$ un oggetto che si muove con un'accelerazione costante $a = 2\,\frac{m}{s^2}$ e che parte con una velocità iniziale $V_i = 5\,\frac{m}{s}$ nella stassa direzione e nello stesso verso dell'accelerazione?
   [$\Delta S = 50\,m$]

   (b) Un oggetto viene fatto cadere dal tetto di una casa partendo da fermo. Se arriva a terra dopo un tempo $\Delta t = 3\,s$, quanto è alta la casa?
   [$h = 44,1\,m$]

   (c) Un oggetto viene fatto cadere dentro un pozzo partendo da fermo. Se arriva al fondo del pozzo dopo un tempo $\Delta t = 4\,s$, quanto è profondo il pozzo?
   [$h = 78,4\,m$]

3. Moto circolare uniforme

   (a) Un oggetto ruota con una frequenza $\nu = 4\,Hz$ lungo un percorso circolare di raggio $r = 2\,m$. Quale accelerazione centripeta subisce?
   [$a_c = 1263,3\,\frac{m}{s^2}$]

   (b) Un oggetto si muove di moto circolare uniforme con velocità $V = 50\,\frac{m}{s}$ lungo un percorso circolare di raggio $r = 2\,m$. Con quale velocità angolare ω si sta muovendo? Quanto tempo impiega a fare un giro?
   [$\omega = 25\,\frac{rad}{s}$; $\Delta t = 0,25\,s$]

   (c) Un pilota di Formula1 subisce in curva accelerazioni laterali di circa 4g. Se sta facendo curve ad una velocità $V = 150\,\frac{Km}{h}$, quanto vale il raggio della curva?
   [$r = 44,3\,m$]

Spiegazione In questo esercizio ho raccolto tutte quelle domande *banali* che possono essere fatte su questo argomento. Per *banale* si intende un problema nel quale la domanda consiste semplicemente nel fornire dei dati da inserire in una formula. Non è quindi richiesta alcuna particolare capacità di ragionamento, ne particolari doti matematiche. Questo esercizio serve unicamente ad aquisire dimestichezza con l'esecuzione dei conti numerici con le unità di misura.

Svolgimento

1. Moto rettilineo uniforme

   (a)
$$\Delta S = V \cdot \Delta t = 80\,\frac{m}{s} \cdot 70\,s = 5600\,m$$

   (b)
$$\Delta S = V \cdot \Delta t = 80\,\frac{km}{h} \cdot 70\,s = 80\,\frac{1000\,m}{3600\,s} \cdot 70\,s = 1555,6\,m$$

   (c) Usando la formula inversa
$$\Delta t = \frac{\Delta S}{V} = \frac{30\,m}{25\,\frac{m}{s}} = 1,2\,s$$

2. Moto uniformemente accelerato

(a)
$$\Delta S = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + V_i\Delta t = \frac{1}{2}\cdot 2\,\frac{m}{s^2}\cdot 25\,s^2 + 5\,\frac{m}{s}\cdot 5\,s = 50\,m$$

(b)
$$\Delta S = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + V_i\Delta t = \frac{1}{2}\cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}\cdot 9\,s^2 + 0\,\frac{m}{s}\cdot 3\,s = 44,1\,m$$

(c)
$$\Delta S = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + V_i\Delta t = \frac{1}{2}\cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}\cdot 16\,s^2 + 0\,\frac{m}{s}\cdot 4\,s = 78,4\,m$$

3. Moto circolare uniforme

(a)
$$a_c = 4\pi^2\nu^2 r = 4\cdot(3,14)^2\cdot 16\,Hz^2\cdot 2\,m = 1263,3\,\frac{m}{s^2}$$

(b)
$$\omega = \frac{V}{r} = \frac{50\,\frac{m}{s}}{2\,m} = 25\,\frac{rad}{s}$$
$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\cdot 3,14\cdot 2\,m}{50\,\frac{m}{s}} = 0,25\,s$$

(c)
$$r = \frac{V^2}{a_c} = \frac{\left(\frac{150}{3,6}\cdot\frac{m}{s}\right)^2}{4\cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}} = 44,3\,m$$

Problema di: Cinematica - $C0001$

Testo [C0001] Un'automobile viaggia alla velocità costante $V_1 = 120\,\frac{km}{h}$ per un tempo $\Delta t_1 = 2\,h$; successivamente si ferma per un tempo $\Delta t = 1\,h$, ed infine riparte viaggiando alla velocità costante $V_2 = 90\,\frac{km}{h}$ per un tempo $\Delta t_2 = 4\,h$. A quale velocità media ha viaggiato l'automobile?

Spiegazione Il percorso di questa automobile è suddiviso in tre fasi, ognuna delle quali vede l'auto muoversi di moto rettilineo uniforme. Indipendentemente da questo, per il calcolo della velocità media serve conoscere lo spazio complessivamente percorso dall'auto, ed il tempo totale da essa impiegato a percorrerlo.

Svolgimento Lo spazio percorso dall'automobile nel primo tratto vale:

$$\Delta S_1 = V_1\cdot\Delta t_1 = 120\,\frac{km}{h}\cdot 2\,h = 240\,km$$

Lo spazio percorso dall'automobile nel secondo tratto vale:

$$\Delta S_2 = V_2\cdot\Delta t_2 = 90\,\frac{km}{h}\cdot 4\,h = 360\,km$$

La velocità media tenuta dall'automobile sul percorso complessivo vale:

$$V_{media} = \frac{\Delta S_1 + \Delta S_2}{\Delta t_1 + \Delta t + \Delta t_2} = \frac{240\,km + 360\,km}{2\,h + 1\,h + 4\,h} = 85,71\,\frac{km}{h}$$

Questo calcolo tiene anche conto del fatto che la macchina è stata ferma per un certo periodo di tempo.

Esercizi concettualmente identici

1. Una persona percorre un tratto di strada lungo $\Delta S_1 = 50\,metri$ in un tempo $\Delta t_1 = 20\,secondi$; successivamente percorre un secondo tratto lungo $\Delta S_2 = 30\,metri$ in un tempo $\Delta t_2 = 15\,secondi$. Quale velocità media ha tenuto nel primo tratto? Quale nel secondo tratto? Quale su tutto il percorso?
[$V_{m1} = 2.5\,\frac{m}{s}$; $V_{m2} = 2\,\frac{m}{s}$; $V_{mt} = 2.286\,\frac{m}{s}$]

2. Un ciclista affronta una salita lunga $\Delta S_1 = 10\,km$ in un tempo $\Delta t_1 = 2\,h$ e la successiva discesa lunga $\Delta S_2 = 30\,km$ in un tempo $\Delta t_1 = 0.5\,h$. Quale velocità media ha tenuto in salita? Quale in discesa? Quale sull'intero percorso?
   [$V_{ms} = 5\,\frac{km}{h}$; $V_{md} = 60\,\frac{km}{h}$; $V_{mt} = 16\,\frac{km}{h}$]

3. Un ciclista affronta una salita lunga $\Delta S_1 = 10\,km$ ad una velocità media $V_{m1} = 10\,\frac{m}{s}$ e la successiva discesa lunga $\Delta S_2 = 30\,km$ in un tempo $\Delta t_1 = 40\,min$. In quanto tempo ha percorso il tratto in salita? Quale velocità media ha tenuto in discesa? Quale sull'intero percorso?
   [$\Delta t_s = 1000\,s$; $V_{md} = 12,5\,\frac{m}{s}$; $V_{md} = 11,76\,\frac{m}{s}$.]

4. Un ciclista affronta una salita lunga $\Delta S_1 = 21\,km$ ad una velocità media $V_{m1} = 7\,\frac{m}{s}$ e la successiva discesa lunga $\Delta S_2 = 30\,km$ ad una velocità media $V_{m2} = 15\,\frac{m}{s}$. In quanto tempo ha percorso il tratto in salita? In quanto tempo ha percorso il tratto in discesa? Quale velocità media ha tenuto sull'intero percorso?
   [$\Delta t_1 = 3000\,s$; $\Delta t_2 = 2000\,s$; $V_m = 10,2\frac{m}{s}$.]

Problema di: Cinematica - $C0002$

Testo *[C0002]* Un'automobile viaggia alla velocità costante $V_1 = 120\,\frac{km}{h}$ e deve superare un camion che viaggia alla velocità costante $V_2 = 90\,\frac{km}{h}$. Sapendo che il camion è lungo $l_2 = 11\,m$ e che la macchina è lunga $l_1 = 4\,m$, quanto tempo dura il sorpasso?

Spiegazione Viaggiando sia l'automobile che il camion a velocità costante l'unica equazione che ci serve è quella del moto rettilineo uniforme. Per eseguire il sorpasso, la macchina deve percorrere un tratto di strada pari alla somma tra la lunghezza della macchina e del camion; la macchina avrà, rispetto al camion, una velocità relativa pari alla differenza tra la veocità dell'auto e quella del camion.

Svolgimento dalla legge del moto rettilineo uniforme avremo

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{V_{rel}} = \frac{l_1 + l_2}{V_1 - V_2} = \frac{15\,m}{30\,\frac{km}{h}} = \frac{15\,m}{30\,\frac{1000\,m}{3600\,s}} = 1,8\,secondi$$

Problema di: Cinematica - $C0003$

Testo *[C0003]* Un fucile spara orizzontalmente un proiettile con velocità iniziale $V_{ix} = 800\,\frac{m}{s}$ contro un bersaglio posto alla distanza $\Delta S_x = 400\,m$. A quanti centimetri sotto la linea di tiro viene colpito il bersaglio?

Spiegazione Il proiettile si muove di moto parabolico, cioè contemporaneamente di moto rettilineo uniforme in orizzontale e di moto uniformemente accelerato in verticale. Mentre il proiettile si muove in avanti, contemporaneamente cade. Quindi si tratta di sapere di quanto cade nel tempo che impiega il proiettile a raggiungere il bersaglio

Svolgimento Considerando il moto rettilineo uniforme in orizzontale, calcoliamo in quanto tempo il proiettile raggiunge il bersaglio:

$$\Delta t = \frac{\Delta S_x}{V_{ix}} = \frac{400\,m}{800\,\frac{m}{s}} = 0,5\,s$$

Calcoliamo adesso di quanto cade il proiettile nell'intervallo di tempo appena trovato. Teniamo presente che la velocità iniziale in verticale $V_{iy} = 0$; infatti il proiettile veniva sparato orizzontalmente.

$$\Delta S_y = \frac{1}{2}g\Delta t^2 + V_{iy}\Delta t = \frac{1}{2} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0,25\,s^2 = 1,225\,m = 122,5\,cm$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Cinematica - $C0004$

Testo *[C0004]* Una automobile, partendo da ferma, percorre un tratto di strada ΔS_1 muovendosi per un tempo $\Delta t_1 = 10\,s$ con un'accelerazione $a = 1,2\,\frac{m}{s^2}$. Successivamente percorre un tratto di strada ΔS_2 con velocità costante per un tempo $\Delta t_2 = 30\,s$. Quanto è lungo il tratto di strada complessivamente percorso dalla macchina? A quale velocità media ha viaggiato la macchina?

Spiegazione L'automobile si muove inizialmente di moto uniformemente accelerato partendo da ferma e raggiungendo una certa velocità alla fiune del primo tratto. Successivamente mantiene tale velocità costante nel secondo tratto di strada nel quale si muove quindi di moto rettilineo uniforme. La lunghezza del tratto di strada complessivamente percorso sarà pari alla somma delle lunghezze dei due tratti percorsi. Visto che la velocità dell'automobile è cambiata nel tempo ecco che ha senso chiedersi quale velocità media ha tenuto la macchina lungo il percorso nel suo complesso.

Svolgimento Le equazioni del moto uniformemente accelerato ci permettono di calcolare quanto è lungo il primo tratto di strata e quale velocità raggiunge l'automobile.

$$\Delta S_1 = \frac{1}{2}a\Delta t_1^2 + V_i\Delta t_1 = \frac{1}{2} \cdot 1,2\,\frac{m}{s^2} \cdot 100\,s^2 + 0\,m = 60\,m$$

$$V_f = V_i + \Delta V = V_i + a \cdot \Delta t_1 = 0\,\frac{m}{s} + 1,2\,\frac{m}{s^2} \cdot 10\,s = 12\,\frac{m}{s^2}$$

Raggiunta questa velocità, la macchina si muove con velocità costante. Per questo motivo

$$\Delta S_2 = V_f \cdot \Delta t_2 = 12\,\frac{m}{s^2} \cdot 30\,s = 360\,m$$

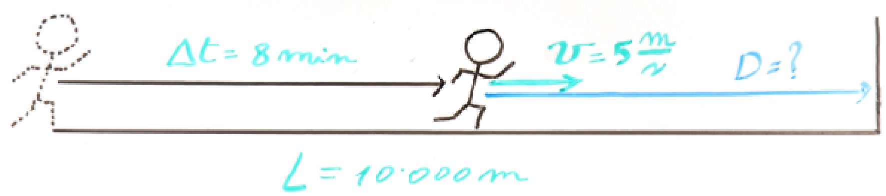
Il tratto di strada complessivamente percorso ed il valore della velocità media tenuta risultano essere

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 420\,m$$

$$V_{media} = \frac{\Delta S_{tot}}{\Delta t_{tot}} = \frac{420\,m}{40\,s} = 10,5\,\frac{m}{s}$$

Problema di: Cinematica - $C0005$

Testo [C0005] Un atleta sta correndo una gara sulla distanza $L = 10000\,m$ viaggiando a velocità costante $V = 5\,\frac{m}{s}$ Se ha già corso per un tempo $\Delta t = 8\,min$ quanto gli manca al traguardo?



Spiegazione L'atleta si sta muovendo di moto rettilineo uniforme in quanto la sua velocità è costante. Calcolandoci quanti metri ha già percorso, per differenza possiamo trovare quanti metri mancano al traguardo

Svolgimento Prima di tutto convertiamo il tempo di gara in secondi

$$\Delta t = 8\,min = 480\,s$$

Lo spazio già percorso dall'atleta è

$$\Delta S = V \cdot \Delta t = 5\,\frac{m}{s} \cdot 480\,s = 2400\,m$$

La distanza ancora da percorrere è

$$D = L - \Delta S = 10000\,m - 2400\,m = 7600\,m$$

Esercizi concettualmente identici

1. Ipotizziamo che un centometrista corra i $100\,m$ della sua gara ad una velocità costante $V = 9.9\,\frac{m}{s}$; quanto dista dal traguardo dopo un tempo $\Delta t = 3\,s$ dalla partenza?
   [$\Delta S_r = 70,3\,m$]

2. un atleta corre una gara lunga $\Delta S_{tot} = 10000\,m$ alla velocità $V = 4\,\frac{m}{s}$. Sapendo che al traguardo manca $\Delta S_2 = 4000\,m$, da quanto tempo la gara è iniziata?

Problema di: Cinematica - $C0006$

Testo *[C0006]* In una partita di calcio un attaccante si dirige verso il portiere avversario con velocità costante $V_1 = 6\,\frac{m}{s}$; il pallone si trova tra i due giocatori e si muove verso il portiere con velocità $V_p = 2\,\frac{m}{s}$; il portiere si muove verso il pallone alla velocità $V_2 = 5\,\frac{m}{s}$. La distanza tra l'attaccante ed il pallone è $\Delta S_1 = 4\,m$; la distanza tra il pallone ed il portiere è $\Delta S_2 = 8\,m$. Chi arriva prima a prendere il pallone?

Spiegazione In questo esercizio ci sono due giocatori che si muovono verso un oggetto anch'esso in movimento. Ognuno dei due giocatori si avvicina al pallone con una velocità data dalla composizione delle velocità del giocatore e del pallone. Per stabilire chi arriva prima sul pallone bisogna stabilire chi impiega meno tempo a raggiungerlo.

Svolgimento La velocità con cui l'attaccante si avvicina al pallone vale

$$V_{1p} = V_1 - V_p = 4\,\frac{m}{s}$$

La velocità con cui il portiere si avvicina al pallone vale

$$V_{2p} = V_2 + V_p = 7\,\frac{m}{s}$$

Il tempo impiegato dall'attaccante a raggiungere il pallone vale

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{V_{1p}} = \frac{4\,m}{4\,\frac{m}{s}} = 1\,s$$

Il tempo impiegato dal portiere a raggiungere il pallone vale

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{V_{2p}} = \frac{8\,m}{7\,\frac{m}{s}} = 1,14\,s$$

Per questo motivo l'attaccante arriva prima

Esercizi concettualmente identici

1. Dopo quanto tempo si scontrano due auto, entrambe che viaggiano una contro l'altra alla velocità $V = 80\,\frac{km}{h}$, se distano tra loro $\Delta S = 2\,km$?
   [$\Delta t = 45\,s$]

2. Due ciclisti si stanno dirigendo verso il traguardo della corsa. Il ciclista in testa viaggia ad una velocità $V_1 = 65\,\frac{km}{h}$, quello che lo segue viaggia ad una velocità $V_2 = 70\,\frac{km}{h}$. Con quale velocità l'inseguitore si sta avvicinando al ciclista davanti a lui?
   [$V_{rel} = 5\,\frac{km}{h}$]

3. In un incidente stradale due auto si scontrano frontalmente. Entrambe viaggiavano ad una velocità $V = 45\,\frac{km}{h}$. A quale velocità relativa è avvenuto lo scontro?
   [$V_{rel} = 90\,\frac{km}{h}$]

4. In un incidente stradale due auto si tamponano. L'auto che viene tamponata viaggiava ad una velocità $V = 45\,\frac{km}{h}$, l'altra viaggiava ad una velocità $V = 65\,\frac{km}{h}$. A quale velocità relativa è avvenuto lo scontro?
   [$V_{rel} = 20\,\frac{km}{h}$]

5. Un treno che viaggia alla velocità $V = 30\,\frac{km}{h}$ passa in stazione senza fermarsi. Sul treno un passeggero sta camminando alla velocità $V = 30\,\frac{km}{h}$ nello stesso verso in cui si muove il treno. Le persone in stazione, quardando il passeggero attraverso i vetri, a quale velocità lo vedono muoversi?
   [$V_{rel} = 60\,\frac{km}{h}$]

Problema di: Cinematica - $C0007$

Testo [C0007] Una persona percorre un tragitto lungo $\Delta S_a = 100\,m$ in un tempo $\Delta t_a = 20\,s$; successivamente si ferma per un intervallo di tempo $\Delta t_b = 10\,s$ e successivamente un tragitto $\Delta S_c = 50\,m$ in un tempo $\Delta t_c = 25\,s$. A quale velocità media ha viaggiato nel primo tratto ΔS_a? A quale velocità media ha viaggiato nel secondo tratto ΔS_c? A quale velocità media ha viaggiato complessivamente?

Spiegazione In questo problema non è possibile specificare in quale tipo di moto stia viaggiando la persona; è però possibile calcolare la velocità media tenuta dalla persona in un certo tratto. Attenzione a non fare il classico errore di confondere la velocità media con la media delle velocità.

Svolgimento Nel primo tratto la velocità media vale

$$V_{m-a} = \frac{\Delta S_{tot}}{\Delta t_{tot}} = \frac{100\,m}{20\,s} = 5\,\frac{m}{s}$$

Nel secondo tratto la velocità media vale

$$V_{m-c} = \frac{\Delta S_{tot}}{\Delta t_{tot}} = \frac{50\,m}{25\,s} = 2\,\frac{m}{s}$$

Complessivamente, contando quindi anche la pausa tenuta dalla persona tra i due tragitti, avremo che

$$V_{m-abc} = \frac{\Delta S_{tot}}{\Delta t_{tot}} = \frac{100\,m + 50\,m}{20\,s + 10\,s + 25\,s} = 2,73\,\frac{m}{s}$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Cinematica - $C0008$

Testo *[C0008]* Un fucile spara orizzontalmente un proiettile alla velocità iniziale $V_{ix} = 800\,\frac{m}{s}$ contro un bersaglio alla distanza $\Delta S_x = 160\,m$. Di quanti centimetri sotto la linea di tiro la pallottola colpirà il bersaglio? (Si trascuri l'effetto dell'attrito con l'aria)

Spiegazione Un proiettile in volo si muove di moto parabolico, cioè di moto rettilineo uniforme in orizzontale e di moto uniformemente accelerato in verticale. Mentre il proiettile si muove in avanti, contemporaneamente cade verso il basso.

Svolgimento Nello svolgimento di questo problema, indicheremo con una x a pedice tutte le grandezze fisiche che hanno a che fare con il movimento in orizzontale, ed indicheremo con una y a pedice tutte le grandezze che hanno a che fare con il movimento in verticale.

Il proiettile si muove di moto rettilineo uniforme in orizzontale

$$\Delta S_x = V_{ix}\Delta t$$

dove con Δt si intende il tempo di volo del proiettile dal fucile al bersaglio

$$\Delta t = \frac{\Delta S_x}{V_{ix}} = \frac{160\,m}{800\,\frac{m}{s}} = 0,2\,s$$

Dobbiamo chiederci adesso di quanto cade un oggetto in quell'intervallo di tempo. Ricordiamoci che il proiettile veniva sparato *orizzontalmente* e quindi la componente verticale della veocità del proiettile vale zero.

$$\Delta S_y = \frac{1}{2}g\Delta t^2 + V_{iy}\Delta t = \frac{1}{2}\cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}\cdot 0,04\,s^2 = 0,196\,m = 19,6\,cm$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un fucile spara un proiettile orizzontalmente con velocità $V_{0x} = 200\,\frac{m}{s}$; il bersaglio si trova $2\,cm$ sotto la linea di tiro e viene colpito nel centro. Quanto si trova distante il bersaglio? (Si trascuri l'effetto dell'attrito con l'aria)
   [$\Delta S_x = 12,78\,m$]

Problema di: Cinematica - $C0009$

Testo *[C0009]* Un oggetto si trova ad una certa altezza e viene sparato verso l'alto con una velocità iniziale $V_i = 4\,\frac{m}{s}$. Sapendo che arriverà a terra dopo un tempo $\Delta t = 2\,sec$, quanto si trovava in alto?

Spiegazione In questo esercizio è facile capire che l'oggetto si muove di moto uniformemente accelerato dal momento che agisce l'accelerazione di gravità. Bisogna però stare attenti alla scelta del sistema di riferimento e mantenere i conti coerenti con tale scelta. Se scegliamo di posizionare il sistema di riferimento rivolto verso l'alto, allora tutti i vettori verso l'alto devono essere scritti nelle formule con il segno positivo e tutti i vettori verso il basso con il segno negativo.

Svolgimento Per sapere l'altezza iniziale dell'oggetto, sapendo che da tale altezza arriva fino a terra, sarà sufficiente calcolare il suo spostamento ΔS, tenendo presente che tale spostamento, essendo un vettore verso il basso, risulterà di valore negativo.

$$\Delta S = \frac{1}{2} g \Delta t^2 + V_i \Delta t$$

$$\Delta S = \frac{1}{2} \cdot \left(-9,8\,\frac{m}{s^2} \right) \cdot 4\,s^2 + 4\,\frac{m}{s} \cdot 2\,s$$

$$\Delta S = -19,6\,m + 8\,m = -11,6\,m$$

L'oggetto ha quindi percorso un certo tragitto (si è mosso verso l'alto per poi ricadere) ma si è spostato di $11,6\,m$ dal punto di partenza fino a terra. L'oggetto si trovava quindi all'altezza di 11,6 m

Problema di: Cinematica - $C0010$

Testo *[C0010]* Un tennista durante il servizio colpisce orizzontalmente la pallina all'altezza $h_i = 2\,m$ imprimendole una velocità iniziale $V_{ix} = 30\,\frac{m}{s}$. Sapendo che la rete nel punto più alto è alta $h_r = 1,07\,m$ e che tale rete si trova alla distanza $\Delta S_x = 11,89\,m$ dalla riga di fondo, calcola a quanti centimetri da terra la pallina passa sopra la rete.

Spiegazione La pallina, lanciata orizzontalmente verso la rete, si muove di moto parabolico, cioè di moto rettilineo uniforme in orizzontale e di moto uniformemente accelerato in verticale. mentre la pallina di sposta verso la rete, contemporaneamente cade; sapendo di quanto cade rispetto all'altezza iniziale dalla quale è partita, possiamo stabilire se passa sopra la rete o no.

Svolgimento Cominciamo con l'analizzare il moto rettilineo uniforme in orizzontale

$$\Delta S_x = V_{ix} \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S_x}{V_{ix}} = \frac{11,89\,m}{30\,\frac{m}{s}} = 0,396\,s$$

Durante questo intervallo di tempo la pallina cade di

$$\Delta S_y = \frac{1}{2} g \Delta t^2 + V_{iy} \Delta t = \frac{1}{2} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot (0,396\,s)^2 = 0,77\,m = 77\,cm$$

Quindi la pallina passa sopra la rete all'altezza da terra $h_2 = h_i - \Delta S_y = 1,23\,m = 123\,cm$

Problema di: Cinematica - $C0011$

Testo *[C0011]* Un'automobile viaggia alla velocità iniziale $V_i = 108\,\frac{km}{h}$ e successivamente comincia a frenare, rallentando fino alla velocità $V_f = 72\,\frac{km}{h}$. Sapendo che la frenata è durata $\Delta t = 4\,sec$, quale accelerazione ha subito l'automobile? In quale verso è tale accelerazione? Quanta strada ha fatto la macchina durante tale frenata?

Spiegazione Questo problema parla di un'automobile che si muove con accelerazione costante, quindi di moto uniformemente accelerato. Il problema si risolverà utilizzando le equazioni del moto uniformemente accelerato. Sarà importante ricordarsi di convertire l'unità di misura della velocità per poi eseguire i conti.

Svolgimento Cominciamo con il convertire i valori delle velocità:

$$V_i = 108\,\frac{km}{h} = 108\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = 30\,\frac{m}{s}$$

$$V_f = 72\,\frac{km}{h} = 72\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = 20\,\frac{m}{s}$$

Le equazioni del moto uniformemente accelerato sono:

$$\Delta V = a\Delta t$$

$$\Delta S = \frac{1}{2}a\delta t^2 + V_i\Delta t$$

dalla prima equazione possiamo ricavare l'accelerazione subita dall'automobile

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_i}{\Delta t} = \frac{20\,\frac{m}{s} - 30\,\frac{m}{s}}{4\,s} = \frac{-10\,\frac{m}{s}}{4\,s} = -2,5\,\frac{m}{s^2}$$

il segno meno indica che l'accelerazione è opposta alla velocità iniziale dell'automobile, ed è per questo motivo che l'automobile sta rallentando.

Utilizzando adesso la seconda equazione

$$\Delta S = \frac{1}{2}\cdot\left(-2,5\,\frac{m}{s^2}\right)\cdot 16\,s^2 + 30\,\frac{m}{s}\cdot 4\,s = 100\,m$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un'automobile sta viaggiando alla velocità $V_i = 36\,\frac{km}{h}$ e comincia a frenare con accelerazione costante $a = 0.5\,\frac{m}{s^2}$. Dopo quanto tempo si ferma? Quanto spazio ha percorso da quando ha cominciato a frenare?
   [$\Delta t = 20\,s$; $\Delta S = 100\,m$.]

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Cinematica - $C0012$

Testo *[C0012]* Due automobili stanno percorrendo a velocità costante due strade che si incrociano. La prima automobile dista dall'incrocio $\Delta S_1 = 600\,m$ e sta viaggiando ad una velocità $V_1 = 30\,\frac{m}{s}$. La seconda automobile dista dall'incrocio $\Delta S_2 = 800\,m$. A quale velocità deve viaggiare la seconda macchina affinchè si scontri con la prima?

Spiegazione Per prima cosa osserviamo che le due automobili viaggiano a velocità costante e quindi si muovono di moto rettilineo uniforme. Questo ci permette di stabilire che l'unica formula da utilizzare è quella del moto uniforme $\Delta S = V \cdot \Delta t$. Osserviamo inoltre che affinchè le due auto si scontrino devono arrivare all'incrocio nello stesso istante, quindi il tempo impiegato dalla prima auto ad arrivare all'incrocio deve essere uguale al tempo impiegato dalla seconda auto.

Svolgimento Cominciamo con il calcolare quanto tempo impiega la prima auto per arrivare all'incrocio

$$\Delta S_1 = V_1 \Delta t_1$$
$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{V_1} = \frac{600\,m}{30\,\frac{m}{s}} = 20\,s$$

Sapendo che affinchè ci sia uno scontro le due auto devono impiegare lo stesso tempo per arrivare all'incrocio

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 = 20\,s$$

quindi la seconda automobile deve viaggiare alla velocità

$$V_2 = \frac{\Delta S_2}{\Delta t_2} = \frac{800\,m}{20\,s} = 40\,\frac{m}{s}$$

Problema di: Cinematica - $C0013$

Testo *[C0013]* Se mi muovo in avanti di $\Delta S_1 = 600\,m$, e poi a destra di $\Delta S_2 = 800\,m$, quanti metri ho percorso? Di quanti metri mi sono spostato rispetto al punto di partenza? Disegna i due spostamenti e lo spostamento totale.

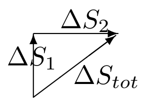
Spiegazione La grandezza fisica chiamata *Spostamento* è una grandezza vettoriale, cioè ha tre caratteristiche (modulo, direzione e verso) e si può rappresentare con un vettore. In questo problema i due vettori spostamento sono perpendicolari tra loro, quindi il vettore somma altro non è se non l'ipotenusa di un triangolo rettangolo che per cateti ha i due vettori indicati dal problema. Ovviamente il moulo dello spostamento totale è la distanza tra il punto di partenza ed il punto di arrivo, e non è da confondersi con il numero di metri percorsi. Il numero di metri percorsi è la lunghezza del percorso seguito.

Svolgimento La lunghezza del percorso fatto (cioè il numero di metri percorsi) è la somma delle lunghezza dei due spostamenti

$$\Delta l_{tot} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 1400\,m$$

Lo spostamento totale è la somma vettoriale dei due spostamenti e vale

$$\Delta S_{tot} = \sqrt{\Delta S_1^2 + \Delta S_2^2} = \sqrt{360000\,m^2 + 640000\,m^2} = 1000\,m$$



Problema di: Cinematica - $C0014$

Testo *[C0014]* Un cannone spara orizzontalmente un proiettile da una postazione rialzata, con una velocità iniziale orizzontale $\vec{V}_{ix} = 50\,\frac{m}{s}$. Dopo un tempo $\Delta t = 4\,s$ colpisce il suo bersaglio. Quanto distante si trova il bersaglio in linea orizzontale? Quanto più in basso rispetto all'altezza del cannone?
[$\Delta S_x = 200\,m$; $\Delta S_y = 78,4\,m$]

Spiegazione Il proiettile sparato dal cannone si muove di moto parabolico; mentre il proiettile avanza, contemporaneamente cade. Per risolvere il problema è necessario analizzare il moto rettilineo uniforme in orizzontale e il moto uniformemente accelerato in verticale.

Svolgimento Cominciamo con l'analizzare il moto rettilineo uniforme in orizzontale

$$\Delta S_x = V_{ix}\Delta t = 50\,\frac{m}{s} \cdot 4\,s = 200\,m$$

Tenendo conto che il proiettile è stato sparato in orizzontale, per cui $V_{iy} = 0$, durante l'intervallo di tempo il proiettile cade di

$$\Delta S_y = \frac{1}{2} g \Delta t^2 + V_{iy}\Delta t = \frac{1}{2} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 16\,s^2 = 78,4\,m$$

Problema di: Cinematica - $C0016$

Testo *[C0016]* Due oggetti vengono lanciati uno verso il basso e l'altro verso l'alto, entrambi con una velocità iniziale $V_i = 5\,\frac{m}{s}$. Se entrambi arrivano a terra dopo un tempo $\Delta t = 4\,s$, quanto si trovavano in alto?
[$h_a = 98,4\,m$; $h_b = 58,4\,m$]

Spiegazione In questo problema due oggetti vengono lanciati con la stessa velocità in due direzioni opposte. Dal momento che arrivano entrambi a terra contemporaneamente, se ne deduce che quello lanciato verso il basso doveva trovarsi più in alto. La particolarità di questo esercizio è che i dati numerici del problema sono gli stessi per entrambi gli oggetti, ma le due situazioni sono di fatto differenti.

Svolgimento L'altezza a cui si trovano i due oggetti coincide con lo spostamento che fanno.

Per il primo oggetto:

$$h_a = \Delta S_a = \frac{1}{2} g \Delta t^2 + V_{i-a}\Delta t = \frac{1}{2} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 16\,s^2 + 5\,\frac{m}{s} \cdot 4\,s = 98,4\,m$$

Per il secondo oggetto:

$$h_b = \Delta S_b = \frac{1}{2} g \Delta t^2 + V_{i-b}\Delta t = \frac{1}{2} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 16\,s^2 - 5\,\frac{m}{s} \cdot 4\,s = 58,4\,m$$

In questo caso il valore della velocità iniziale viene messo negativo in quanto è un vettore opposto ai vettori spostamento ed accelerazione, i quali sono stati messi positivi.

Problema di: Cinematica - $C0017$

Testo *[C0017]* Un pallone viene lanciato verso l'alto con una velocità iniziale $V_i = 10\,\frac{m}{s}$. Dopo quanto tempo non si è spostato?
[$\Delta t = 2,04\,s$]

Spiegazione In questo problema sul moto uniformemente accelerato viene chiesto di trovare in quanto tempo l'oggetto in questione ha fatto un certo spostamento. dal momento che il tempo, nell'equazione oraria del moto uniformemente accelerato, compare al secondo grado, allora per risolvere il problema serve saper risolvere le equazioni di secondo grado.

Svolgimento L'equazione del moto uniformemente accelerato è:

$$\Delta S = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + V_i \Delta t$$

altrimenti scrivibile come

$$\frac{1}{2} a \Delta t^2 + V_i \Delta t - \Delta S = 0$$

Risolvendo l'equazione in funzione del tempo avremo che:

$$\Delta t_{1,2} = \frac{-V_i \pm \sqrt{V_i^2 + 2a\Delta S}}{a}$$

In questo esercizio lo spostamento richiesto all'oggetto è zero, per cui $\Delta S = 0$ e quindi

$$\Delta t_1 = 0$$

$$\Delta t_2 = \frac{-2V_i}{a} = \frac{-2 \cdot 10\,\frac{m}{s}}{-9,8\,\frac{m}{s^2}} = 2,04\,s$$

Da notare che il valore dell'accelerazione di gravità è stato messo negativo in quanto diretta dalla parte opposta rispetto alla velocità iniziale. Guardiamo adesso i valori ottenuti: la prima soluzione indica che l'oggetto non si è spostato nel momento stesso della partenza... e quasta è la soluzione ovvia. Il secondo risultato riguarda il caso in cui l'oggetto, laciato in aria, nel ricadere a terra per un singolo istante si trova nelòla posizione iniziale, e quindi in quell'istante il suo spostamento è nullo.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Cinematica - $C0018$

Testo *[C0018]* Un'auto da corsa alla fine di una gara dista dal traguardo $\Delta S_{1t} = 600\,m$ e viaggia ad una velocità costante $V_1 = 80\,\frac{m}{s}$; una seconda auto dista dal traguardo $\Delta S_{2t} = 500\,m$ e viaggia ad una velocità costante $V_2 = 50\,\frac{m}{s}$. Chi vince la gara? Dopo quanto tempo la macchina più veloce sorpassa quella più lenta? Quando l'auto che vince taglia il traguardo, a che distanza dal traguardo si trova l'auto che perde?
[$\Delta t_1 = 7,5\,s$;$\Delta t_2 = 10\,s$;Vince la prima auto; $\Delta t_{sorp} = 3,33\,s$; $d = 125\,m$]

Spiegazione In questo problema entrambe le auto viaggiano a velocità costante, quindi si muovono di moto rettilineo uniforme. L'unica formula da usare sarà quindi $\Delta S = V \cdot \Delta t$.

Svolgimento Alla prima domanda si risponde stabilendo quale automobile impiega meno tempo ad arrivare al traguardo.

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{V_1} = \frac{600\,m}{80\,\frac{m}{s}} = 7,5\,s$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{V_2} = \frac{500\,m}{50\,\frac{m}{s}} = 10\,s$$

Vince quindi la prima macchina, in quanto, anche se più lontana, ci impiega meno tempo a raggiungere il traguardo.

La macchina più veloce si sta avvicinando a quella più lenta, da lei distante

$$\Delta S_{rel} = S_1 - S_2 = 100\,m$$

con una velocità relativa

$$V_{rel} = V_1 - V_2 = 30\,\frac{m}{s}$$

Il sorpasso avverrà dopo un tempo

$$\Delta t_{sorp} = \frac{\Delta S_{rel}}{V_{rel}} = \frac{100\,m}{30\,\frac{m}{s}} = 3,33\,s$$

Abbiamo visto che l'auto vincitrice taglia il traguardo dopo $\Delta t_1 = 7,5\,s$; in quello stesso tempo l'auto più lenta percorre

$$\Delta S_2 = V_2 \cdot \Delta t_1 = 50\,\frac{m}{s} \cdot 7,5\,s = 375\,m$$

L'auto dista quindi dal traquardo

$$d = \Delta S_{2t} - \Delta S_2 = 500\,m - 375\,m = 125\,m$$

Problema di: Cinematica - $C0019$

Testo *[C0019]* Un ascensore con dentro una persona comincia la sua corsa in salita partendo con accelerazione $a = 2\,\frac{m}{s^2}$. Quanto vale l'accelerazione complessiva subita dalla persona?
[$a_{tot} = 11,8\,\frac{m}{s^2}$]

Spiegazione In questo problema abbiamo una persona che subisce due accelerazioni. L'accelerazione totale sarà semplicemente la somma vettoriale delle due accelerazioni subite.

Svolgimento La prima accelerazione che la persona subisce è l'accelerazione di gravità verticale verso il basso del valore $g = 9,8\,\frac{m}{s^2}$

La seconda accelerazione che la persona subisce è causata dal movimento dell'ascensore. visto che l'ascensore si muove verso l'alto con accelerazione $a = 2\,\frac{m}{s^2}$, allora la persona all'interno dell'ascensore deve percepire un'accelerazione uguale in valore ma rivolta verso il basso.

L'accelerazione totale risulta quindi

$$a_{tot} = g + a = 11,8\,\frac{m}{s^2}$$

Problema di: Cinematica - $C0020$

Testo *[C0020]* Se in macchina eseguo una frenata improvvisa con accelerazione $a = 6\,\frac{m}{s^2}$, quanto vale e verso dove e diretta l'accelerazione totale che subisco?
[$a_t = 11,5\,\frac{m}{s^2}$; in diagonale verso il basso.]

Spiegazione In questo problema abbiamo una persona che subisce due accelerazioni. L'accelerazione totale sarà semplicemente la somma vettoriale delle due accelerazioni subite.

Svolgimento La prima accelerazione che la persona subisce è l'accelerazione di gravità verticale verso il basso del valore $g = 9,8\,\frac{m}{s^2}$

La seconda accelerazione che la persona subisce è causata dal movimento dell'auto. Visto che l'auto frena con accelerazione $a = 2\,\frac{m}{s^2}$ indietro rispetto al movimento dell'auto, allora la persona all'interno dell'ascensore deve percepire un'accelerazione uguale in valore ma rivolta in avanti rispetto al movimento dell'auto.

I due vettori accelerazione sono tra loro perpendicolari, quindi

$$a_{tot} = \sqrt{g^2 + a^2} = 11,5\,\frac{m}{s^2}$$

ed è diretta diagonalmente in avanti verso il basso, come si può constatare effettuando la somma con il metodo grafico.

Problema di: Cinematica - $C0021$

Testo *[C0021]* Una moto si muove con velocità costante $V_1 = 72\,\frac{km}{h}$ inseguendo un'auto che si muove con velocità costante $V_2 = 54\,\frac{km}{h}$. Sappiamo che in un certo istante iniziale l'auto ha $\Delta t = 10\,min$ di vantaggio sulla moto. Quanti metri di distanza ci sono tra l'auto e la moto all'istante iniziale? Dopo quanto tempo la moto raggiunge l'auto?

Spiegazione In questo problema abbiamo due corpi che si muovono entrambi di moto rettilineo uniforme a differenti velocità. La moto insegue l'auto e, visto che si muove più velocemente, prima o poi la raggiunge.

Svolgimento Sappiamo che all'istante iniziale l'auto ha $Deltat = 10\,min$ di vantaggio sulla moto, quindi l'auto ha già percorso

$$\Delta S = V_{auto}\Delta t = 54\,\frac{km}{h} \cdot 10\,min = 54\,\frac{km}{h} \cdot \frac{1\,h}{6} = 9\,km$$

e questo valore è il vantaggio dell'auto sulla moto.

La moto si avvicina all'auto con una velocità relativa

$$V_{rel} = V_{moto} - V_{auto} = 18\,\frac{km}{h}$$

Quindi la moto raggiunge l'auto dopo un tempo

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{V_{rel}} = \frac{9\,km}{18\,\frac{km}{h}} = 0,5\,h = 30\,min$$

Problema di: Cinematica - $C0022$

Testo *[C0022]* Due lepri si rincorrono rispettivamente alla velocità costante $V_1 = 5\,\frac{m}{s}$ e $V_2 = 3\,\frac{m}{s}$, e distano inizialmente $\Delta S = 12\,m$. Dopo quanto tempo il più veloce raggiunge il più lento?

Spiegazione In questo problema abbiamo due lepri che si muovono entrambe di moto rettilineo uniforme a differenti velocità. La lepre più veloce insegue la più lenta raggiungendola.

Svolgimento La lepre veloce si avvicina a quella lenta con una velocità relativa

$$V_{rel} = V_1 - V_2 = 2\,\frac{m}{s}$$

Quindi lo raggiunge dopo un tempo

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{V_{rel}} = \frac{12\,m}{2\,\frac{m}{s}} = 6\,s$$

Problema di: Cinematica - $C0023$

Testo *[C0023]* Un atleta deve correre una gara lunga $\Delta S_{tot} = 60\,m$. Partendo con una velocità iniziale $V_i = 4\,\frac{m}{s}$, ha già corso per un tempo $\Delta t = 3\,s$ con un'accelerazione costante $a = 0,5\,\frac{m}{s^2}$. Quanti metri mancano al traguardo?

Spiegazione In questo problema l'atleta ha già percorso un certo tratto di strada. Per sapere quanti metri mancano al traguardo è necessario calcolarsi quanti metri ha già percorso e sottrarre questo valore alla lunghezza complessiva della gara. Sapendo che l'atleta si muove con accelerazione costante, se ne deduce che si muove di moto uniformemente accelerato; questa informazione è determinante per sapere quali formule utilizzare per calcolarsi quanti metri ha già percorso.

Svolgimento La strada che l'atleta ha già percorso vale:

$$\Delta S = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + V_i\Delta t$$

$$\Delta S = \frac{1}{2}\cdot 0,5\,\frac{m}{s^2}\cdot 9\,s^2 + 4\,\frac{m}{s}\cdot 3\,s = 14,25\,m$$

La strada che deve ancora percorrere vale:

$$\Delta S_{mancante} = \Delta S_{tot} - \Delta S = 60\,m - 14,25\,m = 45,75\,m$$

Problema di: Cinematica - $C0024$

Testo *[C0024]* Giorgio percorre $\Delta S_1 = 7\,hm$ e successivamente si muove per un tempo $\Delta t_1 = 3\,min$ viaggiando alla velocità $V_1 = 4\,\frac{m}{s}$. Marco percorre una distanza $\Delta S_2 = 0,6\,Miglia$ e successivamente si muove per un tempo $\Delta t_2 = 0,1\,h$ viaggiando alla velocità $V_2 = 2\,\frac{m}{s}$. Chi ha percorso più strada?

Spiegazione In questo problema due persone si muovono... basta calcolare per entrambe quanta strada hanno fatto.

Svolgimento La distanza che ha percorso Giorgio vale:

$$\Delta S = \Delta S_1 + V_1\cdot\Delta t_1$$

$$\Delta S = 7\,hm + 4\,\frac{m}{s}\cdot 3\,min = 700\,m + 4\,\frac{m}{s}\cdot 180\,s = 1420\,m$$

La distanza che ha percorso Marco vale:

$$\Delta S = \Delta S_1 + V_1\cdot\Delta t_1$$

$$\Delta S = 0,6\,Miglia + 2\,\frac{m}{s}\cdot 0,1\,h = 0,6\cdot 1600\,m + 2\,\frac{m}{s}\cdot 0,1\cdot 3600\,s = 1680\,m$$

Marco ha fatto un po' più di strada.

Problema di: Cinematica - $C0025$

Testo *[C0025]* Un oggetto viene lanciato verso l'alto da un'altezza $h_i = 30\,m$ con una velocità iniziale $V_i = 5\,\frac{m}{s}$. Dopo quanto tempo arriva a terra?
[$\Delta t = 3\,s$]

Spiegazione In questo problema sul moto uniformemente accelerato viene chiesto di trovare in quanto tempo l'oggetto in questione ha fatto un certo spostamento. dal momento che il tempo, nell'equazione oraria del moto uniformemente accelerato, compare al secondo grado, allora per risolvere il problema serve saper risolvere le equazioni di secondo grado.

Svolgimento Consideriamo il sistema di riferimento con l'origine nel terreno e rivolto verso l'alto.

L'equazione del moto uniformemente accelerato è:

$$\Delta S = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + V_i \Delta t$$

altrimenti scrivibile come

$$\frac{1}{2} a \Delta t^2 + V_i \Delta t - \Delta S = 0$$

Risolvendo l'equazione in funzione del tempo avremo che:

$$\Delta t_{1,2} = \frac{-V_i \pm \sqrt{V_i^2 + 2a\Delta S}}{a}$$

In questo esercizio lo spostamento richiesto all'oggetto è $\Delta S = -30\,m$; l'accelerazione di gravità è $a = g = -9,8\,\frac{m}{s^2}$.

$$\Delta t_1 = -2,02\,s$$

$$\Delta t_2 = 3,04\,s$$

Da notare che il valore dell'accelerazione di gravità è stato messo negativo in quanto diretta dalla parte opposta rispetto al verso del sistema di riferimento. Guardiamo adesso i valori ottenuti: la soluzione positiva è la risposta al problema; il risultato negativo afferma che nel suo movimento l'oggetto si trovava a terra in un certo istante nel passato. Visto che l'oggetto all'istante iniziale si muoveva verso l'alto, questo vuol dire in effetti che proveniva da un punto più un basso.

Problema di: Cinematica - $C0026$

Testo *[C0026]* Un oggetto viene lasciato cadere, partendo da fermo, in un pozzo, e ne tocca il fondo dopo un tempo $\Delta t = 2\,s$. Quanto è profondo il pozzo?

Spiegazione In questo problema sul moto uniformemente accelerato viene chiesto di trovare di quanto si è spostato l'oggetto in questione nell'intervallo di tempo indicato. E' sufficiente applicare la formula del moto uniformemente accelerato.

Svolgimento L'equazione del moto uniformemente accelerato è:

$$\Delta S = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + V_i\Delta t$$

L'accelerazione in questione è l'accelerazione di gravità.

$$\Delta S = \frac{1}{2} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 4\,s^2 + 0 = 19,6\,m$$

Problema di: Cinematica - $C0027$

Testo *[C0027]* Un atleta corre una gara alla velocità costante $V = 4\frac{m}{s}$. Sapendo che al traguardo manca $\Delta S_2 = 3800\,m$, e che la gara è iniziata da $\Delta t = 5\,min$, quanto è lunga tutta la gara?

Spiegazione Nel testo del problema viene specificato che l'atleta si muove con velocità costante, e quindi di moto rettilineo uniforme. Sapendo da quanto tempo è iniziata la gara e sapendo la velocità dell'atleta ci si può calcolare la distanza già percorsa. Sapendo poi la distanza rimanente, possiamo calcolare la lunghezza totale della gara.

Svolgimento La distanza già percorsa dall'atleta è

$$\Delta S_1 = V \cdot \Delta t = 4\,\frac{m}{s} \cdot 5\,min = 4\,\frac{m}{s} \cdot 300\,s = 1200\,m$$

La lunghezza totale della gara è quindi

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 1200\,m + 3800\,m = 5000\,m$$

Problema di: Cinematica - $C0028$

Testo *[C0028]* Su di un campo da calcio rettangolare di dimensioni $l = 100\,m$ e $h = 70\,m$, Marco e Luigi si muovono da un vertice del rettangolo a quello opposto. Marco si muove lungo il perimetro, mentre Luigi si muove lungo la diagonale del campo. Sapendo che Marco corre alla velocità $V_M = 6\,\frac{m}{s}$ e che Luigi corre più lento alla velocità $V_L = 5\,\frac{m}{s}$, chi arriva prima?

Spiegazione Marco percorre un certo tratto di strada ad una certa velocità. Luigi percorre un tratto di strada più corto viaggiando ad una velocità minore. Per sapere chi arriva prima a destinazione bisogna calcolare i tempi che ci impiegano.

Svolgimento La distanza percorsa da Marco è

$$\Delta S_M = l + h = 170\,m$$

La distanza percorsa da Luigi è pari alla lunghezza della diagonale del rettangolo

$$\Delta S_L = \sqrt{l^2 + h^2} \sim 122\,m$$

Il tempo impiegato da Marco è

$$\Delta t_M = \frac{\Delta S_M}{V_M} = \frac{170\,m}{6\,\frac{m}{s}} = 28,3\,s$$

Il tempo impiegato da Luigi è

$$\Delta t_L = \frac{\Delta S_L}{V_L} = \frac{122\,m}{5\,\frac{m}{s}} = 24,2\,s$$

Luigi Arriva prima di Marco

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

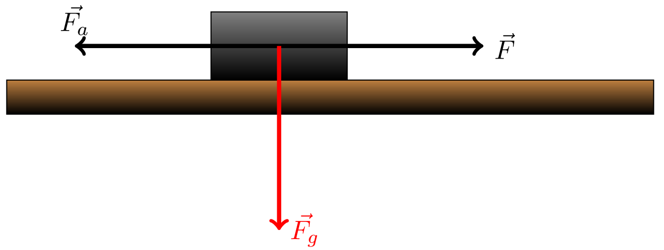
Dinamica: soluzioni — Scheda 5

Problema di: Dinamica - $D0001$

Testo *[D0001]* Un blocco di massa $m = 20\,kg$ fermo su un piano orizzontale con coefficiente di attrito statico $\mu_{statico} = 3$ viene spinto verso destra. Esso comincia a muoversi sotto l'azione di una forza F con un'accelerazione totale $a_{tot} = 5\frac{m}{s^2}$. Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico tra il piano orizzontale e l'oggetto?

1. Calcola la forza di gravità che agisce sull'oggetto.
2. Calcola la forza di attrito statico che agisce sull'oggetto.
3. Quanto vale la forza che fa cominciare a muovere l'oggetto?
4. Quale forza totale subisce l'oggetto mentre si muove?
5. Quanto vale la forza di attrito dinamico sull'oggetto
6. Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico tra il piano e l'oggetto?

Spiegazione In questo esercizio abbiamo un oggetto che, inizialmente fermo, comincia a muoversi sotto l'azione di una forza F.



Inizialmente l'oggetto è fermo perchè la forza di attrito statico impedisce all'oggetto di muoversi. In questa situazione la somma di tutte le forze è nulla $\vec{F}_{tot} = 0$. Quando la forza F è sufficientemente intensa da vincere l'attrito statico, allora l'oggetto comincia a muoversi. In quell'istante l'attrito statico diventa dinamico e quindi meno intenso. Di conseguenza la forza che spinge l'oggetto è ora maggiore della forza che lo frena, quindi la forza totale non è nulla. Visto che la forza totale non è nulla, allora l'oggetto si muove di conseguenza con una certa accelerazione.

Svolgimento La forza di gravità che agisce sull'oggetto è

$$F_g = mg = 20\,kg \cdot 9,8\frac{m}{s^2} = 196N$$

La forza d'attrito statico è generata dal fatto che c'è una forza che schiaccia l'oggetto sul pino orizzontale. In questo caso tale forza è la forza di gravità.

$$F_{statico} = \mu F_g = 3 \cdot 196\,N = 588\,N$$

La forza da fare per spostare l'oggetto deve essere tale da vincere la forza d'attrito. Quindi la forza vale

$$F = 588N$$

Mentre l'oggetto si muove subisce un'accelerazione

$$a_{tot} = 5\frac{m}{s^2}$$

e quindi una forza

$$F_{tot} = 20\,kg \cdot 5\frac{m}{s^2} = 100\,N$$

La forza totale che subisce l'oggetto è data da

$$F_{tot} = F - F_{din}$$

Dovete infatti tenere presente che adesso che l'oggetto si muove, l'attrito statico non esiste più e viene sostituito da quello dinamico. Quindi

$$F_{din} = F - F_{tot} = 588\,N - 100\,N = 488\,N$$

Il coefficiente di attrito dinamico sarà quindi

$$\mu_{din} = \frac{F_{din}}{F_g} = \frac{488\,N}{196\,N} = 2,49$$

giustamente minore del valore del coefficiente di attrito statico.

Esercizi concettualmente identici

1. Un blocco di ferro pesa $F_p = 98\,N$ fermo su un piano orizzontale con coefficiente di attrito statico $\mu_{statico} = 3$ viene spinto verso destra. Qual'è il valore della forza che si deve applicare per far muovere l'oggetto? Nel momento in cui comincia a muoversi, subisce un'accelerazione $a_{tot} = 5\,\frac{m}{s^2}$. Quale forza totale sta subendo l'oggetto? Quanto vale, di conseguenza, la forza di attrito dinamico che agisce sul blocco di ferro? Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico tra l'oggetto ed il piano su cui striscia?
[$F = 294\,N$; $F_{tot} = 50\,N$; $F_{ad} = 244\,N$; $\mu_d = 2,49$]

2. Un oggetto del peso di $F = 40\,N$ si sposta su di un piano orizzontale con coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0,02$, sotto l'azione di una forza $F = 20\,N$ nella direzione del moto. Qual è la forza totale che agisce su di esso?
[$F_{tot} = 19,2\,N$ nella direzione del moto]

3. Un oggetto di massa $m = 3\,kg$ viene fatto strisciare su di un piano orizzontale con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.5$ spinto da una forza $F = 50\,N$. Quanto vale la forza di gravità che agisce sull'oggetto? Quanto vale la forza di attrito che frena l'oggetto? Quanto vale la reazione vincolare fatta dal piano orizzontale per sorreggere l'oggetto? Quanto vale la forza totale che spinge l'oggetto? Quanto vale l'accelerazione totale subita dall'oggetto?
[$F_g = 29,4\,N$; $F_{att} = 14,7\,N$; $R_v = 29,4\,N$; $F_{tot} = 35,3\,N$; $a_{tot} = 11,77\,\frac{m}{s^2}$]

4. Un oggetto di massa $m = 10\,kg$ è fermo su di un piano orizzontale con coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.5$ e con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0,3$. Per spostarlo lo spingete con una forza F. Quanto vale la forza di gravità che agisce sull'oggetto? Quanto vale la forza F che bisogna fare per spostare l'oggetto quando è fermo? Quanto vale la forza di attrito dinamico che frena l'oggetto mentre si muove? Quanto vale la forza totale che spinge l'oggetto mentre si muove? Quanto vale la sua accelerazione totale?
[$F_g = 98\,N$; $F = 49\,N$; $F_{ad} = 29,4\,N$; $F_t = 19,6\,N$; $a_t = 1,96\,\frac{m}{s^2}$]

5. Un blocco di massa $m = 50\,kg$ fermo su un piano orizzontale con coefficiente di attrito statico $\mu_{statico} = 2$ viene spinto verso destra. Esso comincia a muoversi sotto l'azione di una forza F con accelerazione $a_{tot} = 0,5\,\frac{m}{s^2}$. Calcola la forza di gravità che agisce sull'oggetto. Calcola la forza di attrito statico sull'oggetto. Quanto vale la forza che serve per far cominciare a muovere l'oggetto? Ora l'oggetto si sta muovendo. Quale forza totale subisce l'oggetto mentre si muove? Sapendo la forza totale che spinge l'oggetto, e conoscendo la forza F ad esso applicata, quanto vale la forza di attrito dinamico sull'oggetto? Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico tra il piano orizzontale e l'oggetto?
[$F_g = 490\,N$; $F_{as} = 980\,N$; $F = 980\,N$ pari alla forza di attrito statico; $F_2 = 25\,N$; $F_{ad} = 955\,N$; $\mu_d = 1,95$]

Problema di: Dinamica - $D0002$

Testo *[D0002]* Quale percentuale del volume di una statuetta di legno di densità $\rho = 0,7\,\frac{g}{cm^3}$ rimane immersa nell'acqua quando galleggia?

Spiegazione Abbiamo un oggetto di legno che sta galleggiando e quindi si trova in equilibrio statico. La somma della forza di gravità e della forza di archimede deve essere nulla, quindi queste due forze devono essere uguali.

Svolgimento

1. La forza di gravità che agisce sull'oggetto deve essere uguale alla forza di archimede:
$$F_g = F_{Arch}$$
$$m_{ogg}g = \rho_{acqua}V_{imm}g$$
$$m_{ogg} = \rho_{acqua}V_{imm}$$
2. La massa dell'oggetto può essere scritta come
$$m_{ogg} = \rho_{ogg}V_{ogg}$$
3. La precedente formula diventa quindi
$$\rho_{ogg}V_{ogg} = \rho_{acqua}V_{imm}$$
$$\frac{V_{imm}}{V_{ogg}} = \frac{\rho_{ogg}}{\rho_{acqua}}$$
$$\frac{V_{imm}}{V_{ogg}} = \frac{0,7\,\frac{g}{cm^3}}{1\,\frac{g}{cm^3}} = 0,7 = 70\%$$

Problema di: Dinamica - $D0003$

Testo *[D0003]* Un oggetto si muove su di un piano orizzontale con velocità costante, sotto l'azione di una forza $F = 100\,N$. Se il coefficiente di attrito tra il piano e l'oggetto vale $\mu_d = 1,5$ quanto vale la massa dell'oggetto?

Spiegazione Abbiamo un oggetto che si muove spinto da una forza e che viaggia con velocità costante, mentre la forza di attrito radente con il piano orizzontale lo sta frenando. La forza che schiaccia l'oggetto contro la superficie è in questo caso la forza di gravità sull'oggetto.

Svolgimento

1. Il primo principio della dinamica mi dice che la forza F deve essere uguale alla forza di attrito:
$$F_a = F$$
2. Da qui, sapendo che in questo esercizio la forza di attrito è generata dalla forza di gravità:
$$\mu_d F_{achiaccia} = F$$
$$\mu_d mg = F$$
3. In fine trovo la massa dell'oggetto
$$m = \frac{F}{\mu_d g} = \frac{100\,N}{1,5 \cdot 9,8\frac{m}{s^2}} = 6,8\,kg$$

Problema di: Dinamica - $D0004$

Testo [D0004] Un oggetto di ferro di massa $m = 2\,kg$ è appeso ad una molla di costante elastica $k = 10\,\frac{N}{cm}$ e contemporaneamente viene tirato verso il basso da una calamita che esercita una forza magnetica $F_m = 50\,N$. Visto che l'oggetto è fermo, di quanto si è allungata la molla?

Spiegazione Visto che l'oggetto in questione è fermo, allora la somma delle forze che agiscono su di lui è zero. Sull'oggetto agiscono la forza di gravità verso il basso, la forza elastica verso l'alto e la forza magnetica verso il basso.

Svolgimento Visto che la somma delle forze che agiscono sull'oggetto è zero

$$F_{el} = F_g + F_m$$

$$k \cdot \Delta l = mg + F$$

$$\Delta l = \frac{mg + F}{k} = \frac{2\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} + 50\,N}{10\,\frac{N}{cm}} = 6,96\,cm$$

Esercizi concettualmente identici

1. Una mongolfiera di massa $m_m = 120\,kg$ e volume $V = 3000\,m^3$, trattenuta da una corda fissata a terra, si trova ad un'altezza $h = 100\,m$ da terra. Su di essa ci sono 2 persone ognuna aventi massa $m_p = 70\,kg$. In questo momento la mongolfiera è ferma. La densità dell'aria vale $\rho_{aria} = 1,3\frac{kg}{m^3}$ e la densità dell'aria calda vale $\rho_{aria-calda} = 1,08\frac{kg}{m^3}$. Quanto vale la massa complessiva della mogolfiera (massa della mongolfiera + massa delle persone + massa dell'aria calda)? Quanto vale e verso dove è diretta la forza di gravità complessiva che agisce sulla mogolfiera? Quanto vale e verso dove è diretta la forza di Archimede che agisce sulla mongolfiera? Quanto vale la tensione sul filo?
[$m = 3500\,kg$; $F_g = 34300\,N$; $F_A = 38220\,N$; $T = 3220\,N$;]

2. Un oggetto di massa $m = 500\,kg$ e volume $V = 100\,dm^3$ schiaccia una molla con costante elastica $k = 800\frac{N}{cm}$. Quanto vale la forza di gravità che agisce sull'oggetto? Di quanto si accorcia la molla? Se immergo l'oggetto e la molla in un liquido la molla si accorcia di più o di meno? Perchè? La densità dell'acqua è $\rho_{H_2O} = 1\frac{kg}{dm^3}$. Di quanto si accorcia la molla se l'oggetto è immerso in acqua?
[$F_g = 4900\,N$; $\Delta l = 6,125\,cm$; La molla si accorcia di meno, visto che si aggiunge la forza di Archimede che spinge l'oggettoin alto; $\Delta l = 4,9\,cm$]

3. Un oggetto di densità $\rho = 0.7\frac{kg}{dm^3}$ è completamente immerso in un liquido di densità $\rho = 0.9\frac{kg}{dm^3}$. Il suo volume totale è $V_{tot} = 30\,dm^3$. Quanto vale la massa dell'oggetto? Quanto vale la forza di gravitá che agisce sull'oggetto? Quanto vale la forza di Archimede che agisce sull'oggetto? Quanto vale la forza totale che lo spinge verso l'alto? Una volta che l'oggetto è arrivato in superficie (e quindi si ferma) quanto vale la forza di Archimede che agisce su di esso? Quanto vale il volume della parte immersa dell'oggetto?
[$m = 21\,Kg$; $F_g = 205,8\,N$; $F_A = 264,6\,N$; $F_{tot} = 58,8\,N$; $F_{A_2} = 205,8\,N$; $V = 23,33\,dm^3$]

Problema di: Dinamica - $D0005$

Testo *[D0005]* Un oggetto di massa $m = 2\,kg$ è appeso ad una molla di costante elastica $k = 10\,\frac{N}{cm}$. Di quanto si allunga la molla?

Spiegazione Appendendo l'oggetto alla molla, la molla si allunga. Non focalizziamoci sul fatto che per un certo tempo l'oggetto appeso oscillerà, ma concentriamoci sulla posizione finale che l'oggetto assume, cioè quando l'oggetto si ferma. Quando l'oggetto è fermo è in equilibrio

Svolgimento Quando l'oggetto appeso alla molla è fermo, allora è in equilibrio e quindi la somma delle forze deve valere zero. La forza elastica è quindi uguale alla forza di gravità.

$$F_{el} = F_g$$

$$k \cdot \Delta l = mg$$

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{2\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}}{10\,\frac{N}{cm}} = 1,96\,cm$$

Problema di: Dinamica - $D0006$

Testo *[D0006]* Una slitta di massa $m_1 = 0,12\,kg$ scivola senza attrito su un piano orizzontale tirato da un filo di massa trascurabile che, passando attraverso una carrucola, è a sua volta attaccato ad un peso di massa $m_2 = 0,02\,kg$. Tale peso viene tirato verso il basso dalla forza di gravità. Con quale accelerazione si muove il sistema?

Spiegazione Il pesino m_2 viene spinto verso il basso dalla forza di gravità; tale forza fa però muovere sia il pesino che la slitta con la stessa accelerazione. Quindi per il secondo principio della dinamica la forza di gravità sul pesino dovrà essere uguale alla massa totale del sistema moltiplicato la sua accelerazione.

Svolgimento La forza di gravità che agisce sul pesino è

$$F_{g2} = m_2 g = 0,02\,kg \cdot 9,8\frac{m}{s^2} = 1,96N$$

Per il secondo principio della dinamica

$$F_{tot} = m_{tot} \cdot a_{tot}$$

avremo che

$$F_{g2} = (m_1 + m_2)a$$

$$m_2 g = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g$$

$$a = \frac{0,02\,kg}{0,14\,kg} \cdot 9,8\frac{m}{s^2} = 1,4\,\frac{m}{s^2}$$

Problema di: Dinamica - $D0007$

Testo *[D0007]* Una sbarra orizzontale è libera di ruotare intorno ad un perno centrale. Essa è sottoposta all'azione di tre forze: una forza $F_1 = 30\,N$ verso il basso posta ad una distanza $b_1 = 30\,cm$ dal perno sul suo lato sinistro, una forza $F_2 = 10\,N$ verso il basso posta ad una distanza $b_2 = 30\,cm$ dal perno sul suo lato destro, ed una forza $F_3 = 40\,N$ verso il basso posta ad una distanza b_3 sul suo lato destro. Calcola quanto valgono la distanza b_3 e la reazione vincolare R_v del perno affinché la sbarra possa rimanere ferma.

Spiegazione In questo esercizio abbiamo una sbarra sottoposta complessivamente a quattro forze. Visto che la sbarra è ferma avremo che la somma di tutte le forze che agiscono sulla sbarra è nulla, e la somma di tutti i momenti che agiscono sulla sparra è nulla.

Svolgimento Cominciamo con l'affermare che la somma di tutte le forze è zero; la somma delle forze verso l'alto deve quindi essere uguale alla somma delle forze verso il basso.

$$R_v = F_1 + F_2 + F_3$$

Per cui

$$R_v = 80\,N$$

Adesso affermiamo che la somma di tutti i momenti è zero; la somma dei momenti orari deve essere uguale alla somma dei momenti antiorari. Consideriamo il perno come punto di rotazione del sistema e di conseguenza togliamo dall'equazione il momento della reazione vincolare.

$$M_1 = M_2 + M_3$$

$$F_1 b_1 = F_2 b_2 + F_3 b_3$$

$$F_1 b_1 - F_2 b_2 = F_3 b_3$$

$$b_3 = \frac{F_1 b_1 - F_2 b_2}{F_3} = \frac{900\,N\,cm - 300\,N\,cm}{40\,N} = 15\,cm$$

Problema di: Dinamica - $D0008$

Testo *[D0008]* Un vaso di massa trascurabile contenente $V = 15\,dm^3$ di acqua di mare ($\rho = 1,03\,\frac{kg}{dm^3}$) è appeso al soffitto con una molla di costante elastica $k = 100\,\frac{N}{m}$. Di quanto si allunga la molla?

Spiegazione In questo problema la forza di gravità tira il vaso verso il basso mentre la molla si allunga e so spinge verso l'alto. Consideriamo trascurabile la massa del vaso. Per risolvere il problema i servirà conoscere il valore della densità dell'acqua salata $\rho_{H_2O} = 1,03\,\frac{kg}{dm^3}$.

Svolgimento Consideriamo con indicare la massa di acqua presente nel vaso con

$$m_{H_2O} = \rho_{H_2O} \cdot V$$

La forza di gravità verso il basso vale

$$F_g = \rho_{H_2O} \cdot V \cdot g$$

la forza elastica che tira verso l'alto vale

$$F_{el} = k \cdot \Delta l$$

Per cui, eguagliando le due forze

$$k \cdot \Delta l = \rho_{H_2O} \cdot V \cdot g$$

$$\Delta l = \frac{\rho_{H_2O} \cdot V \cdot g}{k} = \frac{1,03\,\frac{kg}{dm^3} \cdot 15\,dm^3 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}}{k = 100\,\frac{N}{m}} = 1,5\,m$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Esercizi concettualmente identici

1. Ad una molla di costante elastica $k = 50\,\frac{N}{m}$ viene appeso un oggetto di massa $m = 4\,kg$. Di quanto si allunga la molla?
   [$\Delta l = 0,784\,m$]
2. Una molla di costante elastica $k = 5\,\frac{N}{cm}$ viene schiacciata verso il basso da un oggetto di massa $m = 12\,kg$. Di quanto si accorcia la molla?
   [$\Delta l = 23,2\,cm$]
3. Un oggetto di massa $m = 20\,kg$ viene messo sopra una molla facendola accorciare di $\Delta l = 2\,cm$. Quanto vale la forza di gravità che agisce sull'oggetto? Quanto vale la forza fatta dalla molla per sorreggere l'oggetto? Quanto vale la costante elastica della molla?
   [$F_g = 196\,N$; $F_e = 196\,N$; $k = 98\,\frac{N}{cm}$]
4. Un oggetto di massa $m = 5\,kg$ viene appeso ad una molla di costante elastica $k = 16\frac{N}{m}$ attaccata al soffitto. Quanto vale la forza di gravità che agisce sull'oggetto? Di quanto si allunga la molla?
   [$F_g = 49\,N$; $\Delta l = 306,25\,cm$;]
5. Un'automobile di massa $m = 800\,kg$ si appoggia su quattro ammortizzatori di costante elastica $k = 100\frac{N}{cm}$. Di quanto vengono compressi tali ammortizzatori a causa del peso dell'automobile?
   [$\Delta l = 19,6\,cm$]
6. Un'edificio costruito com $m = 200000\,kg$ di materiale edile si appoggia su 16 molle di costante elastica $k = 10000\frac{N}{cm}$. Di quanto si comprimono tali molle a causa del peso dell'edificio?
7. Su di un'automobile sale una persona di massa $m = 80\,kg$. Di quanto si abbassa l'automobile se i quattro ammortizzatori su cui poggia hanno costante elastica $k = 100\,\frac{N}{cm}$?
   [$\Delta l = 1,96\,cm$]

Problema di: Dinamica - $D0009$

Testo *[D0009]* Due persone stanno sollevando una trave di forma irregolare, di massa $m = 50\,kg$ e lunga $l = 2\,m$ tenendola per i suoi estremi. Il baricentro della trave si trova a $d = 70\,cm$ da uno degli estremi della trave stessa. Quanto valgono le forze fatte dalle due persone?

Spiegazione Le forze che le due persone devono fare servono per tenere la sbarra in equilibrio rotazionale e traslazionale. Eseguito uno schema della situazione, la soluzione del problema si ottiene imponendo due condizioni: la somma di tutte le forze è zero, e la somma di tutti i momenti è zero. In particolare per la seconda equazione, visto che la sbarra è ferma, possiamo scegliere come punto di rotazione quello che preferiamo; la scelta più comoda sarà di considerare come punto di rotazione uno degli estremi della sbarra.

Svolgimento Impostiamo la condizione di equilibrio rotazionale, scegliendo come punto di rotazione il punto di applicazione della forza F_1, quella più vicina al baricentro della trave

$$M_2 = M_g$$

$$F_2 l = mgd$$

$$F_2 = \frac{mgd}{l} = \frac{50\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0,7\,m}{2\,m} = 171,5\,N$$

Impostiamo la condizione di equilibrio traslazionale

$$F_1 + F_2 = mg$$

$$F_1 = mg - F_2 = 50\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} - 171,5\,N = 318,5\,N$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Dinamica - $D0010$

Testo [D0010] Tre cubi omogenei di lato $l = 10\,cm$ e di massa $m_1 = 9\,kg$, $m_2 = 5\,kg$, $m_3 = 2\,kg$, sono posti nell'ordine uno sopra all'altro. A quale altezza si trova il baricentro del sistema?

Spiegazione Il baricentro di un sistema di corpi è il centro delle masse del sistema. I tre cubi hanno stessa forma e volume, ma masse differenti in quanto fatti di materiali differenti. Il baricentro di ogni cubo si trova nel centro geometrico del cubo stesso, quindi per trovare il baricentro del sistema basta utilizzare l'opportuna formuletta.

Svolgimento Le altezze dei baricentri dei singoli cubi sono

$$y_1 = 5\,cm$$

$$y_2 = 15\,cm$$

$$y_3 = 25\,cm$$

Il baricentro del sistema si trova all'altezza

$$y_b = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{45\,kg\,cm + 75\,kg\,cm + 50\,kg\,cm}{16\,kg} = 10,625\,cm$$

Problema di: Dinamica - $D0012$

Testo [D0012] Una sbarra di ferro lunga $l = 2\,m$ il cui baricentro si trova a $d = 50\,cm$ da uno degli estremi, viene appoggiata su due molle poste agli estremi della sbarra, le quali si schiacceranno della stessa quantità $\Delta l = 6\,cm$. Sapendo che la prima molla ha costante elastica $k_1 = 1000\,\frac{N}{cm}$, quanto vale la costante elastica dell'altra molla e quanto vale la massa della sbarra?

Spiegazione Questo è un problema di equilibrio. Visto che la sbarra è ferma, la somma delle forze è zero e la somma dei momenti è zero; queste due condizioni permetteranno di risolvere il problema.

Svolgimento Cominciamo con l'imporre la condizione di equilibrio rotazionale; consideriamo il baricentro della sbarra come punto di rotazione.

$$F_2b_2 = F_1b_1$$

Dove F_1 e F_2 sono le forze esercitate dalle due molle e b_1 e b_2 sono i rispettivi bracci relativi al baricentro della sbarra.

$$F_2 = \frac{F_1b_1}{b_2} = \frac{k_1\Delta l \cdot d}{l - d} = \frac{1000\,\frac{N}{cm} \cdot 6\,cm \cdot 0,5\,m}{1,5\,m} = 2000\,N$$

$$k_2 = \frac{F_2}{\Delta l} = \frac{2000\,N}{6\,cm} = 333,3\,\frac{N}{cm}$$

Adesso imponiamo la condizione di equilirio traslazionale (somma delle forze uguale a zero)

$$F_g = F_1 + F_2$$

$$mg = F_1 + F_2$$

$$mg = k_1\Delta l + k_2\Delta l$$

$$m = \frac{k_1\Delta l + k_2\Delta l}{g} = \frac{6000\,N + 2000\,N}{9,8\,\frac{m}{s^2}} = 816,3\,kg$$

Problema di: Dinamica - $D0013$

Testo *[D0013]* Un cubo di ferro di densità $\rho_{Fe} = 7874\,\frac{kg}{m^3}$, e di lato $l = 20\,cm$ si trova sul fondo di una piscina piena di acqua di densità $\rho_{H_2O} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$. Qual è la minima forza necessaria per sollevarlo dal fondo della piscina?

Spiegazione Sul cubo di ferro agiscono la forza di gravità verso il basso e la forza di Archimede verso l'alto. Visto che la forza di gravità è maggiore della forza di archimede, per sollevare l'oggetto dobbiamo fare una forza maggiore o al minimo uguale a quella necessaria per sorreggerlo e tenerlo in equilibrio.

Svolgimento Il volume e la massa dell'oggetto valgono

$$V_{Fe} = l^3 = 8000\,cm^3 = 0,008\,m^3$$

$$m_{Fe} = \rho_{Fe} V_{Fe} = 7874\,\frac{kg}{m^3} \cdot 0,008\,m^3 = 63\,kg$$

La forza di gravità vale

$$F_g = mg = 63\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 617,3\,N$$

Essendo l'oggetto completamente immerso nell'acqua

$$F_{Arc} = \rho_{H_2O} V_{Fe} g = 1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 0,008\,m^3 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 78,4\,N$$

Infine la forza che devo fare per sorreggere il blocco e tenerlo in equilibrio vale

$$T = F_g - F_{Arc} = 617,3\,N - 78,4\,N = 538,9\,N$$

Esercizi concettualmente identici

1. Sul fondo di una piscina piena d'acqua è legato con un filo elastico un palloncino del volume $V = 10\,dm^3$ e di massa $m = 500\,g$. Si nota che il palloncino tira l'elastico verso l'alto e l'elastico si è allungato di $\Delta l = 20\,cm$. Quanto vale e verso dove è diretta la forza di gravità che agisce sul palloncino? Quanto vale e verso dove è diretta la forza di Archimede che agisce sul palloncino? Quale forza deve fare l'elastico per tenere fermo il palloncino? Quanto vale la costante elastica dell'elastico?
   [$F_g = 4,9\,N$ diretta verso il basso; $F_{arch} = 98\,N$ diretta verso l'alto; $F_{el} = 93,1\,N$ diretta verso il basso; $k = 4,6505\,\frac{N}{cm}$.]

2. Con una fionda voglio lanciare un sasso di massa $m = 150\,g$ verticalmente verso l'alto. La costante elastica dell'elastico della fionda è $k = 6\frac{N}{cm}$ e il mio braccio sta allungando l'elastico di $\Delta l = 15\,cm$. Quanta forza sta facendo l'elastico della fionda? Quanto vale la forza di gravità che agisce sul sasso? Quanta forza sta facendo il mio braccio per riuscire ad allungare quell'elastico?
   [$F_e = 90\,N$; $F_g = 1,47\,N$; $F = 88,53\,N$]

3. Un oggetto di densità $\rho = 0.7\,\frac{kg}{dm^3}$, volume $V = 10\,dm^3$ sta galleggiando in un contenitore pieno d'acqua. La densità dell'acqua vale $\rho_{H_2O} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$. Quanto vale la massa dell'oggetto? Quanto vale la forza di gravità che agisce sull'oggetto? Quanto deve valere la forza di archimede che agisce sull'oggetto visto che l'oggetto galleggia? Quanto vale il volume della parte immersa dell'oggetto?
   [$m = 7\,kg$; $F_g = 68,6\,N$; $F_a = 68,6\,N$; $V = 7\,dm^3$]

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Dinamica - $D0014$

Testo *[D0014]* Se un oggetto di volume $V = 9\,cm^3$ galleggia sull'acqua immerso per i $\frac{2}{3}$ del suo volume, quanto vale la forza di Archimende che agisce su di lui? $[\rho_{acqua} = 1\,\frac{kg}{dm^3}]$

Spiegazione L'oggetto subisce la forza di Archimede in quanto è immerso nell'acqua. In questo esercizio è sufficiente applicare la formula della forza di Archimede.

Svolgimento Il calcolo della forza è:

$$F_{Arc} = \rho_{H_2O} V_{imm} g = \rho_{H_2O} \frac{2}{3} V_{ogg} g = 1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,000009\,m^3 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}$$

$$F_{Arc} = 0,0588\,N$$

Volendo essere più precisi potremmo considerare anche la parte dell'oggetto che si trova fuori dall'acqua, pari ad un terzo del volume dell'oggetto, in quanto è immersa nell'aria

$$F_{Arc-aria} = \rho_{aria} V_{imm} g = \rho_{aria} \frac{1}{3} V_{ogg} g = 1,3\,\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,000009\,m^3 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}$$

$$F_{Arc-aria} = 0,0000392\,N$$

La forza di Archimade totale sarà la somma delle due forze

$$F_{Arch-tot} = F_{Arc} + F_{Arc-aria} = 0,0588392\,N$$

tenendo presente che enrambe le forze sono dirette verso l'alto.

Problema di: Dinamica - $D0015$

Testo *[D0015]* Un ciclista di massa $m = 60\,kg$ corre in pianura alla velocità costante $V = 35\,\frac{km}{h}$. Se le forze d'attrito con l'aria hanno un valore $F_a = 500\,N$, quanto vale la forza in avanti che il ciclista fa spingendo sui pedali? Spiegane il perchè. Quanto vale l'accelerazione con la quale si muove la bicicletta?

Spiegazione In questo problema dobbiamo semplicemente applicare il primo principio della dinamica.

Svolgimento Dal momento che il ciclista si muove con velocità costante, possiamo applicare il primo principio della dinamica, per cui la somma di tutte le forze è nulla.

$$F_{tot} = 0$$

Sul ciclista, in orizzontale, agiscono soltanto due forze, quella di attrito e quella del ciclista. Visto che sono opposte, e che la loro somma deve fare zero, allora le due forze sono uguali. Per cui

$$F_{attrito} = 500\,N$$

Dalla definizione di accelerazione avremo che se la velocità è costante, allora l'accelerazione è nulla

$$a = 0\,\frac{m}{s^2}$$

Problema di: Dinamica - $D0016$

Testo *[D0016]* Una sbarra orizzontale di massa trascurabile è inchiodata nel suo centro. Due forze di intensità $F_1 = F_2 = 20\,N$ vengono applicate alla sbarra verso il basso rispettivamente alla distanza $b_1 = 20\,cm$ a sinistra e $b_2 = 30\,cm$ a destra del centro. Dove devo applicare una forza $F_3 = 2\,N$ veso il basso in modo da ottenere equilibrio rotazionale? Quanto vale e verso dove è diretta la reazione vincolare del chiodo?

Spiegazione In questo problema abbiamo una sbarra in equilibrio sotto l'azione di quattro forze. La Reazione vincolare del chiodo impone l'equilibrio traslazionale, per cui la somma delle forze è zero. Le altre tre forze sono tali da ottenere l'equilibrio rotazionale, per cui la somma dei momenti è zero. Imponendo queste due condizioni otteniamo le risposte alle domande del problema.

Svolgimento La reazione vincolare del chiodo deve essere rivolta verso l'alto, in quanto tutte le altre tre forze sono rivolte verso il basso.

$$R_v = F_1 + F_2 + F_3 = 42\,N$$

Il momento della forza F_1 è

$$M_1 = F_1 b_1 = 20\,N \cdot 20\,cm = 400\,N\,cm\ antiorario$$

Il momento della forza F_2 è

$$M_2 = F_2 b_2 = 20\,N \cdot 30\,cm = 600\,N\,cm\ orario$$

Il momento della forza F_3 deve quindi essere antiorario e per questo la forza F_3 deve essere posizionata a sinistra del centro della sbarra. Dalla condizione di equilibrio rotazionale avremo

$$M_3 = M_2 - M_1$$

$$F_3 b_3 = M_2 - M_1$$

$$b_3 = \frac{M_2 - M_1}{F_3} = \frac{200\,N\,cm}{2\,N} = 100\,cm$$

Esercizi concettualmente identici

1. Per sollevare un oggetto della massa $m = 150\,kg$ uso una sbarra lunga $l = 2\,m$. Da un lato della sbarra posiziono l'oggetto. Il fulcro della leva si trova a $r_1 = 20\,cm$ da dove l'oggetto è posizionato. All'estremo opposto io applico una forza F. A quale distanza viene applicata la forza F dal fulcro? Quanto vale il momento della forza di gravità che agisce sull'oggetto? Quanto deve valere la forza F per sollevare l'oggetto?
[$r = 180\,cm$; $M_{F_g} = 29400\,N \cdot cm$; $F = 163,3\,N$;]

2. Immaginate una sbarra orizzontale senza peso con un perno nel suo centro. La sbarra è libera di ruotare intorno al suo centro. Applicate sul lato destro della sbarra una forza $F_1 = 100\,N$ verso il basso ad una distanza $b_1 = 20\,cm$. Applicate ora una seconda forza $F_2 = 70\,N$ verso il basso sul lato sinistro della sbarra ad una distanza $b_2 = 30\,cm$. Quanto vale e in quale verso fa ruotare il momento della forza F_1? Quanto vale e in quale verso fa ruotare il momento della forza F_2? Quanto vale e in quale verso fa ruotare il momento totale applicato sulla sbarra?
[$M_1 = 2000\,Ncm$ orario; $M_2 = 2100\,Ncm$ antiorario; $M_t = 100\,Ncm$ antiorario]

3. Una sbarra orizzontale senza peso con un perno nel suo centro è libera di ruotare intorno al suo centro. Rispetto al centro, sul lato destro della sbarra è applicata una forza $F_1 = 300\,N$ verso il basso ad una distanza $b_1 = 10\,cm$; una seconda forza $F_2 = 60\,N$ è applicata verso il basso sul lato sinistro della sbarra ad una distanza $b_2 = 0,3\,m$; una terza forza $F_3 = 10\,N$ è applicata verso il basso sul lato destro della sbarra ad una distanza $b_3 = 4\,dm$. Quanto valgono e in quale verso fanno ruotare i momenti delle forze F_1, F_2, e F_3? Quanto vale e in quale verso fa ruotare il momento totale applicato sulla sbarra? Se vogliamo applicare una forza F_4 ad una distanza $b_4 = 16\,cm$ dal centro sul lato destro, per equilibrare il sistema dal punto di vista della rotazione, quanto deve valere e verso dove deve essere diretta?
[$M_{1,or} = 3000\,Ncm$; $M_{2,an} = 1800\,Ncm$; $M_{3,or} = 400\,Ncm$; $M_{tot,or} = 1600\,Ncm$; $F_4 = 100\,N$ verso l'alto.]

4. Una tavola di massa $m = 10\,kg$ e lunga $l = 180\,cm$ viene sollevata da due persone che la tengono dai bordi. Sulla tavola è appoggiato un oggetto di massa $m_1 = 5000\,g$ ad una distanza $d = 36\,cm$ dal bordo sinistro. Quale forza devono fare le due persone?
   [$F_s = 88,2\,N$; $F_d = 58,8\,N$]

5. un trampolino di lunghezza $l = 3\,m$ è vincolato ad un estremo da due perni distanti tra loro $d = 1\,m$. Se una persona di massa $m = 80\,kg$ si mette sulla punta del trampolino, quanto valgono le reazioni vincolari dei due perni?

Problema di: Dinamica - $D0017ban$

Testo *[D0017ban]* Esercizi banali di Dinamica:

1. Calcolo di forze
   (a) Quanto vale la forza di gravità che agisce su di una macchina di massa $m = 800\,kg$?
   [$F_g = 7840\,N$]
   (b) Quanto vale la forza di Archimede che agisce su di un oggetto di densità $\rho = 0,7\,\frac{g}{cm^3}$ e di volume $V = 5\,cm^3$ completamente immerso nell'acqua?
   [$F_{Arch} = 0,049\,N$]
   (c) Se una molla esercita una forza $F = 100\,N$ e la vedo accorciarsi di $\Delta l = 2\,cm$, quanto vale la costante elastica di quella molla?
   [$k = 50\,\frac{N}{cm}$]
   (d) Una macchina di massa $m = 800\,kg$ sta facendo una curva di raggio $r = 20\,m$ ad una velocità $V = 50\frac{m}{s}$. Quale forza centrifuga spinge l'auto verso l'esterno della curva?
   [$F_c = 10000\,N$]
   (e) Una moto da corsa di massa $m = 100\,kg$ viaggia alla velocità $V = 70\,\frac{Km}{h}$ lungo una curva di raggio $r = 50\,m$. Quanto vale la forza centripeta che subisce la moto?
   [$F_c = 756,17\,N$]

2. Calcolo di Momenti di una forza
   (a) Una forza $F = 500\,N$ viene applicata ad una distanza $r = 2\,m$ da un punto fisso e formante un angolo $\alpha = 90°$ con la retta che unisce il punto fisso ed il punto di applicazione della forza. Quanto vale il momento di quella forza?
   [$M = 1000\,Nm$]
   (b) Una forza $F = 100\,N$ viene applicata ad una distanza $r = 3\,m$ da un punto fisso e formante un angolo $\alpha = 30°$ con la retta che unisce il punto fisso

ed il punto di applicazione della forza. Quanto vale il momento di quella forza?
[$M = 150\, Nm$]

(c) Una forza $F = 50\, N$ viene applicata ad una distanza $r = 3\, m$ da un punto fisso e formante un angolo $\alpha = 180°$ con la retta che unisce il punto fisso ed il punto di applicazione della forza. Quanto vale il momento di quella forza?
[$M = 0\, Nm$]

(d) Ad un pendolo con asta, senza massa, di lunghezza $l = 30\, cm$ è appeso un oggetto di massa $m = 10\, kg$. Il pendolo è inclinato di un angolo $\alpha = 45°$ rispetto alla verticale. Quanto vale il momento della forza di gravità che agisce sull'oggetto?
[$M = 20,8\, Nm$]

(e) Immaginate una sbarra orizzontale senza peso con un perno nel suo centro. La sbarra è libera di ruotare intorno al suo centro. Applicate sul lato destro della sbarra una forza $F_1 = 300\, N$ verso il basso ad una distanza $b_1 = 10\, cm$ dal perno. Applicate ora una seconda forza $F_2 = 60\, N$ verso il basso sul lato sinistro della sbarra ad una distanza $b_2 = 30\, cm$ dal perno. Applicate ora una terza forza $F_3 = 10\, N$ verso il basso sul lato destro della sbarra ad una distanza $b_3 = 40\, cm$ dal perno. Indica quanto valgono e in quale verso fanno ruotare: il momento della forza F_1, il momento della forza F_2, il momento della forza F_3, il momento totale applicato sulla sbarra.
[$M_{1-o} = 30\, Nm$; $M_{2-a} = 18\, Nm$; $M_{3-o} = 4\, Nm$; $M_{tot-o} = 16\, Nm$.]

(f) Su di una sbarra verticale, che come punto fisso la sua estremità inferiore, viene applicata orizzontalmente una forza $F_1 = 10\, N$ verso destra ad un'altezza $h_1 = 2\, m$. Una seconda forza orizzontale $F_2 = 30\, N$ viene applicata verso sinistra ad un'altezza $h_2 = 70\, cm$. Quanto vale il momento della prima forza? Quanto vale il momento della seconda forza? Quanto vale il momento totale applicato alla sbarra?
[$M_{1-o} = 20\, Nm$; $M_{2-a} = 21\, Nm$; $M_{tot-a} = 1\, Nm$]

Spiegazione In questo esercizio ho raccolto tutte quelle domande *banali* che possono essere fatte su questo argomento. Per *banale* si intende un problema nel quale la domanda consiste semplicemente nel fornire dei dati da inserire in una formula. Non è quindi richiesta alcuna particolare capacità di ragionamento, ne particolari doti matematiche. Questo esercizio serve unicamente ad aquisire dimestichezza con l'esecuzione dei conti numerici con le unità di misura.

Svolgimento

1. Calcolo di forze

(a)
$$F_g = mg = 800\, kg \cdot 9,8\, \frac{m}{s^2} = 7840\, N$$

(b)
$$F_{Arch} = \rho_{fluido} \cdot V_{fluido-spostato} \cdot g = 1\, \frac{g}{cm^3} \cdot 5\, cm^3 \cdot 9,8\, \frac{m}{s^2} = 0,049\, N$$

(c) Utilizzando la formula inversa
$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{100\, N}{2\, cm} = 50\, \frac{N}{cm}$$

(d)
$$F_c = m\frac{V^2}{r} = 800\, Kg \cdot \frac{2500\frac{m^2}{s^2}}{20\, m} = 10000\, N$$

(e)
$$F_c = m\frac{V^2}{r} = 100\, Kg \cdot \frac{4900\frac{1000\cdot 1000\, m^2}{3600\cdot 3600\, s^2}}{50\, m} = 756,17\, N$$

2. Calcolo di Momenti di una forza

(a)
$$M = 500\, N \cdot 2\, m \cdot sen(90°) = 1000\, Nm$$

(b)
$$M = 100\, N \cdot 3\, m \cdot sen(30°) = 150\, Nm$$

(c)
$$M = 50\,N \cdot 3\,m \cdot sen(180°) = 0\,Nm$$

(d)
$$M = 10\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0,3\,m \cdot sen(45°) = 20,8\,Nm$$

(e)
$$M_{1-orario} = F_1 \cdot b_1 \cdot sen(90°) = 300\,N \cdot 0,1\,m \cdot 1 = 30\,Nm$$
$$M_{2-antiorario} = F_2 \cdot b_2 \cdot sen(90°) = 60\,N \cdot 0,3\,m \cdot 1 = 18\,Nm$$
$$M_{3-orario} = F_3 \cdot b_3 \cdot sen(90°) = 10\,N \cdot 0,4\,m \cdot 1 = 4\,Nm$$
$$M_{tot-orario=M_{1-orario}+M_{3-orario}-M_{2-antiorario}=16\,Nm}$$

Esercizi concettualmente identici

1. Su di una sbarra verticale, che come punto fisso la sua estremità inferiore, viene applicata orizzontalmente una forza $F_1 = 10\,N$ verso destra ad un'altezza $h_1 = 2\,m$. Una seconda forza orizzontale $F_2 = 30\,N$ viene applicata verso sinistra ad un'altezza $h_2 = 70\,cm$. Quanto vale il momento della prima forza? Quanto vale il momento della seconda forza? Quanto vale il momento totale applicato alla sbarra?
   [$M_{1-o} = 20\,Nm$; $M_{2-a} = 21\,Nm$; $M_{tot-a} = 1\,Nm$]

2. Su di una sbarra verticale, che come punto fisso la sua esttremità inferiore, viene applicata orizzontalmente una forza $F_1 = 10\,N$ verso destra ad un'altezza $h_1 = 2\,m$. Una seconda forza orizzontale $F_2 = 30\,N$ viene applicata verso sinistra ad un'altezza $h_2 = 70\,cm$. Una terza forza orizzontale $F_3 = 30\,N$ viene applicata verso sinistra ad un'altezza $h_3 = 50\,cm$. Quanto valgono i momenti della prima forza, della seconda e della terza forza? Quanto vale il momento totale applicato alla sbarra?
   [$M_{1-o} = 20\,Nm$; $M_{2-a} = 21\,Nm$; $M_{3-a} = 15\,Nm$; $M_{tot-a} = 16\,Nm$]

3. Su di una sbarra orizzontale senza peso di lunghezza $l = 50\,cm$ applichiamo una forza $F = 100\,N$ verso il basso nell'estremo destro della sbarra. Quanto vale il momento della forza rispetto al punto centrale della sbarra? Quanto vale il momento della forza rispetto all'estremo sinistro della sbarra? Rispetto a quale punto il momento della forza è nullo?
   [$M_{1-o} = 25\,Nm$; $M_{2-o} = 50\,Nm$; Rispetto all'estremo destro.]

Problema di: Dinamica - $D0018$

Testo *[D0018]* A quale velocità minima deve andare una motocicletta per fare il giro della morte su di una pista circolare di raggio $r = 10\,m$?
[$V = 9,9\,\frac{m}{s}$]

Spiegazione Durante il giro della morte, la motocicletta è soggetta a due forze: la forza di gravità verso il basso e la forza centrifuga che schiaccia la moto contro la pista. La moto non si stacca dalla pista quando la forza centrifuga è per lo meno uguale alla forza di gravità.

Svolgimento Eguagliando le due forze che agiscono sulla moto avremo:

$$F_c = F_g$$
$$m\frac{V^2}{r} = mg$$
$$\frac{V^2}{r} = g$$

$$V = \sqrt{gr} = \sqrt{9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 10\,m} = 9,9\,\frac{m}{s}$$

Problema di: Dinamica - $D0019$

Testo *[D0019]* Quanto vale la forza di gravità che agisce su di un oggetto di ferro ($\rho_{Fe} = 7,874\,\frac{kg}{dm^3}$) di volume $V = 5\,dm^3$?

Spiegazione In questo problema bisogna semplicemente mettere i valori nelle formule e fare i conti. l'unica particolarità è quella di notare che per calcolare la forza di gravità bisogna avere la massa dell'oggetto, mentre il problema fornisce soltanto il suo volume. Avendo però specificato il materiale, è come se il problema ci avesse anche indicato il valore della densità dell'oggetto.

Svolgimento La massa dell'oggetto vale

$$m = \rho \cdot V = 7874\,\frac{kg}{m^3} \cdot 0,005\,m^3 = 39,37\,kg$$

Quindi la forza di gravità vale

$$F_g = mg = 39,37\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 385,862\,N$$

Problema di: Dinamica - $D0020$

Testo *[D0020]* Un oggetto di massa $m = 100\,kg$ e volume $V = 5\,dm^3$ si trova sul fondo di una piscina piena di acqua ($\rho_{acqua} = 1\,\frac{kg}{dm^3}$). Quanto vale la densità dell'oggetto? Quanto valgono la forza di gravità e la forza di Archimede che agiscono sull'oggetto? Se sollevo l'oggetto con una forza $F_2 = 2000\,N$, con quale forza totale l'oggetto si muove?

Spiegazione Questo esercizio si risolve semplicemente mettendo i dati all'interno delle formule ed eseguendo una somma di vettori.

Svolgimento La densità dell'oggetto vale

$$\rho_{ogg} = \frac{m}{V} = \frac{100\,kg}{5\,dm^3} = 20\,\frac{kg}{dm^3}$$

La forza di gravità che agisce sull'oggetto vale

$$F_g = mg = 100\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 980\,N$$

La forza di Archimede vale

$$F_{Arc} = \rho_f V_{fs} g = 1\,\frac{kg}{dm^3} \cdot 5\,dm^3 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 49\,N$$

Sommando tutte le forze, tenendo conto che la forza di gravità spinge verso il basso e le altre due verso l'alto, avremo che la forza totale verso l'alto vale

$$F_{tot} = 1069\,N$$

Problema di: Dinamica - $D0021$

Testo *[D0021]* Una statua d'oro di massa $m = 19,3\,kg$ e volume $V = 1\,dm^3$ viene lanciata in mare (la densità dell'acqua marina è $\rho = 1,02\frac{kg}{dm^3}$. Quanto vale la densità dell'oro? Quanto vale la forza di gravità che agisce sulla statua? Quanto vale la forza di archimede che agisce sulla statua? Quanto vale la forza totale che spinge la statua verso il fondo? Se attacco alla statua un pallone di massa $m_p = 1,7\,kg$ e volume $V_p = 40\,dm^3$, quanto vale la forza totale che spinge la statua?
[$\rho_{Au} = 19,3\,\frac{kg}{dm^3}$; $F_g = 189,1\,N$; $F_A = 10\,N$; $P = 179,1\,N$; $F = 204,1\,N$ verso l'alto]

Spiegazione

Svolgimento La densità dell'oro vale

$$\rho_{Au} = \frac{m}{V} = \frac{19,3\,kg}{1\,dm^3} = 19,3\,\frac{kg}{dm^3}$$

La forza di gravità che agisce sull'oggetto vale

$$F_g = mg = 19,3\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 189,1\,N$$

La forza di Archimede che agisce sull'oggetto vale

$$F_{Arc} = \rho_f V_{fs} g = 1,02\frac{Kg}{dm^3} \cdot 1\,dm^3 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 10\,N$$

La forza totale che quindi spinge verso il fondo vale

$$F_{tot} = F_g - F_{Arc} = 179,1\,N$$

Attaccando poi il pallone, cambiano di conseguenza la massa del sistema ed il volume dello stesso. Pec cui i nuovi valori di forza di gravità e di Archimede valgono

$$F_{g2} = (m + m_p)\,g = (19,3\,kg + 1,7\,kg) \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 205,8\,N$$

$$F_{Arc2} = \rho_f V_{fs} g = 1,02\frac{Kg}{dm^3} \cdot \left(1\,dm^3 + 40\,dm^3\right) \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 409,8\,N$$

La forza totale che spinge verso l'alto il sistema vale ora

$$F_{tot2} = F_{Arc2} - F_{g2} = 204\,N$$

Problema di: Dinamica - $D0022$

Testo *[D0022]* Un oggetto di massa $m = 500\,g$ si muove di moto circolare uniforme di raggio $r = 20\,cm$ ad una velocità $V = 4\,\frac{m}{s}$ attaccato ad una molla di costante elastica $k = 10\,\frac{N}{cm}$. Quanto vale la forza centrifuga che tira la molla? Di conseguenza, di quanto si è allungata la molla?
[$F_c = 40\,N$; $\Delta l = 4\,cm$]

Spiegazione In questo esercizio un oggetto si muove di moto circolare uniforme. Per muoversi in tale modo, serve una forza centripeta, e tale forza è data da una molla.

Svolgimento La forza centrifuga che tira la molla vale

$$F_c = m\frac{V^2}{r} = 0,5\,kg \cdot \frac{16\,\frac{m^2}{s^2}}{0,2\,m} = 40\,N$$

Eguagliano poi la forza centripeta con la forza elatrica avremo:

$$F_e = F_c$$

$$k \cdot \Delta l = m\frac{V^2}{r}$$

$$\Delta l = \frac{mV^2}{kr} = \frac{0,5\,kg \cdot 16\,\frac{m^2}{s^2}}{1000\,\frac{N}{m} \cdot 0,2\,m} = 0,04\,m$$

Esercizi concettualmente identici

1. Una macchina di massa $m = 800\,Kg$ sta facendo una curva di raggio $r = 20\,m$ su asfalto bagnato e con le gomme lisce. Tra l'asfalto e le ruote il coefficiente di attrito è $\mu = 0,2$. Quanto vale la forza di gravità che agisce sulla macchina? Quanto vale l'attrito dell'auto sull'asfalto? Quale forza spinge l'auto verso l'esterno della curva? A quale velocità massima può andare la macchina per non uscire di strada?
[$F_g = 7840\,N$; $F_a = 1568\,N$; la forza centrifuga; $V_{max} = 6,261\,\frac{m}{s}$]

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Dinamica - $D0023$

Testo *[D0023]* Una carrucola sta sorreggendo un oggetto di massa $m = 6\,kg$. L'oggetto è attaccato all'asse centrale della carrucola ed entrambi i capi della corda intorno alla carrucla vengono tirati verso l'alto. Quanto vale la tensione sul filo che tiene la carrucola?
[$T = 29,4\,N$]

Spiegazione Il cavo che tiene la carrucola tira verso l'alto sia sul lato destro che sul lato sinistro della carrucola. Il doppio della tensione del filo sarà quindi pari alla forza con cui la carrucola viene tirata verso il basso

Svolgimento Imponendo l'equilibrio statico avremo

$$2T = F_g$$

$$T = \frac{mg}{2} = \frac{6\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}}{2} = 29,4\,N$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Dinamica - $D0024$

Testo *[D0024]* Domande di teoria di dinamica

1. Principi della dinamica
   (a) Se vedo un oggetto che si muove sempre con la stessa velocità $\vec{v}$, quale forza agisce su di lui?
   (b) Se vedo un oggetto che cambia la sua velocità $\vec{v}$, quale ne è stata la causa?
   (c) Se spingo un oggetto con una forza $\vec{F}$, quale forza subisco?
   (d) Guardando un oggetto, da cosa capisco se sta subendo una forza oppure no?
   (e) Se su di un oggetto non agisce alcuna forza, posso dire che è sicuramente fermo?
   (f) Se un oggetto è fermo, posso dire che su di lui agisce una forza totale nulla?
   (g) Se su di un oggetto agisce una forza totale nulla, posso dire che è fermo?

Spiegazione In questo esercizio sono raccolte una serie di domande di teoria

Svolgimento

1. Principi della dinamica
   (a) Se vedo un oggetto che si muove sempre con la stessa velocità $\vec{v}$, quale forza agisce su di lui?
   [$F_{tot} = 0$]
   (b) Se vedo un oggetto che cambia la sua velocità $\vec{v}$, quale ne è stata la causa?
   [L'azione di una forza che ha causato un'accelerazione e quindi un cambio di velocità.]
   (c) Se spingo un oggetto con una forza $\vec{F}$, quale forza subisco?
   [$-\vec{F}$ per il terzo principio della dinamica.]

(d) Guardando un oggetto, da cosa capisco se sta subendo una forza oppure no?
[Lo capisco dal fatto che veda o meno cambiare la sua velocità.]

(e) Se su di un oggetto non agisce alcuna forza, posso dire che è sicuramente fermo?
[No, perché potrebbe muoversi di moto rettilineo uniforme.]

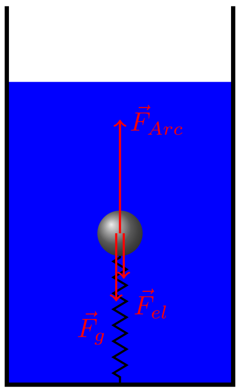
(f) Se un oggetto è fermo, posso dire che su di lui agisce una forza totale nulla?
[Si, per il primo principio della dinamica]

(g) Se su di un oggetto agisce una forza totale nulla, posso dire che è fermo?
[No, potrebbe muoversi di moto rettilineo uniforme.]

Problema di: Dinamica - $D0025$

Testo *[D0025]* Un palloncino è legato con una molla di costante elastica $k = 5\,\frac{N}{cm}$ al fondo di una piscina e quindi tenuto fermo sotto l'acqua. Sapendo che il suo volume è $V = 1\,dm^3$ e che la sua massa è $m = 400\,g$, di quanto si allunga la molla?

Spiegazione In questo problema si afferma che il palloncino è fermo, quindi la somma di tutte le forze che agiscono su di esso è nulla. Le forze in gioco sono tre: la forza esercitata dalla molla, la forza di gravità e la forza di Archimede. La forza di gravità è verso il basso; quella di Archimede verso l'alto. La forza elastica deve adattarsi allo scopo di rendere la somma delle forze pari a zero. Considerando che parliamo di un palloncino ci aspettiamo (ma dobbiamo poi confermarlo con i conti) che la forza di archimede sia rivolta verso il basso, in quanto, se lasciato libero, ci aspettiamo che quel palloncino si muova verso l'alto per andare a galleggiare.



Svolgimento La condizione di equilibrio traslazionale è:

$$F_g + F_{el} = F_{Arc}$$

tenendo conto che il palloncino è tutto immerso, e quindi il volume di fluido spostato è pari al volume dell'oggetto

$$m \cdot g + K \cdot \Delta l = \rho_{H_2O} \cdot V_{ogg} \cdot g$$

da cui, con la formula inversa

$$K \cdot \Delta l = \rho_{_{H_2O}} \cdot V_{ogg} \cdot g - m \cdot g$$

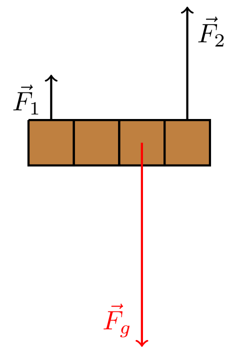
$$\Delta l = \frac{\rho_{_{H_2O}} \cdot V_{ogg} \cdot g - m \cdot g}{K}$$

$$\Delta l = \frac{1\,\frac{kg}{dm^3} \cdot 1\,dm^3 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} - 0,4\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}}{5\,\frac{N}{cm}} = 1,176\,cm$$

Problema di: Dinamica - $D0026$

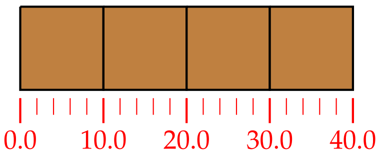
Testo *[D0026]* Una sbarra orizzontale è realizzata unendo quattro cubi di lato $l = 10\,cm$ e di masse rispettivamente $m_1 = 1\,kg$, $m_2 = 2\,kg$,$m_3 = 3\,kg$,$m_4 = 4\,kg$. La sbarra è sorretta da due fili attaccati nel centro del primo e del quarto oggetto. Calcola il baricentro della sbarra e le forze F_1 ed F_2 che devono fare i due fili affinchè la sbarra stia ferma.

Spiegazione Questo problema è un problema di equilibrio. La sbarra è ferma e quindi non trasla e non ruota. Il problema si risolve imponendo l'equilibrio traslazionale e l'equilibrio rotazionale. Una delle forze del problema è la forza di gravità che agisce sulla sbarra; il problema può essere risolto in due modi: o consideriamo quattro diverse forze di gravità applicare ognuna nel baricentro di ognuno dei quattro cubi, oppure consideriamo una sola forza di gravità applicata nel baricentro della sbarra. Lo schema dell'esercizio è il seguente:



La soluzione più facile per risolvere il problema è quella di considerare la sbarra come un solo oggetto da $m_{tot} = 10\,kg$; calcolarne la posizione del baricentro, in modo da sapere dove mettere la forza di gravità; ed infine impostare le due equazioni dell'equilibrio.

Svolgimento Cominciamo con il determinare la posizione del baricentro della trave. Mettiamo un sistema di riferimento come mostrato in figura



$$x_B = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3 + x_4 m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$
$$x_B = \frac{5\,cm \cdot 1\,kg + 15\,cm \cdot 2\,kg + 25\,cm \cdot 3\,kg + 35\,cm \cdot 4\,kg}{10\,kg} = 25\,cm$$

Stabilita la posizione del baricentro della sbarra, punto nel quale applicheremo la forza di gravità, dobbiamo ora imporre le condizioni dell'equilibrio.

La condizione di equilibrio rotazionale deve essere imposta solo dopo avere identificato il punto di rotazione rispetto al quale calcoliamo i momenti delle forze. Come punto di rotazione scegliamo il baricentro del primo cubo. La condizione di equilibrio rotazionale diventa

$$M_2 = M_g$$

$$F_2 \cdot b_2 = F_g \cdot b_g$$
$$F_2 = \frac{F_g \cdot b_g}{b_2} = \frac{m_{tot} g \cdot b_g}{b_2}$$
$$F_2 = \frac{10\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 25\,cm}{35\,cm} = 70\,N$$

La condizione di equilibrio traslazionale è

$$F_{tot} = 0$$

$$F_1 + F_2 = F_g$$
$$F_1 = F_g - F_2 = 10\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} - 70\,N = 28\,N$$

Problema di: Dinamica - *D*0027

Testo *[D0027]* Una sbarra orizzontale è tenuta ferma da un chiodo nel suo centro. Sula lato sinistro, ad una distanza $b_1 = 18\,cm$ viene applicata una forza $F_1 = 30\,N$ verso il basso. Sul lato destro, ad una distanza $b_2 = 12\,cm$ viene applicata una forza F_2 verso il basso. Quanto vale la forza F_2 per tenere ferma la sbarra?

Spiegazione Questo problema è un problema di equilibrio rotazionale, in quanto le forze in questione non sono posizionate nel punto di rotazione della sbarra. La sbarra è ferma e quindi non ruota. Il problema si risolve imponendo l'equilibrio rotazionale.

Svolgimento Il momento della forza $M_1 = F_1 \cdot b_1$, antiorario, deve essere uguale al momento della forza $M_2 = F_2 \cdot b_2$ che è invece orario.

$$M_2 = M_1$$

$$F_2 \cdot b_2 = F_1 \cdot b_1$$
$$F_2 = \frac{F_1 \cdot b_1}{b_2} = \frac{30\,N \cdot 18\,cm}{12\,cm} = 45\,N$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Dinamica - $D0028$

Testo [D0028] Una trave di legno di massa $m = 2\,kg$ e di lunghezza $l = 1\,m$ è sorretta ai bordi da due persone. Sulla trave si trova un ogetto di massa $m_2 = 1\,kg$ ad una distanza $b_1 = 20\,cm$ dal bordo sinistro della trave. Quanto valgono le forze che fanno le due persone?

Spiegazione In questo problema abbiamo una sbarra in equilibrio sotto l'azione di quattro forze. La sbarra è ferma per cui la somma delle forze è zero e la somma dei momenti è zero. Imponendo queste due condizioni otteniamo le risposte alle domande del problema.

Svolgimento Imponendo l'equilibrio traslazionale avremo

$$F_1 + F_2 = F_g + F_{g1}$$

Assumendo come punto di rotazione il punto di applicazione della forza F_1 che si trova sull'estremo sinistro della sbarra, avremo che $M_1 = 0$, $M_{g1} = orario$, $M_{g2} = orario$, $M_2 = antiorario$, e quindi

$$0 + M_g + M_{g2} = M_2$$

$$F_g \cdot \frac{l}{2} + F_{g1} \cdot b_1 = F_2 \cdot l$$

da cui si ricava F_2

$$F_2 = \frac{mg\frac{l}{2} + m_1 g b_1}{l} = 17,64\,N$$

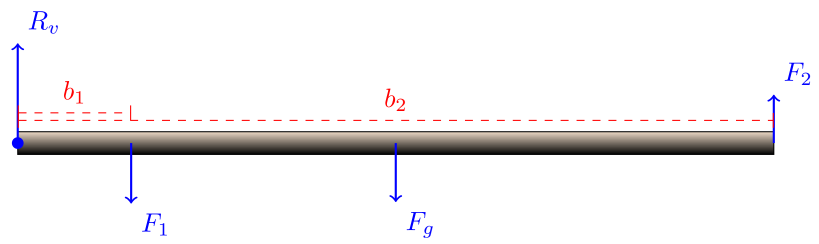
Calcolata F_2 possiamo adesso calcolare F_1 dalla prima formula scritta:

$$F_1 = mg + m_1 g - F_2 = 11,76\,N$$

Problema di: Dinamica - $D0029$

Testo [D0029] Una trave orizzontale di massa $m = 10\,kg$ e lunga $l = 200\,cm$ è libera di ruotare attorno ad un perno fisso posto nella sua estremità sinistra. La trave viene tirata verso il basso da una forza $F_1 = 100\,N$ posta ad una distanza $b_1 = 30\,cm$ dal perno. Una forza F_2 viene poi applicata al fondo della trave per equilibrarla e non farla ruotare. La reazione vincolare del perno fisso tiene la trave in equilibrio traslazionale. Quanto valgono e verso dove sono diretti i momenti della forza F_1 e della forza di gravità? Quanto deve valere e in quale verso deve essere diretto il momento della forza F_2? Calcola la forza F_2 ed il valore della reazione vincolare.

Spiegazione La trave in questione è ferma, quindi l'esercizio si risolve imponendo sia l'equilibrio traslazionale che quello rotazionale. Sulla trave agiscono quattro forze: la forza di gravità verso il basso, la forza F_1 verso il basso, la forza F_2 verso l'alto e la reazione vincolare del chiodo verso l'alto.



Svolgimento Cominciamo con l'equilibrio rotazionale e analizziamo il verso di tutti i momenti delle forze presenti. Consideriamo il chiodo come il punto di rotazione della sbarra. Le forze F_1 ed F_2 generano momenti M_1 ed M_2; la forza di gravità $F_g = mg = 98\,N$ genera un momento M_g; la reazione vincolare R_v non genera alcun momento in quanto è applicata nel punto di rotazione.

$$M_{1-orario} = F_1 \cdot b_1 = 3000\,Ncm$$

$$M_{g-orario} = mg\frac{l}{2} = 9800\,Ncm$$

Imponendo la condizione di equilibrio rotazionale abbiamo:

$$M_{2-antiorario} = M_1 + M_g = 12800\,Ncm$$

$$F_2 = \frac{M_2}{l} = 64\,N$$

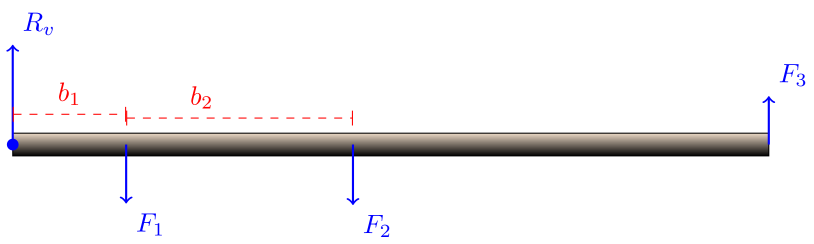
Dove la forza F_2 deve essere verso l'alto. la condizione di equilibrio traslazionaòle è

$$R_v = F_1 + F_g - F_2 = 134\,N$$

Problema di: Dinamica - $D0030$

Testo *[D0030]* Una trave orizzontale lunga $l = 2\,m$ è libera di ruotare attorno ad un perno fisso posto nella sua estremità sinistra. La trave viene tirata verso il basso da una forza $F_1 = 100\,N$ posta ad una distanza $b_1 = 30\,cm$ dal perno e da una forza $F_2 = 200\,N$ posta ad una distanza $c = 40\,cm$ dalla prima forza. Una forza F_3 viene poi applicata al fondo della trave per equilibrarla e non farla ruotare. Calcola la forza F_3.

Spiegazione La trave in questione è ferma e non deve ruotare, quindi l'esercizio si risolve imponendo l'equilibrio rotazionale. Sulla trave agiscono quattro forze: la forza F_1 verso il basso, la forza F_2 verso il basso, la forza F_3 verso l'alto e la reazione vincolare del chiodo verso l'alto.



Svolgimento Cominciamo con l'equilibrio traslazionale e analizziamo il verso di tutti i momenti delle forze presenti. Consideriamo il chiodo come il punto di rotazione della sbarra. Le forze F_1 ed F_2 generano momenti M_1 ed M_2; la forza di gravità $F_g = mg = 98\,N$ genera un momento M_g; la reazione vincolare R_v non genera alcun momento in quanto è applicata nel punto di rotazione.

$$M_{1-orario} = F_1 \cdot b_1 = 100\,N \cdot 30\,cm = 3000\,N\,cm$$

$$M_{2-orario} = F_2 \cdot b_2 = F_2 \cdot (c + b_1) = 200\,N \cdot 70\,cm = 14000\,N\,cm$$

Imponendo la condizione di equilibrio rotazionale abbiamo:

$$M_{3-antiorario} = M_1 + M_2 = 17000\,N\,cm$$

$$F_3 = \frac{M_3}{l} = \frac{17000\,N\,cm}{200\,cm} = 85\,N$$

Problema di: Dinamica - $D0031$

Testo *[D0031]* In una giostra dei seggiolini tenuti da una catena si muovono di moto circolare uniforme in orizzontale con frequenza $\nu = 0,25\,Hz$ descrivendo un cerchio di raggio $r = 3\,m$. Una persona seduta nel seggiolino ha una massa $m = 70\,kg$. Quanta forza deve fare la catena per sorreggere quel seggiolino?

Spiegazione L'oggetto si muove di moto circolare uniforme, quindi la forza di gravità sommata alla forza esercitata dalla catena danno la forza centripeta che fa muovere il seggiolino di moto circolare. Nel sistema di riferimento della persona sul seggiolio, egli sente la forza di gravità, la forza esercitata dalla catena e la forza centrifuga dovuta alla rotazione. Il problema si risolverà imponendo un'equilibrio tra queste tre forze. Il risultato dell'esercizio rappresenta di fatto il peso della persona.

Svolgimento Imponendo l'equilibrio tra forza centrifuga, forza di gravità e reazione vincolare della catena avremo

$$\vec{R_v} = \vec{F_g} + \vec{F_g}$$

La forza di gravità è verticale verso il basso; la forza centripeta è orizzontale verso l'esterno della curva. La reazione vincolare è sulla stessa direzione della somma delle due precedenti forze, ma ha verso opposto. Per passare dall'equazione vettoriale a quella scalare dovremo utilizzare il teorema di pitagora dove il modulo di $\vec{R_v}$ è l'ipotenusa di un triangolo i cui cateti sono uguali ai moduli di $\vec{F_g}$ e $\vec{F_g}$; per cui

$$R_v = \sqrt{F_g^2 + F_c^2} = \sqrt{m^2 g^2 + m^2 \cdot \omega^4 r^2}$$

sapendo che nel moto circolare uniforme

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 1.57\,\frac{rad}{s}$$

possiamo quindi calcolare la reazione vincolare della catena

$$R_v = m \cdot \sqrt{g^2 + \omega^4 r^2} = 70\,kg \cdot \sqrt{96,04\,\frac{m^2}{s^4} + 54,68\,\frac{m^2}{s^4}} = 859,4\,N$$

Problema di: Dinamica - $D0032$

Testo *[D0032]* Immaginate di tenere in mano un sasso di massa $m = 1\,kg$ mentre tenete l'avambraccio fermo in posizione orizzontale. Il sasso si trova ad una distanza $b_1 = 30\,cm$ dal gomito. Il muscolo bicipite, che esprime una forza verso l'alto, è attaccato all'avambraccio ad una distanza $b_2 = 5\,cm$ dal gomito. Quanto vale la forza di gravità sul sasso? Quanto vale la forza che deve fare il muscolo per sorreggere il sasso? Quale forza agisce sul gomito?

Spiegazione L'avambraccio del nostro problema si può modellizzare come una trave orizzontale bloccata da un perno (il gomito) su un lato, spinta verso l'alto da una forza F_2 applicata vicina al perno, e spinta verso il basso da una forza F_g applicata lontano dal perno. Visto che l'avambraccio è fermo, allora la somma delle forze e la somma dei momenti che agiscono su di esso sono nulle.

Svolgimento Indicando con R_v la forza che tiene l'avambraccio attaccato al gomito, l'equazione dell'equilibrio traslazionale è

$$F_2 = R_v + F_g$$

dove la forza di gravità sul sasso vale

$$F_g = mg = 1\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 9,8\,N$$

Indichiamo il gomito come punto di rotazione del sistema (nei conti che seguono ho ipotizzato di disegnare il gomito della persona sulla sinistra e la relativa mano sulla destra). La forza F_g genera un momento M_g orario; la forza F_2 genera un momento M_2 antiorario. L'equazione dell'equilibrio traslazionale è

$$M_2 = M_g$$

Quindi

$$F_2 b_2 = F_g b_1$$

$$F_2 b_2 = mgb_1$$

$$F_2 = \frac{F_g b_1}{b_2} = \frac{9,8\,N \cdot 30\,cm}{5\,cm} = 58,8\,N$$

Riprendendo adesso la prima formula

$$R_v = F_2 - F_g = 58,8\,N - 9,8\,N = 49\,N$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Dinamica - $D0033$

Testo *[D0033]* Faccio più fatica a sorreggere un oggetto di ferro di densità $\rho_{Fe} = 7874\,\frac{kg}{m^3}$ e volume $V_{Fe} = 2\,dm^3$ o ad allungare una molla di costante elastica $k = 30\,\frac{N}{cm}$ dalla lunghezza $l_i = 10\,cm$ alla lunghezza $l_f = 15\,cm$?

Spiegazione In questo esercizio viene chiesto di confrontare i valori di due forze differenti per dire quale delle due è più intensa. Le due forze sono la forza di gravità sull'oggetto di ferro e la forza elastica sulla molla.

Svolgimento La forza di gravità vale

$$F_g = mg = 2\,dm^3 \cdot 7874\frac{kg}{m^3} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 0,002\,m^3 \cdot 7874\frac{kg}{m^3} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 154,33\,N$$

La forza elastica della molla vale

$$F_{el} = k \cdot \Delta l = k \cdot (l_f - l_i) = 30\,\frac{N}{cm} \cdot 5\,cm = 150\,N$$

la forza elastica è quindi maggiore

Problema di: Dinamica - $D0034$

Testo *[D0034]* Ad una macchina di Atwood sono appese due masse $m_1 = 2\,kg$ ed $m_2 = 5\,kg$. Con quale accelerazione si muove il sistema?

Spiegazione Una macchiuna di Atwood è costituita da una carrucola con perno fisso a cui sono appese due masse. Nel sistema agiscono due forze di gravità entrambe verso il basso che, rispetto alla direzione del filo, risultano opposte.

Svolgimento La forza totale che agisce lungo la direzione del filo è

$$F_{tot} = m_2 g - m_1 g = (m_2 - m_1)g$$

Per il secondo principio della dinamica abbiamo che

$$F_{tot} = m_{tot} a$$

$$(m_2 - m_1)g = (m_2 + m_1)a$$

Per cui l'accelerazione con cui si muove il sistema è

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g$$

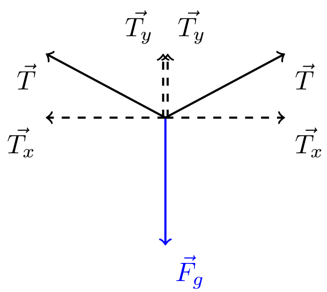
$$a = \frac{3\,kg}{8\,kb} \cdot 9,8\frac{m}{s^2} = 3,675\,\frac{m}{s^2}$$

Problema di: generalità - dinamica - $ID0001$

Testo *[ID0001]* A due chiodi messi alla stessa altezza viene legata una corda. Al centro della corda viene appeso un oggetto. La corda assume quindi una forma a V. Sulla corda c'è una tensione $T = 1700\,N$; La componente orizzontale di tale forza vale $T_x = 1500\,N$. Quanto vale la massa dell'oggetto?

Spiegazione In questo problema abbiamo una corda che sostiene un peso. Visto che la forza di gravità spinge verso il basso, la corda dovrà spingere verso l'alto con una forza uguale in modulo. La corda, però, spinge in diagonale; spinge cioè dal punto dove è attaccato il peso, verso il punto dove è attaccato il chiodo. Abbiamo quindi due forze, chiamate *Tensione*, che hanno una componente verticale ed una orizzontale. Le due componenti orizzontali si annullano tra loro perché sono opposte; le due componenti verticali si sommano e la loro somma rappresenta la forza che sostiene il peso.

Svolgimento



Utilizziamo il teorema di Pitagora per calcolare la componente verticale della tensione del filo.

$$T_y = \sqrt{T^2 - T_x^2} = \sqrt{1700^2\,N^2 - 1500^2\,N^2} = 800\,N$$

Imponendo la condizione di equilibrio traslazionale

$$F_g = 2 \cdot T_y$$

$$m \cdot g = 2 \cdot T_y$$

$$m = \frac{2 \cdot T_y}{g} = \frac{1600\,N}{9,8\,\frac{m}{s^2}} = 163,3\,kg$$

Problema di: Cinematica - Dinamica - $CD0001$

Testo *[CD0001]* Per un tempo $\Delta t = 4\,s$, un oggetto di massa $m = 20\,kg$ viene spinto partendo da fermo sotto l'azione di una forza $F = 100\,N$ strisciando su di un piano con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0,1$. Successivamente la forza F si annulla.

1. Quanto valgono la forza di gravità e la forza di attrito che agiscono sull'oggetto?
2. Quanto valgono la forza totale che spinge l'oggetto e la conseguente accelerazione?
3. Quanto spazio avrà percorso alla fine dell'intervallo di tempo?
4. A quale velocità sta viaggiando alla fine dell'intervallo di tempo?
5. Con quale accelerazione si muove quando la forza F si annulla, e dopo quanto tempo si ferma?

Spiegazione Un oggetto sta strisciando spinto da una certa forza; l'attrito lo frena. In questo primo momento l'oggetto si muove di moto uniformemente accelerato, aumentando progressivamente la sua velocità. Nel momento che la forza che lo spinge sparisce, rimane soltanto l'attrito che frena l'oggetto fino a farlo fermare.

Svolgimento

1. La forza di gravità che agisce sull'oggetto è
$$F_g = mg = 20\,kg \cdot 9,8\frac{m}{s^2} = 196\,N$$
2. La forza d'attrito che subisce l'oggetto è
$$F_a = \mu F_g = 0,1 \cdot 196\,N = 19,6\,N$$
3. La forza totale che spinge l'oggetto è
$$F_{tot} = 100\,N - 19,6\,N = 80,4\,N$$
4. L'accelerazione dell'oggetto è
$$a_{tot} = \frac{F_{tot}}{m} = \frac{80,4\,N}{20\,kg} = 4,02\frac{m}{s^2}$$
5. Alla fine dell'intervallo di tempo avrà percorso
$$\Delta S = \frac{1}{2} \cdot a_{tot} \cdot \Delta t^2 + V_0 \Delta t = 32,16\,m$$
6. Alla fine dell'intervallo di tempo viaggia alla velocità
$$V_1 = a_{tot} \cdot \Delta t + V_0 = 16,08\,\frac{m}{s}$$
7. Quando la forza F si annulla la forza totale è quella di attrito, quindi
$$a = \frac{F_{tot}}{m} = -0,98\,\frac{m}{s^2}$$
8. Si ferma dopo
$$\Delta t = \frac{\Delta V}{a} = \frac{0 - V_1}{a} = 65,63\,s$$

Problema di: Cinematica - Dinamica - $CD0002$

Testo *[CD0002]* In un giorno di sole, un'automobile sta percorrendo una curva di raggio $r = 48\, m$. Sapendo che il coefficiente di attrito tra la gomma e l'asfalto asciutto vale $\mu = 0,6$, a quale velocità massima può viaggiare senza uscire di strada? In caso di pioggia, il coefficiente di attrito scende fino al valore $\mu = 0,4$; a quale velocità deve scendere l'autista per rimanere in strada?

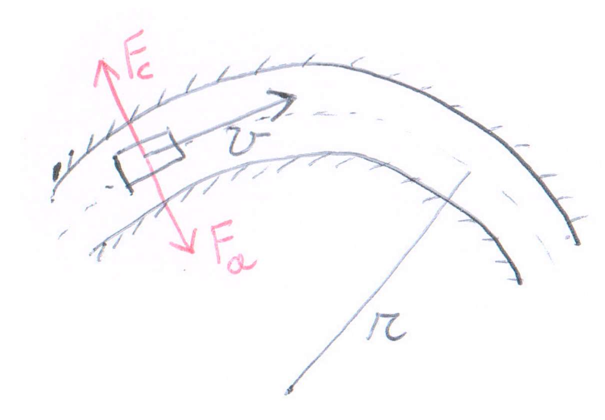


Figura 5.1: *Un'auto in curva*

Spiegazione Nel muoversi in curva la macchina subisce la forza centrifuga, che, al fine di non avere incidenti, deve essere contrastata dalla forza di attrito dei pneumatici sull'asfalto. Se le due forze sono almeno uguali, la macchina riesce a seguire la curva. Attenzione soltanto al significato dei valori che otterrete: tali valori sono calcolati teoricamente e rappresentano i valori massimi... non certo quelli di sicurezza. Bastano infatti piccole e semplici variazioni nell'inclinazione della strata o nella qualità dell'asfalto o nella qualità della pulizia del suolo stradale, che i reali valori di sicurezza per le velocità dell'auto sono sicuramente più bassi.

Svolgimento La forza centrifuga sull'auto deve essere uguale alla forza di attrito generata dal peso dell'auto sull'asfalto asciutto.

$$m\frac{V^2}{r} = \mu m g$$

Semplificando la massa e risolvendo per trovare la velocità avremo (indicando con il simbolo $_a$ il caso di asfalto asciutto):

$$V_a = \sqrt{\mu g r} = 16,8\,\frac{m}{s} = 60,5\,\frac{km}{h}$$

Ripetendo esattamente gli stessi conti nel caso di asfalto bagnato avremo (indicando con il simbolo $_b$ il caso di asfalto bagnato):

$$V_b = \sqrt{\mu g r} = 13,7\,\frac{m}{s} = 49,4\,\frac{km}{h}$$

Se analizziamo adesso il fatto che la massa dell'auto non rientra nel problema, in quanto si semplifica nei conti, possiamo affermare che questi conti rimangono validi per qualunque automobile.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Cinematica - Dinamica - $CD0003$

Testo *[CD0003]* Un ciclista con la sua bicicletta ha una massa complessiva $m = 60\,kg$ e nel rettilineo (nel quale la bicicletta è in posizione verticale) il suo baricento si trova ad un'altezza $h = 100\,cm$ da terra. Il ciclista affronta poi una curva ad una velocità $V = 10\,\frac{m}{s}$ inclinato di un angolo di $\alpha = 30°$ rispetto alla verticale. Quanto vale il momento della forza di gravità che tende a far cadere la bicicletta? Quanto vale il momento della forza centrifuga che mantiene in equilibrio il ciclista? Quanto vale il raggio della curva che sta facendo?
[$M_{fg} = 294\,Nm$; $M_{fc} = -294\,Nm$; $r = 17,7\,m$]

Spiegazione Una bicicletta, mentre si muove in un rettilineo, è in posizione verticale. Se percorre una curva, deve inclinarsi. Guardando la bicicletta da dietro e considerando il punto di appoggio delle ruote sull'asfalto, se si muove troppo piano la bicicletta ruota in senso orario e cade; se si muove troppo veloce la bicicletta ruota in senso antiorario, si raddrizza e poi cade dalla parte opposta. La rotazione oraria che fa cadere la bici verso l'interno della curva è data dal momento della forza di gravità; la rotazione antioraria è invece data dal momento della forza centrifuga.

Svolgimento Il momento della forza di gravità vale

$$M_{F_g} = F_g \cdot h \cdot sen(\alpha) = 60\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 1\,m \cdot sen(30°) = 294\,Nm$$

Per mantenere la bicicletta in equilibrio il momento della forza centrifuga deve essere uguale a quello della forza di gravità, in quanto i due momenti sono opposti.

$$M_{F_c} = 294\,Nm$$

Ma sappiamo anche che

$$M_{F_c} = F_c \cdot h \cdot sen(\alpha)$$

da cui

$$Fc = \frac{M_{F_c}}{h \cdot sen(90° - \alpha)} = \frac{294\,Nm}{1\,m \cdot 0,866} = 339,5\,N$$

Visto che conosciamo la forza centrifuga e la velocità della bicicletta, allora possiamo risalire al raggio della curva

$$r = \frac{mV^2}{F_c} = \frac{60\,kg \cdot 100\,\frac{m^2}{s^2}}{339,5\,N} = 17,7\,m$$

Problema di: Cinematica - Dinamica - $CD0004$

Testo *[CD0004]* Un ragazzo fa roteare un mazzo di chiavi con una frequenza $\nu = 4\,Hz$; il raggio del cerchio percorso dalle chiavi è lungo $r = 0,2\,m$, a quale velocità angolare ruotano le chiavi? Se le chiavi hanno una massa $m = 0,1\,kg$, quanto vale la forza che mette in tensione il cordino?
[$\omega = 25,13\,\frac{rad}{s}$; $F = 12,6\,N$]

Spiegazione Il mazzo di chiavi è sottoposto a due accelerazioni, quella centrifuga e quella di gravità, perpendicolari tra loro.

Svolgimento La velocità angolare del mazzo di chiavi è

$$\omega = 2\pi\nu = 2\cdot 3,14\cdot 4\,Hz = 25,13\,\frac{rad}{s}$$

La forza centrifuga vale

$$F_c = m\omega^2 r = 0,1\,kg\cdot(25,13)^2\,\frac{rad^2}{s^2}\cdot 0,2\,m = 12,63\,N$$

La forza di gravità vale

$$F_g = mg = 0,1\,kg\cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 0,98\,N$$

La forza totale sarà quindi

$$F_{tot} = \sqrt{F_c^2 + F_g^2} = \sqrt{(12,63\,N)^2 + (0.98\,N)^2} = 12,67\,N$$

Problema di: Cinematica - Dinamica - $CD0005$

Testo *[CD0005]* Caronte, satellite di Plutone, ruota intorno ad esso con un'orbita circolare di raggio $r = 19571\,km$ in un tempo $T = 6,3872\,giorni$. Quanto vale la massa di Plutone?

Spiegazione Caronte compie un'orbita che assumiamo essere circolare e quindi si muove di moto circolare uniforme. L'accelerazione centripeta necessaria a tale movimento è data dall'attrazione gravitazionale tra i due oggetti.

Svolgimento Impostiamo il problema affermando che la forza centripeta su Caronte è data dalla legge di gravitazione universale

$$M_C\cdot\omega^2\cdot r = G\frac{M_C\cdot M_P}{r^2}$$

dove M_C e M_P sono le masse di Caronte e Plutone, r è il raggio dell'orbita di Caronte, ω è la velocità angolare del moto di Caronte e G la costante di gravitazione universale.

Svolgendo i passaggi algebrici avremo

$$M_P = \frac{\omega^2\cdot r^3}{G}$$

$$M_P = \frac{4\pi^2\cdot r^3}{T^2\cdot G}$$

dove T è il periodo di rivoluzione di Caronte. Facciamo le opportune conversioni:

$$r = 19571\,km = 19571000\,m$$

$$T = 6,3872\,giorni = 6,3872\cdot 24\cdot 3600\,s = 551854\,s$$

A questo punto è possibile inserire i dati

$$M_P = \frac{4\cdot 3,14^2\cdot(19571000\,m)^3}{(551854\,s)^2\cdot 6,674\cdot 10^{-11}\frac{m^3}{kg\cdot s^2}}$$

$$M_P = 1,45 \cdot 10^{22}\,kg$$

Questo risultato vale se ipotizziamo inoltre che Plutone abbia una massa molto maggiore di Caronte, cosa non corretta. In tal caso la massa calcolata è in realtà la massa del sistema Plutone + Caronte.

Leggi di conservazione: soluzioni Scheda 6

Problema di: Meccanica - $L0001$

Testo *[L0001]* Un oggetto di massa $m = 50\,kg$ viaggia ad una velocità $V = 10\frac{m}{s}$. Ad un certo punto viene spinto da una forza $F = 100\,N$ per una distanza $\Delta S = 24\,m$ nella stessa direzione e nello stesso verso del movimento.

1. Quanta energia cinetica ha l'oggetto all'inizio?
2. Quanto lavoro ha fatto la forza? Quel lavoro è negativo o positivo?
3. Quanta energia cinetica ha l'oggetto dopo l'azione della forza?
4. A quale velocità finale viaggia l'oggetto?

Spiegazione Solo per il fatto che l'oggetto sta viaggiando ad una certa velocità, tale oggetto ha una certa energia cinetica. L'azione della forza è quella di fare un lavoro sull'oggetto, cioè dargli dell'energia in modo da far aumentare la sua energia cinetica.

Svolgimento

1. L'energia cinetica dell'oggetto è
$$E_{ci} = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}\cdot 50\,kg \cdot 100\frac{m^2}{s^2} = 2500\,J$$
2. Il lavoro fatto dalla forza è
$$L = F\,\Delta S = 100\,N \cdot 24\,m = 2400\,J$$
3. L'energia cinetica dell'oggetto dopo la spinta è
$$E_{cf} = E_{ci} + L = 4900\,J$$
4. Per trovare la velocità finale dell'oggetto scriveremo
$$E_{cf} = \frac{1}{2}mV_f^2$$
$$V_f = \sqrt{\frac{2E_{cf}}{m}} = 14\,\frac{m}{s}$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0002$

Testo *[L0002]* Se lascio cadere un oggetto inizialmente fermo da un'altezza $h_i = 8\,m$, con quale velocità arriverà a terra?

Spiegazione L'oggetto che cade partendo da fermo, accelera aumentando la sua velocità. Durante la caduta vale la legge di conservazione dell'energia meccanica; man mano che l'altezza diminuisce, e quindi diminuisce l'energia potenziale gravitazionale dell'oggetto, aumenta l'energia cinetica dell'oggetto, e quindi la sua velocità.

Svolgimento Per la legge di conservazione dell'energia

$$E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f$$
$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f$$

L'altezza finale raggiunta dall'oggetto è nulla; la velocità iniziale dell'oggetto è nulla.

$$mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2$$

da cui

$$gh_i = \frac{1}{2}V_f^2$$

da quest'ultima equazione troviamo la velocità finale dell'oggetto

$$V_f = \sqrt{2gh_i} = 12,52\,\frac{m}{s}$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un oggetto di massa $m = 4\,kg$ si muove senza attrito su di un piano orizzontale con la velocità $V = 5\,\frac{m}{s}$. Ad un certo punto l'oggetto incontra una molla comprimendola di $\Delta l = 0,2\,m$. Quanto vale la costante elastica della molla?
   [$k = 2500\,\frac{N}{m}$]
2. Un atleta di salto con l'asta durante la sua corsa viaggia ad una velocità $V_i = 9\,\frac{m}{s}$, quanto salterebbe in alto se riuscisse a convertire tutta la sua energia cinetica in energia potenziale gravitazionale?
   [$h_f = 4,13\,m$]

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0003$

Testo *[L0003]* Se lascio cadere un oggetto di massa $m = 1\,kg$ inizialmente fermo da un'altezza $h_i = 8\,m$, e arriva a terra con una velocità $V_f = 10\,\frac{m}{s}$; quanta energia si è dissipata sotto forma di calore a causa dell'attrito con l'aria?

Spiegazione L'oggetto che cade partendo da fermo, perde energia potenziale gravitazione in quanto diminuisce la sua altezza. Contemporaneamente aumenta l'energia cinetica dell'oggetto e, a causa del lavoro della forza d'attrito con l'aria, viene dissipato del calore. Vale la legge di conservazione dell'energia totale.

Svolgimento Per la legge di conservazione dell'energia totale

$$E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f + Q$$

Il termine Q è dovuto all'effetto della forza di attrito che converte parte dell'energia cinetica dell'oggetto in calore.

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f + Q$$

L'altezza finale raggiunta dall'oggetto è nulla; la velocità iniziale dell'oggetto è nulla.

$$mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + Q$$

da cui troviamo il calore prodotto

$$Q = mgh_i - \frac{1}{2}mV_f^2$$

$$Q = 1\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 8\,m - \frac{1}{2} \cdot 1\,kg \cdot 100\,\frac{m^2}{s^2} = 28,4\,J$$

Problema di: Cinematica - Dinamica - $L0004$

Testo *[L0004]* Un oggetto di massa $m = 500\,kg$ si sta muovendo su di un piano orizzontale con velocità iniziale $V_i = 10\,\frac{m}{s}$. Gradualmente rallenta a causa delle forze di attrito fino alla velocità $V_f = 4\,\frac{m}{s}$. Quanta energia è stata dispersa sotto forma di calore?

Spiegazione L'oggetto muovendosi in orizzontale non varia mai la sua energia potenziale gravitazionale. Le forze d'attrito trasformano parte dell'energia cinetica dell'oggetto in calore.

Svolgimento L'energia cinetica iniziale dell'oggetto è

$$E_{ci} = \frac{1}{2}mV_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 500\,kg \cdot 100\,\frac{m^2}{s^2} = 25000\,J$$

L'energia cinetica finale dell'oggetto è

$$E_{cf} = \frac{1}{2}mV_f^2 = \frac{1}{2} \cdot 500\,kg \cdot 16\,\frac{m^2}{s^2} = 4000\,J$$

Il calore prodotto dalle forze d'attrito è quindi

$$\Delta Q = E_{ci} - E_{cf} = 21000\,J$$

Problema di: Leggi di conservazione - $L0005$

Testo *[L0005]* Un oggetto si sta muovendo in salita su di un piano inclinato con attrito, con una velocità iniziale $V_i = 10\,\frac{m}{s}$. Gradualmente rallenta fino a fermarsi. Sapendo che l'oggetto si è sollevato, rispetto all'altezza iniziale, fino all'altezza $h_f = 3\,m$ e che il calore generato dalle forze di attrito è stato $Q = 2\,J$, quanto vale la massa dell'oggetto?

Spiegazione L'oggetto, muovendosi sul piano inclinato, perde la sua energia cinetica che viene trasformata in parte in energia potenziale gravitazionale (l'oggetto si trova infatti più in alto) ed in parte in calore (a causa delle forze di attrito). Per questo esercizio vale la legge di conservazione dell'energia; l'applicazione di tale legge ci porterà alla soluzione del problema.

Svolgimento La legge di conservazione dell'energia ci permette di scrivere che l'energia totale iniziale del sistema è uguale all'energia totale finale del sistema:

$$E_{tot-i} = E_{tot-f}$$

Da cui

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f + Q$$

A questo punto bisogna notare che alcuni di questi termini sono nulli. In particolare l'altezza iniziale dell'oggetto $h_i = 0$ in quanto prendiamo come sistema di riferimento proprio l'altezza iniziale dell'oggetto, e la velocità finale dell'oggetto $V_i = 0$. L'equazione precedente diventa

$$\frac{1}{2}mV_i^2 = mgh_f + Q$$

da cui

$$\frac{1}{2}mV_i^2 - mgh_f = Q$$

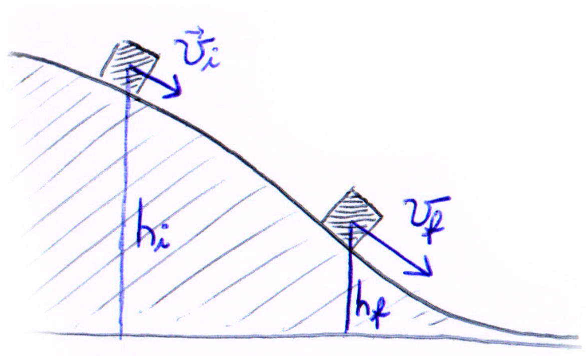
$$m(\frac{1}{2}V_i^2 - gh_f) = Q$$

$$m = \frac{Q}{\left(\frac{1}{2}V_i^2 - gh_f\right)} = \frac{2\,J}{\frac{1}{2}\cdot 100\,\frac{m^2}{s^2} - 9,8\,\frac{m}{s^2}\cdot 3\,m} = 0,097\,kg = 97\,g$$

Problema di: Leggi di conservazione - $L0006$

Testo *[L0006]* Un blocco di pietra di massa $m = 40\,Kg$ scivola lungo una discesa partendo con una velocità iniziale $V_i = 5\,\frac{m}{s}$. All'inizio si trovava all'altezza $h_i = 10\,m$ per poi scendere fino all'altezza $h_f = 2\,m$.

1. Quanto vale l'energia cinetica iniziale del blocco?
2. Quanto valgono l'energia potenziale gravitazionale iniziale e finale del blocco?
3. Quanta energia cinetica finale avrebbe il blocco se non ci fosse attrito?
4. Se l'energia cinetica finale del blocco fosse metà di quella iniziale, quanta energia si è persa a causa delle forze d'attrito?



Spiegazione Il blocco di pietra si muove in discesa nel rispetto della legge di conservazione dell'energia totale del sistema. Se le prime due domande semplicemente chiedono di eseguire un conto conoscendo una formula, nella terza domanda si chiede di applicare la legge di conservazione dell'energia in assenza di attrito. Nell'ultima domanda si richiede di fare la stessa cosa ma considerando gli effetti dell'attrito.

Svolgimento Considerati i dati, l'energia cinetica iniziale dell'oggetto vale

$$E_{ci} = \frac{1}{2} m V_i^2 = 500\,J$$

Considerati i dati, l'energia potenziale gravitazionale iniziale dell'oggetto vale

$$U_i = mgh_i = 3920\,J$$

Considerati i dati, l'energia potenziale gravitazionale finale dell'oggetto vale

$$U_f = mgh_f = 784\,J$$

La legge di conservazione dell'energia, considerando il caso di assenza di attrito, ci permette di affermare che

$$E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f$$

per cui

$$E_{cf} = E_{ci} + U_i - U_f$$

e quindi

$$E_{cf} = 3636\,J$$

Nel caso in cui teniamo conto dell'attrito, l'esercizio ci dice che l'energia cinetica finale dell'oggetto vale $E_{cf} = 250\,J$, per cui

$$E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f + Q$$

per cui

$$Q = E_{ci} + U_i - E_{cf} - U_f$$

e quindi

$$Q = 3386\,J$$

Problema di: Leggi di conservazione - $L0007$

Testo *[L0007]* Un proiettile di massa $m = 15\,g$ viene sparato da un fucile in diagonale verso l'alto posizionato al livello del suolo. Al momento dello sparo riceve una spinta $F = 100\,N$ per un tragitto $\Delta S = 60\,cm$ pari alla lunghezza della canna del fucile. Quando arriva nel punto di massima altezza ha ancora una velocità $V_f = 20\frac{m}{s}$. trascuriamo gli effetti dell'attrito con l'aria.

1. Quanto lavoro ha ricevuto il proiettile al momento dello sparo?
2. Trascura la variazione di energia potenziale dovuta al percorso della pallottola all'interno del fucile; quanta energia cinetica ha il proiettile in uscita dalla canna del fucile?
3. Quanta energia cinetica ha il proiettile nel punto di massima altezza?
4. Quanta energia potenziale gravitazionale ha il proiettile nel punto di massima altezza?
5. A quale altezza è arrivato il proiettile?

Spiegazione Il proiettile riceve energia all'interno del fucile. Appena ne esce, si muove nell'aria nel rispetto della legge di conservazione dell'energia.

Svolgimento Cominciamo con il convertire la massa del proiettile in $m = 0,015\,kg$.

1. Per calcolare il lavoro delle forze di attrito avremo

$$L = F \cdot \Delta S = 100\,N \cdot 0,6\,m = 60\,J$$

2. Il proiettile, inizialmente fermo nel fucile, aquista energia cinetica in quanto viene fatto su di lui un lavoro. Per cui $E_{ci} = 60\,J$

3. Nel punto di massima altezza

$$E_{cf} = \frac{1}{2}mV_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,015\,kg \cdot 400\,\frac{m^2}{s^2} = 3\,J$$

4. Per la legge di conservazione dell'energia

$$E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f$$

$$U_f = E_{ci} + U_i - E_{cf} = 57\,J$$

5. Utilizzando la formula dell'energia potenziale gravitazionale

$$h_f = \frac{U_f}{mg} = \frac{57\,J}{0,015\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}} = 387,76\,m$$

Problema di: Leggi di conservazione - $L0008$

Testo *[L0008]* Un oggetto di massa $m = 5\,kg$ ha inizialmente un'energia potenziale gravitazionale $U_i = 100\,J$ e sta cadendo con una velocità $V_i = 10\frac{m}{s}$. Cadendo a terra, cioè fino ad un'altezza $h_f = 0\,m$, l'oggetto ha colpito e compresso una molla, inizialmente a riposo, di costante elastica $k = 200\frac{N}{cm}$. Quando la molla raggiunge la sua massima compressione l'oggetto è nuovamente fermo.

1. A quale altezza si trova inizialmente l'oggetto?
2. Quanta energia cinetica ha l'oggetto inizialmente?
3. Quanta energia potenziale gravitazionale ha l'oggetto quando arriva a terra?
4. Quanta energia potenziale elastica ha la molla inizialmente?
5. Quanta energia cinetica ha l'oggetto alla fine del suo movimento?
6. Quanta energia potenziale elastica ha immagazzinato la molla nel momento di massima compressione?
7. Di quanto si è compressa la molla?

Spiegazione Questo problema tratta di un oggetto che,trovandosi inizialmente ad una certa altezza, ha una certa energia potenziale gravitazionale. Cadendo, per la legge di conservazione dell'energia, trasforma la sua energia potenziale gravitazionale in energia cinetica e poi, successivamente, la sua energia cinetica in energia potenziale elastica.

Svolgimento

1. Conoscendo l'energia potenziale gravitazionale dell'oggetto e la sua massa, avremo che
$$h_i = \frac{U_i}{mg} = \frac{100\,J}{5\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}} = 2,04\,m$$

2. Per l'energia cinetica avremo
$$E_{ci} = \frac{1}{2}mV_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 5\,kg \cdot 100\,\frac{m^2}{s^2} = 250\,J$$

3. Essendo il terreno ad altezza zero
$$U_f = mgh_f = 0\,J$$

4. La molla inizialmente è del tutto scarica, quindi
$$V_{el.i} = \frac{1}{2}k\,(\Delta l)^2 = 0\,J$$

5. Alla fine della caduta l'oggetto è nuovamente fermo, quindi
$$E_{cf} = \frac{1}{2}mV_f^2 = 0\,J$$

6. Per la legge di conservazione dell'energia
$$E_{ci} + U_i + V_{el.i} = E_{cf} + U_f + V_{el.f}$$
$$250\,J + 100\,J + 0\,J = 0\,J + 0\,J + V_{el.f}$$
$$V_{el.f} = 350\,J$$

7. Utilizzando infine la formula inversa dell'energia potenziale elastica finale
$$\Delta l^2 = \frac{2V_{el.f}}{k} = \frac{2 \cdot 350\,J}{20000\frac{N}{m}} = 0,035\,m^2$$
$$\Delta l = 0,187\,m = 18,7\,cm$$

Problema di: Leggi di conservazione - $L0009$

Testo *[L0009]* Un motore di potenza $P = 2\,kW$ solleva un oggetto di massa $m = 500\,kg$ da un'altezza $h_i = 2\,m$ fino ad un'altezza $h_f = 32\,m$. Quanto tempo ci impiega?

Spiegazione Il motore in questione, visto che sta sollevando un oggetto, gli sta fornendo energia potenziale gravitazionale. Conoscendo la potenza del motore potremo calcolarci in quanto tempo tale energia viene fornita.

Svolgimento L'energia fornita all'oggetto vale

$$L = \Delta U = U_f - U_i$$

$$L = mgh_f - mgh_i = mg\Delta h = 500\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 30\,m = 147000\,J$$

Il tempo impiegato dal motore sarà quindi

$$\Delta t = \frac{L}{P} = \frac{147000\,J}{2000\,Watt} = 73,5\,s$$

Problema di: Leggi di conservazione - $L0010$

Testo *[L0010]* Un tuffatore salta dalla piattaforma alta $h_i = 10 metri$. Con quale velocità l'atleta entra in acqua?

Spiegazione Durante il tuffo vale la legge di conservazione dell'energia. Il problema si risolve applicando tale legge.

Svolgimento Impostiamo la legge di conservazione dell'energia.

$$E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f$$

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f$$

Il tuffatore parte da fermo, quindi $V_i = 0$; consideriamo inoltre il livello dell'acqua ad altezza $h_f = 0$ Avremo quindi

$$mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2$$

Facendo la formula inversa avremo

$$V_f^2 = \frac{mgh_i}{\frac{1}{2}m} = 2gh_i$$

$$V_f = \sqrt{2gh_i} = 14\,\frac{m}{s}$$

Problema di: Leggi di conservazione - $L0011$

Testo *[L0011]* In quanto tempo un motore di potenza $P = 30\,W$ può sollevare un oggetto di massa $m = 4\,kg$ di un'altezza $\Delta h = 5\,m$?
[$\Delta t = 6,53\,s$]

Spiegazione Per poter aumentare la sua altezza, l'oggetto deve ricevere energia potenziale gravitazionale. Tale energia viene fornita dal motore.

Svolgimento Applicando la legge di conservazione dell'energia, possiamo affermare che l'energia potenziale gravitazionale iniziale più il lavoro fatto dal motore è uguale all'energia potenziale gravitazionale finale.

$$U_i + L = U_f$$

$$L = U_f - U_i$$

Il lavoro fatto dal motore è dato dalla potenza del motore per il tempo di funzionamento del motore.

$$P \cdot \Delta t = \Delta U$$

$$\Delta t = \frac{mg\Delta h}{P}$$

$$\Delta t = \frac{4\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 5\,m}{30\,W} = 6,53\,s$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0012$

Testo *[L0012]* Quale altezza raggiunge un oggetto lanciato da terra verticalmente verso l'alto con una velocità iniziale $V_0 = 25\,\frac{m}{s}$?
[$h_f = 31,9\,m$]

Spiegazione Nel muoversi verso l'alto l'oggetto converte energia cinetica in energia potenziale gravitazionale. Vale infatti la legge di conservazione dell'energia. In questo esercizio trascuriamo gli effetti dell'attrito con l'aria.

Svolgimento Per la legge di conservazione dell'energia totale

$$E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f$$

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f$$

La velocità finale raggiunta dall'oggetto è nulla; l'altezza iniziale dell'oggetto è nulla in quanto l'oggetto parte da terra.

$$\frac{1}{2}mV_i^2 = mgh_f$$

$$h_f = \frac{\frac{1}{2}mV_i^2}{mg} = \frac{V_i^2}{2g} = \frac{625\,\frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}} = 31,9\,m$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0013$

Testo *[L0013]* Un'automobile di massa $m = 1000\,kg$ rallenta in uno spazio $\Delta S = 50\,m$ dalla velocità $V_i = 20\frac{m}{s}$ fino alla velocità $V_f = 10\frac{m}{s}$. Quanto valgono le energie cinetiche iniziale e finale dell'automobile? Quanto lavoro hanno fatto le forze d'attrito? Quanto valgono le forze d'attrito?

Spiegazione In questo esercizio un'auto si muove ed ha quindi energia cinetica. L'automobile rallenta in quanto la forza d'attrito, facendo un lavoro, converte parte dell'energia cinetica della macchina in calore.

Svolgimento Le energie cinetiche iniziale e finale della macchina sono

$$E_{ci} = \frac{1}{2}mV_i^2 = 500\,kg \cdot 400\,\frac{m^2}{s^2} = 200\,kJ$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2}mV_i^2 = 500\,kg \cdot 100\,\frac{m^2}{s^2} = 50\,kJ$$

Dalla legge di conservazione dell'energia, l'energia cinetica iniziale sommata al lavoro delle forze di attrito deve essere uguale all'energia cinetica finale.

$$E_{ci} + L = E_{cf}$$

$$L = E_{cf} - E_{ci} = 50\,kJ - 200\,kJ = -150\,kJ$$

Il lavoro viene giustamente negativo in quanto la forza di attrito è sempre opposta allo spostamento dell'oggetto. La forza di attrito media, considerando che l'angolo tra lo spostamento e la forza è $180°$, sarà

$$F_a = \frac{L}{\Delta S \cdot cos(180°)} = \frac{-150000\,J}{50\,m \cdot (-1)} = 3000\,N$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0014$

Testo *[L0014]* Esercizi *banali*:

1. Quanto lavoro viene fatto su di un oggetto che si é spostato di $\Delta S = 50\,m$ rallentato da una forza d'attrito $F = 100\,N$?
   [$L = -5000\,J$]

2. Quanto lavoro compie la forza centripeta che fa muovere un oggetto di moto circolare uniforme?
   [$L = 0\,J$]

3. Quanto consuma una lampadina di potenza $P = 150\,W$ tenuta accesa per un tempo $\Delta t = 2\,h$?
   [$\Delta E = 300\,J$]

4. Per quanto tempo deve funzionare un motore di potenza $P = 2000\,W$ per poter fornire un'energia $\Delta E = 500\,J$?
   [$\Delta t = 0,25\,s$]

Spiegazione In questo esercizio ho raccolto tutte quelle domande *banali* che possono essere fatte su questo argomento. Per *banale* si intende un problema nel quale la domanda consiste semplicemente nel fornire dei dati da inserire in una formula. Non è quindi richiesta alcuna particolare capacità di ragionamento, ne particolari doti matematiche. Questo esercizio serve unicamente ad aquisire dimestichezza con l'esecuzione dei conti numerici con le unità di misura.

Svolgimento

1. Tenendo presente che la forza di attrito è sempre opposta al vettore velocità e quindi al vettore spostamento, l'angolo tra i due vettori della formula è $\alpha = 180°$. Per cui

$$L = \vec{F}_x\vec{\Delta S} = F \cdot \Delta S \cdot cos(\alpha) = 100\,N \cdot 50\,m \cdot cos(180°) = -5000\,J$$

2. Una forza centripeta è sempre perpendicolare al vettore velocità e quindi al vettore spostamento, l'angolo tra i due vettori della formula è $\alpha = 90°$. Per cui

$$L = \vec{(F)} x \vec{\Delta S} = F \cdot \Delta S \cdot cos(\alpha) = 100\,N \cdot 50\,m \cdot cos(180°) = 0\,J$$

3. Utilizzando la formula della potenza:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 150\,W \cdot 3600\,s = 540000\,J = 540\,kJ$$

4. Utilizzando la formula della potenza:

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{500\,J}{2000\,W} = 0,25\,s$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0015$

Testo *[L0015]* Un pallone di massa $m = 0,4\,kg$ si trova ad una altezza $h_i = 1\,m$ da terra e viene calciato verticalmente verso l'alto alla velocità $V_i = 15\,\frac{m}{s}$.

1. Quanta energia cinetica e quanta energia potenziale gravitazionale ha il pallone all'inizio?
2. Qanto vale l'energia totale che ha quel pallone?
3. Quanta energia cinetica e quanta energia potenziale gravitazionale ha il pallone nel punto di massima altezza?
4. A quale altezza arriva il pallone?
5. Se il pallone avesse avuto una massa doppia a quale altezza sarebbe arrivato?

.

[$E_{ci} = 45\,J$; $U_i = 3,9\,J$; $E_{tot} = 48,9\,J$; $E_{cf} = 0\,J$; $U_f = 48,9\,J$; $h_f = 12,5\,m$; Alla stessa altezza.]

Spiegazione Questo è un esercizio guidato, nel quale i vari passaggi che si farebbero in un normale esercizio sono qui presentati come singole domande. Il pallone si trova ad una certa altezza ed ha quindi una certa energia potenziale gravitazionale; parte anche verso l'alto con una certa velocità iniziale ed ha quindi una certa energia cinetica. Visto che parte verticalmente, nel punto di massima altezza sarà fermo.

Svolgimento Rispondiamo alle domande una alla volta:

1. L'energia cinetica iniziale è

$$E_{ci} = \frac{1}{2} m V_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,4\,kg \cdot 225\,\frac{m^2}{s^2} = 45\,J$$

L'energia potenziale gravitazionale è

$$U_i = mgh_i = 0,4\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 1\,m = 3,9\,J$$

2. Visto che nel sistema c'è un solo oggetto che ha solo energia cinetica e potenziale gravitazionale, allora l'energia totale del sistema è

$$E_{tot} = U_i + E_{ci} = 48,9\,J$$

3. Nel punto di massima altezza il pallone è fermo e quindi ha energia cinetica pari a zero

$$E_{cf} = 0$$

Per la legge di conservazione dell'energia, il pallone ha energia potenziale gravitazionale finale pari a

$$U_f + E_{cf} = U_i + E_{ci}$$

$$U_f = 48,9\,J$$

4. Conoscendo l'energia potenziale gravitazionale finale posso conoscere l'altezza raggiunta

$$h_f = \frac{U_f}{mg} = \frac{48,9\,J}{0,4\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}} = 12,5\,m$$

5. Nella legge di conservazione dell'energia si semplifica la massa dell'oggetto che è quindi ininfluente sul risultato dell'altezza raggiunta

$$U_f + E_{cf} = U_i + E_{ci}$$

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f$$

$$m\left(\frac{1}{2}V_i^2 + gh_i\right) = m\left(\frac{1}{2}V_f^2 + gh_f\right)$$

$$\frac{1}{2}V_i^2 + gh_i = \frac{1}{2}V_f^2 + gh_f$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0016$

Testo *[L0016]* Un proiettile viene sparato in aria con la velocità iniziale $V_i = 100\,\frac{m}{s}$. Trascurando l'effetto dell'aria, a quale altezza arriverebbe il proiettile?
[$h_f = 510\,m$]

Spiegazione Il proiettile parte verso l'alto con una certa velocità iniziale e quindi con una certa energia cinetica. Mentre sale, il lavoro della forza di gravità converte tale energia cinetica in energia potenziale gravitazionale. il problema si risolve imponendo la legge di conservazione dell'energia totale.

Svolgimento Per la legge di conservazione dell'energia

$$E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f$$

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f$$

L'altezza iniziale dell'oggetto è nulla; la velocità finale dell'oggetto è nulla.

$$\frac{1}{2}mV_i^2 = mgh_f$$

da cui

$$\frac{1}{2}V_i^2 = gh_f$$

da quest'ultima equazione troviamo l'altezza finale dell'oggetto

$$h_f = \frac{V_i^2}{2g} = 510\,m$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0017$

Testo *[L0017]* Un pendolo formato da un filo di lunghezza $l = 1\,m$ ed una massa legata al fondo, viene inclinato in modo da sollevare la massa di $\Delta h = -10\,cm$, e viene tenuto inizialmente fermo. Con quale velocità il pendolo viaggerà quando la massa avrà raggiunto la sua minima altezza?

Spiegazione Questo problema è concettualmente identico al problema di un oggetto in caduta libera. Mentre il peso scende, il lavoro della forza di gravità converte l'energia potenziale gravitazionale dell'oggetto in energia cinetica.

Svolgimento Per la legge di conservazione dell'energia

$$E_{ci} + U_i = E_{cf} + U_f$$

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f$$

Sappiamo che la velocità iniziale è nulla e conosciamo il valore del dislivello $\Delta h = h_f - h_i$, per cui

$$-\left(mgh_f - mgh_i\right) = \frac{1}{2}mV_f^2$$

$$-mg\Delta h = \frac{1}{2}mV_f^2$$

$$-2g\Delta h = V_f^2$$

$$V_f = \sqrt{-2g\Delta h}$$

Sostituendo i valori nella formula avremo

$$V_f = \sqrt{-2 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot (-10\,cm)} = 1,4\,\frac{m}{s}$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0018$

Testo *[L0018]* Di quanto viene compressa una molla di costante elastica $k = 100\,\frac{N}{m}$ se a comprmerla è un oggetto di massa $m = 49\,kg$ lanciato orizzontalmente alla velocità $V_i = 10\,\frac{m}{s}$?

Spiegazione Questo problema è concettualmente identico al problema di un oggetto in caduta libera, con l'unica differenza determinata dal fatto che invece dell'energia potenziale gravitazionale dovremo tenere conto dell'energia potenziale elastica della molla.

Svolgimento Per la legge di conservazione dell'energia

$$E_{ci} + V_{ei} = E_{cf} + V_{ef}$$

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_i^2 = \frac{1}{2}mV_f^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_f^2$$

La molla inizialmente è scarica, mentre l'oggetto, quando ha compresso completamente la molla, è fermo.

$$\frac{1}{2}mV_i^2 = \frac{1}{2}k\Delta l_f^2$$

da cui semplificando posso calcolare la variazione di lunghezza della molla

$$mV_i^2 = k\Delta l_f^2$$

$$\Delta l_f = \sqrt{\frac{m}{k}}V_i$$

$$\Delta l_f = \sqrt{\frac{49\,kg}{100\,\frac{N}{m}}}10\,\frac{m}{s} = 7\,cm$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0019$

Testo *[L0019]* Su di una catapulta viene posizionata una pietra di massa $m = 30\,kg$, comprimendo di $\Delta l = 50\,cm$ una molla di costante elastica $k = 6000\frac{N}{m}$.

1. Quanta energia potenziale elastica è immagazzinata nella molla della catapulta?
2. Con quanta energia cinetica la pietra viene lanciata?
3. A quale velocità viaggia la pietra nel momento in cui viene lanciata?

.
[$V = 750\,J$; $E_{ci} = 750\,J$; $V_i = 7,07\frac{m}{s}$.]

Spiegazione Una catapulta funziona secondo il principio per cui prima viene immagazzinata energia nella *molla* (in generale un qualunque dispositivo elastico) e poi rilasciata al proiettile sotto forma di energia cinetica.

Svolgimento L'energia potenziale elastica immagazzinata è

$$V_{el} = \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2} \cdot 6000\frac{N}{m} \cdot 0,025\,m^2 = 750\,J$$

L'energia cinetica del proiettile sarà esattamente quella immagazzinata dalla molla

$$E_{ci} = V_{el} = 750\,J$$

Dalla formula inversa dell'energia cinetica

$$V_i = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{1500\,J}{30\,kg}} = 7,07\frac{m}{s}$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un elastico di massa $m = 40\,g$ e di costante elastica $k = 5\frac{N}{cm}$, inizialmente fermo, si trova all'altezza $h_i = 2\,m$ e viene lasciato verso l'alto. L'energia per lanciarlo viene data dall'elastico stesso essendo stato allungato di $\Delta l = 10\,cm$.
   (a) Quanta energia potenziale elastica è immagazzinata nell'elastico allungato?
   (b) Quanta energia cinetica ha l'elastico nel momento della partenza?
   (c) Con quale velocità viene lanciato l'elastico?
   (d) Quanta energia cinetica avrà l'elastico nel punto di massima altezza?
   (e) Quanta energia potenziale gravitazionale avrà l'elastico nel punto di massima altezza?
   (f) A quale altezza arriverà l'elastico?

   .
   [$V = 50\,J$; $E_{ci} = 50\,J$; $V_i = 50\,\frac{m}{s}$; $E_{cf} = 0\,J$; $U = 50\,J$; $h_f = 129,6\,m$.]

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0020$

Testo *[L0020]* Un oggetto di massa $m = 5\,kg$ ha inizialmente un'energia potenziale gravitazionale $U_i = 100\,J$ e sta cadendo con una velocità $V_i = 10\frac{m}{s}$. Cadendo a terra, cioè fino ad un'altezza $h_f = 0\,m$, l'oggetto ha colpito e compresso una molla, inizialmente a riposo, di costante elastica $k = 200\frac{N}{cm}$. Quando la molla raggiunge la sua massima compressione l'oggetto è nuovamente fermo.

1. A quale altezza si trova inizialmente l'oggetto?
2. Quanta energia cinetica ha l'oggetto inizialmente?
3. Quanta energia potenziale gravitazionale ha l'oggetto quando arriva a terra?
4. Quanta energia potenziale elastica ha la molla inizialmente?
5. Quanta energia cinetica ha l'oggetto alla fine del suo movimento?
6. Quanta energia potenziale elastica ha immagazzinato la molla nel momento di massima compressione?
7. Di quanto si è compressa la molla?

.

[$h_i = 2,04\,m$; $E_{ci} = 250\,J$; $U_f = 0\,J$; $V_i = 0\,J$; $E_{ci} = 0\,J$; $V_{el-f} = 350\,J$; $\Delta l = 3,5\,cm$.]

Spiegazione Un'esercizio guidato sulla legge di conservazione dell'energia

Svolgimento Utilizzando la formula inversa dell'energia potenziale gravitazionale

$$h_i = \frac{U_i}{mg} = \frac{100\,J}{5\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}} = 2,04\,m$$

La sua energia cinetica iniziale vale

$$E_{ci} = \frac{1}{2}mV_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 5\,kg \cdot 100\,\frac{m^2}{s^2} = 250\,J$$

Essendo arrivato a terra l'energia potenziale finale è nulla

$$U_f = 0$$

Inizialmente la molla è completamente scarica, quindi

$$V_{el-i} = 0$$

Alla fine del movimento l'oggetto è fermo, quindi

$$E_{cf} = 0$$

Tutta l'energia è quindi nella molla nel momento di massima compressione

$$V_{el-f} = E_{ci} + U_i = 350\,J$$

Utilizzando la formula inversa dell'energia potenziale elastica trovo di quanto di è compressa la molla

$$\Delta l_f = \sqrt{\frac{2V_{el-f}}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 350\,J}{200\,\frac{N}{cm}}} = 3,5\,cm$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0021$

Testo *[L0021]* Quanta energia devo dare ad un oggetto di massa $m = 2\,kg$ che si muove con velocità $V_i = 10\,\frac{m}{s}$ per fargli raddoppiare la velocità?

Spiegazione Un oggetto si muove e quindi ha energia cinetica. L'energia da dare sarà la differenza tra l'energia cinetica finale e quella iniziale.

Svolgimento L'energia cinetica iniziale dell'oggetto vale

$$E_{ci} = \frac{1}{2}mV_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\,kg \cdot 100\,\frac{m^2}{s^2} = 100\,J$$

L'energia cinetica finale dell'oggetto, quando la velocità è raddoppiata, vale

$$E_{cf} = \frac{1}{2}mV_f^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\,kg \cdot 400\,\frac{m^2}{s^2} = 400\,J$$

L'energia da dare vale

$$L = E_{cf} - E_{ci} = 300\,J$$

Esercizi concettualmente identici

1. Quanta energia devo dare ad un oggetto di massa $m = 20\,kg$ per sollevarlo dall'altezza iniziale $h_i = 50\,m$ fino all'altezza $h_f = 75\,m$?
   [$\Delta U = 2940\,J$]
2. Quanta energia devo dare ad un oggetto di massa $m = 20\,kg$ per aumentare la sua velocità da un valore $V_i = 15\frac{m}{s}$ fino ad un valore $V_f = 25\frac{m}{s}$?
   [$\Delta E_c = 78400\,J$]
3. Un blocco di cemento di massa $m = 500\,kg$ è tenuto da una gru ad un'altezza $h_i = 10\,m$ e poi appoggiato dentro un pozzo ad una profondità $h_f = -5\,m$ sotto il livello del terreno. Quanto valgono le energie potenziali gravitazionali iniziale e finale del blocco di cemento? Quanta energia potenziale gravitazionale ha aquisito l'oggetto a causa del suo spostamento?
   [$U_i = 49000\,J; U_f = -29500\,J; \Delta U = -78500\,J$]

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0022$

Testo *[L0022]* Un proiettile di massa $m = 15\,g$ viene sparato da un fucile in diagonale verso l'alto posizionato al livello del suolo. Al momento dello sparo riceve una spinta $F = 100\,N$ per un tragitto $\Delta S = 60\,cm$ pari alla lunghezza della canna del fucile. Quando arriva nel punto di massima altezza ha ancora una velocità $V_f = 20\frac{m}{s}$. Quanto lavoro ha ricevuto il proiettile al momento dello sparo? Trascura la variazione di energia potenziale dovuta al percorso della pallottola all'interno del fucile; quanta energia cinetica ha il proiettile in uscita dalla canna del fucile? Quanta energia cinetica ha il proiettile nel punto di massima altezza? Quanta energia potenziale gravitazionale ha il proiettile nel punto di massima altezza, se trascuriamo l'attrito con l'aria? A quale altezza è arrivato il proiettile?
[$L = 60\,J; E_{ci} = 60\,J; E_{cf} = 3\,J; U_f = 57\,J; h_f = 388\,m$]

Spiegazione Il proiettile subisce una forza da parte del fucile, e si sposta lungo la canna del fucile. Il fucile fa quindi un lavoro sul proiettile. Tale lavoro viene aquisito dal proiettile sotto forma di energia cinetica. Nel muoversi verso l'alto la forza di gravità trasforma l'energia cinetica del proiettine in energia potenziale gravitazionale.

Svolgimento Il lavoro ricevuto, tenendo conto che la forza impressa sul proiettile e lo spostamento dello stesso sono paralleli e nello stesso verso, vale

$$L = F \cdot \Delta l = 100\,N \cdot 0,6\,m = 60\,J$$

L'energia cinetica della pallottola in uscita dal fucile sarà pari al lavoro fatto dalla forza

$$E_{ci} = L = 60\,J$$

L'energia cinetica della pallottola nel punto di massima altezza vale

$$E_{cf} = \frac{1}{2}mV_f^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,015\,kg \cdot 400\,\frac{m^2}{s^2} = 3\,J$$

Per la legge di conservazione dell'energia, l'energia potenziale gravitazionale nel punto di massima altezza vale

$$E_{cf} + U_f = E_{ci}$$

$$U_f = E_{ci} - E_{cf} = 57\,J$$

l'altezza raggiunta vale

$$h_f = \frac{U_f}{mg} = \frac{57\,J}{0,015\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}} = 388\,m$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0023$

Testo [L0023] Un corpo di massa $m = 2\,kg$ si trova sulla cima di una collina; esso viaggia alla velocità iniziale $V_i = 10\,\frac{m}{s}$ ed ha un'energia potenziale gravitazionale $U_i = 1000\,J$. Dopo un certo tempo, frenato dalle forze d'attrito, arriva in fondo alla collina ad altezza $h_f = 0\,m$ raggiungendo una velocità finale $V_f = 20\,\frac{m}{s}$. Di quante volte è aumentata l'energia cinetica *(raddoppiata, triplicata, quadruplicata)*? Quanta energia si è trasformata in calore?

Spiegazione In questo esercizio bisogna semplicemente applicare la legge di conservazione dell'energia. Inizialmente il sistema fisico ha l'energia cinetica dell'oggettoe l'energia potenziale gravitazionale dell'oggetto. Alla fine il sistema fisico ha l'energia conetica dell'oggetto, l'energia potenziale gravitazionale dell'oggetto ed il calore prodotto dalle forze di attrito. L'oggetto ha perso energia potenziale gravitazionale, la quale è stata trasformata una parte in energia cinetica ed una parte in calore.

Svolgimento L'energia cinetica iniziale dell'oggetto vale

$$E_{c-i} = \frac{1}{2}mV_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\,kg \cdot 100\,\frac{m^2}{s^2} = 100\,J$$

L'energia cinetica finale dell'oggetto vale

$$E_{c-f} = \frac{1}{2}mV_f^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\,kg \cdot 400\,\frac{m^2}{s^2} = 400\,J$$

L'energia cinetica è quindi quadruplicata.

Inizialmente l'energia totale, calcolata utilizzando i valori iniziali, è

$$E_{tot} = E_{c-i} + U_i = 1100\,J$$

Visto che l'oggetto arriva ad altezza $h_f = 0\,m$ allora l'energia potenziale gravitazionale finale vale $U_f = 0\,J$. Quindi:

$$Q + E_{c-f} + U_f = E_{tot}$$

$$Q = E_{tot} - E_{c-f} = 700\,J$$

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0024$

Testo *[L0024]* Ad una molla, di lunghezza a riposo $L_0 = 20\,cm$ e costante elastica $k = 10\,\frac{N}{m}$, viene appeso un oggetto di massa $m = 100\,g$. Dalla posizione di equilibrio raggiunta, l'oggetto viene sollevato di $\Delta x = +5\,cm$. Lasciato libero, fino a quale altezza minima si abbassa?

Spiegazione In questo esercizio bisogna applicare la legge di conservazione dell'energia. Inizialmente il sistema, quando si trova fermo in equilibrio, ha dell'energia poteniale elastica in quanto la molla è allungata rispetyto alla posizione a riposo, ed ha dell'energia potenziale gravitazionale in quanto l'oggetto si trova ad una certa altezza da terra.

Risulta importante in un sistema come questo, la scelta del sistema di riferimento rispetto al quale misuriamo le singole altezze. La scelta più comoda è quella in cui lo zero delle altezze si trova nel punto più in alto in cui viene posizionato il pesino. Per questo motivo, quando lasceremo il pesino libero di cadere, esso oscillerà tra l'altezza zero ed un'opportuna altezza negativa.

Svolgimento Cominciamo con il calcolarci di quanto si allunga la molla sotto l'azione del pesino. In condizioni di equilibrio la forza di gravità verso il basso sarà uguale alla forza elastica verso l'alto

$$F_g = F_{el}$$

$$m \cdot g = k \cdot \Delta l$$

$$\Delta l = \frac{m \cdot g}{k}$$

$$\Delta l = \frac{0,1\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}}{10\,\frac{N}{m}} = 0,098\,m = 9,8\,cm$$

Nel nostro sistema di riferimento, il pesino si trova ad altezza zero e poi viene sollevato fino all'altezza iniziale

$$h_i = \Delta x$$

Il problema chiede di trovare l'altezza minima h_f raggiunta dal pesino. Impostiamo la legge di conservazione dell'energia. Definiamo lo stato iniziale come il punto più in alto raggiunto dal pesino. Definiamo come stato finale il punto più in basso raggiunto dal pesino. In entrambi i casi l'energia cinetica del pesino è nulla.

L'energia potenziale gravitazionale è

$$U = m \cdot g \cdot h$$

L'energia potenziale elastica è

$$V = \frac{1}{2}k\left(\Delta l - h\right)^2$$

La legge di conservazione dell'energia diventa

$$m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2}k\left(\Delta l - h_i\right)^2 = m \cdot g \cdot h_f + \frac{1}{2}k\left(\Delta l - h_f\right)^2$$

$$m \cdot g \cdot \left(h_i - h_f\right) = \frac{1}{2}k\left(\Delta l - h_f\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\Delta l - h_i\right)^2$$

$$m \cdot g \cdot \left(h_i - h_f\right) = \frac{1}{2}k\left[\left(\Delta l - h_f\right)^2 - \left(\Delta l - h_i\right)^2\right]$$

$$2\frac{m \cdot g}{k}\left(h_i - h_f\right) = \left(\Delta l - h_f + \Delta l - h_i\right) \cdot \left(\Delta l - h_f - \Delta l + h_i\right)$$

$$2\frac{m \cdot g}{k}\left(h_i - h_f\right) = \left(2\Delta l - h_f - h_i\right) \cdot \left(-h_f + h_i\right)$$

$$2\frac{m \cdot g}{k}\left(h_i - h_f\right) - \left(2\Delta l - h_f - h_i\right) \cdot \left(-h_f + h_i\right) = 0$$

$$\left(h_i - h_f\right)\left[2\frac{m \cdot g}{k} - \left(2\Delta l - h_f - h_i\right)\right] = 0$$

$$\left(h_i - h_f\right)\left(2\frac{m \cdot g}{k} - 2\Delta l + h_f + h_i\right) = 0$$

di qui troviamo le due soluzioni per h_f coincidenti con gli stati iniziale e finale del problema

$$\begin{cases} h_i - h_f = 0 \\ 2\frac{m \cdot g}{k} - 2\Delta l + h_f + h_i = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_f = h_i \\ h_f = -h_i - 2\frac{m \cdot g}{k} + 2\Delta l \end{cases}$$

Se adesso andiamo a riprendere il risultato iniziale sull'equilibrio raggiunto dalla molla con il peso ad essa appeso $\Delta l = \frac{m \cdot g}{k}$ otteniamo

$$\begin{cases} h_f = h_i = +5\,cm \\ h_f = -h_i = -5\,cm \end{cases}$$

Proviamo adesso a rifare lo stesso esercizio mettendo l'origine del sistema di riferimento nel punto in cui l'estremità della molla si trova prima che venga appeso l'oggetto. La formula per l'energia poteniale gravitazionale non cambia, mentre quella per l'energia poteniale elastica diventa:

L'energia potenziale elastica è

$$V = \frac{1}{2}k\left(h\right)^2$$

infatti la coordinata stessa dell'altezza rappresenta anche la variazione di lunghezza della molla. La legge di conservazione dell'energia diventa adesso:

$$m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2}k\left(h_i\right)^2 = m \cdot g \cdot h_f + \frac{1}{2}k\left(h_f\right)^2$$

$$m \cdot g\left(h_i - h_f\right) = \frac{1}{2}k\left(h_f\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(h_i\right)^2$$

$$\frac{2mg}{k}\left(h_i - h_f\right) = \left(h_f + h_i\right)\left(h_f - h_i\right)$$

$$\frac{2mg}{k}\left(h_i - h_f\right) - \left(h_f + h_i\right)\left(h_f - h_i\right) = 0$$

$$\frac{2mg}{k}\left(h_i - h_f\right) + \left(h_f + h_i\right)\left(h_i - h_f\right) = 0$$

$$\left(h_i - h_f\right)\left[\frac{2mg}{k} + \left(h_f + h_i\right)\right] = 0$$

di qui troviamo le due soluzioni per h_f coincidenti con gli stati iniziale e finale del problema

$$\begin{cases} h_i - h_f = 0 \\ \frac{2mg}{k} + h_f + h_i = 0 \end{cases}$$

Teniamo adesso presente che rispetto alla posizione a riposo della molla, l'altessa iniziale $h_i = -\Delta l + \Delta x$; inoltre vale sempre che l'allungamento della molla dovuto al posizionamento del pesino vale $\Delta l = \frac{mg}{k}$. Avremo quindi:

$$\begin{cases} h_f = h_i = -\Delta l + \Delta x \\ h_f = -h_i - \frac{2mg}{k} = \Delta l - \Delta x - \frac{2mg}{k} \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_f = h_i = -\frac{mg}{k} + \Delta x = -4,8\,cm \\ h_f = -\frac{mg}{k} - \Delta x = -14,8\,cm \end{cases}$$

Questi valori di fatto rappresentano gli stessi punti di partenza e di arrivo per l'oscillazione del pesino ottenuti precedentemente. Si vede infatti che i valori di altezza ottenuti sono ricavabili dai precedenti con una semplice traslazione del sistema di riferimento, che è esattamente quello che abbiamo fatto all'inizio.

Autore: Andrea de Capoa 26 Feb 2016

Problema di: Leggi di Conservazione - $L0025$

Testo [L0025] Un oggetto cade da una certa altezza. Trascuriamo l'effetto dell'aria. Rispondi alle seguenti domande:

- Come variano l'energia potenziale gravitazionale e l'energia cinetica dell'oggetto? Come varia l'energia totale dell'oggetto?

Consideriamo adesso il caso della presenza dell'aria.

- In che modo la forza di attrito interviene sulle trasformazioni energetiche del fenomeno in questione? Vale ancora la legge di conservazione dell'energia totale?

Spiegazione Durante la caduta di un oggetto, l'energia da esso posseduta subisce una serie di trasformazioni. Per sapere come avvengono tali trasformazioni è sufficiente comprendere i concetti teorici alla base del fenomeno della legge di conservazione dell'energia.

Svolgimento

- *Come varia l'energia potenziale gravitazionale dell'oggetto?* La formula per l'energia potenziale gravitazionale è $U = mgh$. Diminuendo l'altezza da terra diminuisce l'energia potenziale gravitazionale.

- *Come varia l'energia cinetica dell'oggetto?* Man mano che l'oggetto scende, trasforma la sua energia potenziale gravitazionale in energia cinetica. L'oggetto va infatti sempre più veloce. L'energia cinetica aumenta.

- *Come varia l'energia totale dell'oggetto?* Per la legge di conservazione dell'energia, l'energia totale di un sistema isolato si conserva.

Consideriamo adesso il caso della presenza dell'aria.

- *In che modo la forza di attrito interviene sulle trasformazioni energetiche del fenomeno in questione?* La forza di attrito trasforma l'energia cinetica dell'oggetto in calore, rallentandolo.

- *Vale ancora la legge di conservazione dell'energia totale?* La legge di conservazione dell'energia totale è sempre valida

Problema di: Dinamica - $DL0011$

Testo *[DL0011]* Un pendolo semplice è realizzato con una corda di lunghezza $l = 2\,m$ con all'estremità una massa $m = 2\,kg$. Tale pendolo sta oscillando attaccato ad un chiodo all'altezza $h_c = 3\,m$. Il massimo valore dell'altezza raggiunta dal pendolo è $h_i = 1,4\,m$. Sapendo che la corda può sopportare al massimo una tensione $T_{max} = 30\,N$, il pendolo si romperà?

Spiegazione Il questo esercizio abbiamo un pendolo che oscilla. La massa attaccata al filo esegue un moto circolare, in quanto essa si trova sempre alla stessa distanza dal chiodo. La forza che agisce sulla massa sarà in ogni istante la somma della forza di gravità e della forza esercitata dal filo. Con i dati del problema è possibile calcolare quale sarà la forza massima esercitata richiesta dalla massa per eseguire il movimento; se tale forza massima è maggiore della tensione di rottura del filo, allora il filo si spezzerà.

Svolgimento L'oggetto appeso al filo segue un percorso perfettamente circolare, quindi è sottoposto ad una forza centripeta

$$F_c = m\frac{V^2}{r}$$

La velocità che ha la massa attaccata al filo varia in quanto sta scendendo verso il basso. Per la legge di conservazione dell'energia avremo che

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f$$

raccolgo m a fattor comune e semplifico

$$\frac{1}{2}V_i^2 + gh_i = \frac{1}{2}V_f^2 + gh_f$$

$$\frac{1}{2}V_i^2 + gh_i - gh_f = \frac{1}{2}V_f^2$$

$$V_i^2 + 2g\left(h_i - h_f\right) = V_f^2$$

considerando che nel punto più alto dell'oscillazione del pendolo la velocità è $V_i = 0$ e che il pendolo nel suo percorso verso il punto più basso scende di $\Delta h = h_f - h_i = -0,4\,m$

$$V_f = \sqrt{2g\,(h_i - h_f)} = \sqrt{2 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0,4\,m} = 2,8\,\frac{m}{s}$$

Ritornando al pendolo, nel momento in cui la massa appesa ha raggiunto il punto di altezza minima, possiamo affermare che la differenza tra la forza di gravità verso il basso e la tensione del filo verso l'alto deve essere pari alla forza centrifuga subita dalla massa

$$T - mg = m\frac{V_f^2}{r}$$

$$T = mg + m\frac{V_f^2}{r} = 2\,kg\left(9,8\,\frac{m}{s^2} + \frac{7,84\,\frac{m^2}{s^2}}{2\,m}\right) = 27,44\,N$$

Questo valore, essendo inferiore al limite massimo sopportabile dalla corda, permette di stabilire che la corda non si romperà.

Problema di: Dinamica - $DL0012$

Testo *[D0012]* Un'auto da corsa di massa $m = 500\,kg$ rallenta da una velocità iniziale $V_i = 252\,\frac{km}{h}$ fino ad una velocità finale $V_f = 108\,\frac{km}{h}$ in uno spazio $\Delta S = 100\,m$. Quanta energia cinetica ha l'auto prima e dopo la frenata? Quanto lavoro ha fatto la forza d'attrito delle ruote con l'asfalto? Quanto valgono la forza d'attrito e l'accelerazione d'attrito?
[$E_{ci} = 1225\,kJ$; $E_{cf} = 225\,kJ$; $L = -1000\,kJ$; $F_a = 10\,N$; $a = 0,02\,\frac{m}{s^2}$]

Spiegazione Un'auto si sta muovendo con una certa energia cinetica. Una forza di attrito cornverte parte di quell'energia cinetica in calore, riducendo la velocità dell'auto

Svolgimento Per prima cosa convertiamo le unità di misura della velocità

$$V_i = 252\,\frac{km}{h} = 252\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = 80\,\frac{m}{s}$$

$$V_f = 108\,\frac{km}{h} = 108\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = 30\,\frac{m}{s}$$

L'energia cinetica iniziale dell'auto vale

$$E_{ci} = \frac{1}{2}mV_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 500\,kg \cdot 6400\,\frac{m^2}{s^2} = 1225\,kJ$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2}mV_f^2 = \frac{1}{2} \cdot 500\,kg \cdot 900\,\frac{m^2}{s^2} = 225\,kJ$$

La perdita di energia cinetica sarà pari al lavoro fatto dalle forze di attrito

$$L = E_{cf} - E_{ci} = -1000\,J$$

La forza d'attrito sarà

$$F_a = \frac{L}{\Delta S} = \frac{-1000\,J}{100\,m} = -10\,N$$

dove quel meno indica che la forza è opposta allo spostamento dell'auto.

L'accelerazione che ne consegue sarà

$$a = \frac{F_a}{m} = \frac{-10\,N}{500\,kg} = 0,02\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un oggetto di massa $m = 50\,Kg$ viaggia ad una velocità $V = 10\frac{m}{s}$. Ad un certo punto viene spinto da una forza $F = 100\,N$ per una distanza $\Delta S = 24\,m$ nella stessa direzione e nello stesso verso del movimento. Quanta energia cinetica ha l'oggetto all'inizio? Quanto lavoro ha fatto la forza? Quel lavoro è negativo o positivo? Quanta energia cinetica ha l'oggetto dopo l'azione della forza? A quale velocità finale viaggia l'oggetto?
[$E_{ci} = 2500\,J$; $L_{pos} = 2400\,J$; $E_{cf} = 4900\,J$; $V = 14\,\frac{m}{s}$]

Problema di: Leggi di conservazione - $LP0001$

Testo *[LP0001]* Un oggetto di massa $m_1 = 50\,kg$ viaggia ad una velocità $V_1 = 11\,\frac{m}{s}$ lungo un piano inclinato senza attrito. Inizialmente l'oggetto si trova all'altezza $h_i = 5\,m$ da terra. Alla fine del piano inclinato si sposta in orizzontale fino a quando urta contro un oggetto di massa $m_2 = 100\,kg$ inizialmente fermo. Nell' urto di due oggetti rimangono attaccati. Con quale velocità viaggeranno dopo l'urto?

Spiegazione Questo problema è di fatto separato in due problemi distinti; nella prima parte abbiamo infatti un oggetto che cade lungo un piano inclinato senza attrito, e nella seconda abbiamo l'urto anelastico dei due oggetti. Per cui dobbiamo prima capire con quale velocitá arriva l'oggetto al fondo del piano inclinato, per poi studiare l'urto anelastico e capire con quale velocità si muove il blocco dei due oggetti.

Svolgimento Cominciamo con l'impostare la legge di conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + mgh_f$$

Raccogliendo la massa e semplificandola

$$\frac{\frac{1}{2}V_i^2 + gh_i}{\frac{1}{2}} = V_f^2$$

$$V_f = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mV_i^2 + mgh_i}{\frac{1}{2}m}}$$

Per la legge di conservazione della quantità di moto, la quantità di moto totale iniziale è uguale alla quantità di moto totale finale.

$$P_{1i} + P_{2i} = P_{tot.f}$$

$$m_{1i}V_{1i} + m_{2i}V_{2i} = m_{tot}V_f$$

In questa equazione si vede che dopo l'urto è presente un solo oggetto la cui massa è pari alla somma delle masse dei due oggetti prima dell'urto.

$$V_f = \frac{m_{1i}V_{1i} + m_{2i}V_{2i}}{m_{tot}}$$
$$V_f = \frac{50\,kg \cdot 11\frac{m}{s} - 100\,kg \cdot 1\,\frac{m}{s}}{150\,kg} = 3\,\frac{m}{s}$$

Il meno nella formula indica che il secondo oggetto viaggia in direzione opposta rispetto al primo; il fatto che il risultato sia positivo indica che il blocco dei due oggetti viaggia, dopo l'urto, nello stesso verso del primo blocco prima dell'urto.

Problema di: Leggi di conservazione - $P0001$

Testo *[P0001]* Un oggetto che ha massa $m_1 = 50\,kg$ viaggia ad una velocità $V_1 = 11\,\frac{m}{s}$. Ad un certo punto urta contro un oggetto di massa $m_2 = 100\,kg$ che viaggia nel verso opposto ad una velocità $V_2 = 1\,\frac{m}{s}$. Nell'urto di due oggetti rimangono attaccati. A quale velocità finale si muove il blocco?

Spiegazione Ognuno dei due oggetti si sta muovendo, e quindi ha una certa quantità di moto. Visto che quando urtano tra loro rimangono attaccati, allora si tratta di un urto anelastico nel quale si conserva la sola quantità di moto.

Svolgimento Vale la legge di conservazione della quantità di moto; quindi la quantità di moto totale iniziale è uguale alla quantità di moto totale finale.

$$P_{1i} + P_{2i} = P_{tot.f}$$

$$m_{1i}V_{1i} + m_{2i}V_{2i} = m_{tot}V_f$$

In questa equazione si vede che dopo l'urto è presente un solo oggetto la cui massa è pari alla somma delle masse dei due oggetti prima dell'urto.

$$V_f = \frac{m_{1i}V_{1i} + m_{2i}V_{2i}}{m_{tot}}$$
$$V_f = \frac{550\frac{kg\,m}{s} - 100\,\frac{kg\,m}{s}}{150\,kg} = 3\,\frac{m}{s}$$

Il meno nella formula indica che il secondo oggetto viaggia in direzione opposta rispetto al primo; il fatto che il risultato sia positivo indica che il blocco dei due oggetti viaggia, dopo l'urto, nello stesso verso del primo blocco prima dell'urto.

Problema di: Fluidodinamica - $F0001$

Testo *[F0001]* In un tubo orizzontale di sezione $S_1 = 10\,cm^2$ scorre dell'acqua ad una velocità $V_1 = 8\,\frac{m}{s}$ con una pressione $P_1 = 150000\,Pa$. Ad un certo punto la sezione del tubo aumenta fino al valore $S_2 = 16\,cm^2$. Quanto valgono la velocità e la pressione dell'acqua nella parte larga del tubo?

Spiegazione Un fluido incomprimibile si sta muovendo dentro un tubo. Assumendo che si possano trascurare tutti i fenomeni di attrito, il fluido è soggetto sia alla legge di conservazione della portata che alla legge di Bernoulli.

Svolgimento Applicando la legge di conservazione della portata possiamo scrivere:

$$S_1 V_1 = S_2 V_2$$

$$V_2 = \frac{S_1 V_1}{S_2} = \frac{10\,cm^2 \cdot 8\,\frac{m}{s}}{16\,cm^2} = 5\,\frac{m}{s}$$

Utilizzando poi la legge di Bernoulli possiamo scrivere:

$$\frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 + \rho_{H_2O} g h_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 + \rho_{H_2O} g h_2 + P_2$$

Visto che il tubo è orizzontale, allora $h_1 = h_2$ e quindi i due termini corrispondenti si possono semplificare. Anche se non so quanto valgono, in quanto non so a che altezza si trova il tubo, so però che sono uguali e in questo caso si semplificano.

$$\frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 + P_2$$

Sostituendo adesso il valore V_2 quanto calcolato precedentemente

$$\tfrac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 + P_1 = \tfrac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 \tfrac{S_1^2}{S_2^2} + P_2$$

$$\tfrac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 - \tfrac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 \tfrac{S_1^2}{S_2^2} + P_1 = P_2$$

$$P_2 = \tfrac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 \left(1 - \tfrac{S_1^2}{S_2^2}\right) + P_1$$

$$P_2 = \tfrac{1}{2} 1000 \tfrac{kg}{m^3} 64 \tfrac{m^2}{s^2} \left(1 - \tfrac{100\,cm^4}{256\,cm^4}\right) + 150000\,Pa$$
$$P_2 = 169500\,Pa$$

Esercizi concettualmente identici

1. In un tubo orizzontale di sezione $S_1 = 20\,cm^2$ scorre dell'acqua con velocità $V_1 = 5\frac{m}{s}$ e con una pressione $P_1 = 200000\,Pa$. Questo tubo ha una strozzatura nel centro, di sezione $S_2 = 4\,cm^2$. Quanto scorre veloce l'acqua nella strozzatura? Quanto vale la pressione nella strozzatura?
   [$V_2 = 25\,\frac{m}{s}$; $P_2 = 199500\,Pa$]
2. In un tubo di sezione $S_1 = 8\,cm^2$, dell'acqua scorre con una velocità $V_1 = 2\,\frac{m}{s}$ ed ad una pressione $P_1 = 12000\,Pa$. Se in un secondo tratto del tubo la sua sezione aumenta passando ad un valore $S_2 = 10\,cm^2$, a quale velocitá viaggerá l'acqua? Se il tubo è posto in orizzontale, Quanto vale la pressione nella parte larga del tubo?
3. Se in un tubo orizzontale un fluido di densità $\rho = 5\frac{Kg}{m^3}$ aumenta la sua velocità passando da un valore $V_i = 5\frac{m}{s}$ ad un valore $V_f = 15\frac{m}{s}$, di quanto varia la pressione del fluido?
   [$\Delta P = -500\,Pa$]

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fluidodinamica - $F0002$

Testo *[F0002]* In un tubo di sezione $S_1 = 10\,cm^2$ scorre dell'acqua con velocità $V_1 = 3\,\frac{m}{s}$. Questo tubo ha una strozzatura nel centro, di sezione $S_2 = 4\,cm^2$. Quanto vale la portata del tubo? Quanto vale la velocità con cui l'acqua scorre nella strozzatura?

Spiegazione L'acqua è un liquido e quindi incomprimibile. Vale quindi la legge di conservazione della portata.

Svolgimento La portata del tubo è

$$Q = S_1 \cdot V_1 = 10\,cm^2 \cdot 3\,\frac{m}{s} = 0,001\,m^2 \cdot 3\,\frac{m}{s} = 0,003\,\frac{m^3}{s}$$

Per la legge di conservazione della portata avremo che

$$S_2 \cdot V_2 = S_1 \cdot V_1$$

$$V_2 = \frac{S_1 \cdot V_1}{S_2} = \frac{10\,cm^2 \cdot 3\,\frac{m}{s}}{4\,cm^2} = 7,5\,\frac{m}{s}$$

Esercizi concettualmente identici

1. In un tubo di sezione $S_1 = 10\,cm^2$ scorre dell'acqua con velocità $V = 3\,\frac{m}{s}$. Questo tubo ha una strozzatura nel centro, di sezione $S_2 = 4\,cm^2$. Quanto scorre veloce l'acqua nella strozzatura?

2. Di quanto devo diminuire la sezione $S_1 = 600\,cm^2$ di un tubo per far aumentare la velocità del fluido che ci scorre dentro da un valore $V_1 = 5\,\frac{m}{s}$ ad un valore $V_2 = 8\,\frac{m}{s}$?

Problema di: Fluidodinamica - $F0003$

Testo *[F0003]* Il letto di un canale di irrigazione è profondo $h_1 = 2\,m$ e largo $l_1 = 10\,m$, e l'acqua al suo interno scorre con una velocità $V_1 = 0,2\,\frac{m}{s}$; se in un certo tratto la profondità e la larghezza del canale si dimezzano, a quale velocità scorrerà l'acqua in questo secondo tratto? Quanto vale la portata del canale?

Spiegazione L'acqua è un liquido incomprimibile, vale quindi la legge di conservazione della portata. Con i dati a disposizione, assumiamo che la sezione del canale abbia una forma rettangolare; il canale, inizialmente di una certa dimensione, diminuisce ad un certo punto la lua sezione, causando, per la legge di conservazione della portata, un aumento della velocità dell'acqua.

Svolgimento La sezione iniziale del canale vale

$$S_1 = l_1 \cdot h_1 = 10\,m \cdot 2\,m = 20\,m^2$$

La sezione finale del canale vale

$$S_2 = l_2 \cdot h_2 = \frac{l_1}{2} \cdot \frac{h_1}{2} = 5\,m \cdot 1\,m = 5\,m^2$$

La portata del canale è

$$Q = S_1 \cdot V_1 = 20\,m^2 \cdot 0,2\,\frac{m}{s} = 4\,\frac{m^3}{s}$$

Per la legge di conservazione della portata avremo che

$$S_2 \cdot V_2 = S_1 \cdot V_1$$

$$V_2 = \frac{S_1 \cdot V_1}{S_2} = \frac{20\,m^2 \cdot 0,2\,\frac{m}{s}}{5\,m^2} = 0,8\,\frac{m}{s}$$

Problema di: Fluidodinamica - $F0004$

Testo *[F0004]* Un vaso cilindrico di sezione $S_1 = 10\,cm^2$ contiene dell'acqua fino ad un certo livello. Nel vaso viene applicato un foro di sezione $S_2 = 1\,mm^2$ ad un'altezza $\Delta h = 40\,cm$ inferiore al livello dell'acqua. Con quale velocità V_2 esce l'acqua dal foro?

Spiegazione Trattandosi di un fluido incomprimibile che si muove, per questo esercizio sarà necessario utilizzare l'equazione di Bernoulli e la legge di conservazione della portata. Nell'applicazione delle equazioni, sarà conveniente considerare come punto iniziale la superficie dell'acqua nel vaso, e come punto finale il foro.

Svolgimento Applicando la legge di conservazione della portata possiamo scrivere:

$$S_1 V_1 = S_2 V_2$$
$$V_1 = \frac{S_2 V_2}{S_1}$$

Applicando l'equazione di Bernoulli possiamo scrivere:

$$\frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 + \rho_{H_2O} g h_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 + \rho_{H_2O} g h_2 + P_2$$

Cominciamo con il considerare che sia la superficie dell'acqua che il foro si trovano a contatto con l'aria dell'atmosfera e quindi alla stessa pressione. Quindi

$$\frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 + \rho_{H_2O} g h_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 + \rho_{H_2O} g h_2$$

Possiamo quindi ora semplificare ρ_{H_2O} ed ottenere

$$\frac{1}{2}V_1^2 + g h_1 = \frac{1}{2}V_2^2 + g h_2$$

Avevamo ricavato V_1 nell'equazione della portata e lo sostituiamo adesso nell'equazione di Bernoulli riorganizzando i termini

$$\frac{1}{2}\frac{S_2^2 V_2^2}{S_1^2} - \frac{1}{2}V_2^2 = g h_2 - g h_1$$

Teniamo adesso presente che $h_1 - h_2 = \Delta h$ e raccogliamo a fattor comune $\frac{1}{2}V_2^2$

$$\frac{1}{2}V_2^2\left(\frac{S_2^2}{S_1^2} - 1\right) = -g\Delta h$$

da cui, cambiando i segni

$$V_2^2 = \frac{2g\Delta h}{1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}}$$
$$V_2 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}}}$$
$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8\frac{m}{s^2} \cdot 0,4\,m}{1 - \frac{1\,mm^2}{10\,cm^2}}} = \sqrt{\frac{7,84\frac{m^2}{s^2}}{1 - \frac{1}{1000}}} = 2,8\frac{m}{s}$$

Notate come il termine a denominatore che contiene le due sezioni risulti essere molto piccolo e quindi praticamente trascurabile.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fluidodinamica - $F0005$

Testo *[F0005]* Un tubo orizzontale di sezione $S_1 = 10\,cm^2$ è percorso da acqua alla pressione $P_1 = 150000\,Pa$ che si muove alla velocità $V_1 = 8\,\frac{m}{s}$. All'altra estremità del tubo la pressione vale $P_2 = 169500\,Pa$. Con quale velocità l'acqua esce dal tubo? Quale sezione ha il tubo in uscita?

Spiegazione Trattandosi di un fluido incomprimibile che si muove, per questo esercizio sarà necessario utilizzare l'equazione di Bernoulli e la legge di conservazione della portata.

Svolgimento Applicando l'equazione di Bernoulli possiamo scrivere:

$$\frac{1}{2}\rho_{H_2O}V_1^2 + \rho_{H_2O}gh_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O}V_2^2 + \rho_{H_2O}gh_2 + P_2$$

Cominciamo con il considerare che il tubo è orizzontale e quindi $h_1 = h_2$. I due termini contenenti l'altezza sono quindi uguali e si possono semplificare.

$$\frac{1}{2}\rho_{H_2O}V_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O}V_2^2 + P_2$$

da cui possiamo ricavare la velocità del liquido.

$$\frac{1}{2}\rho_{H_2O}V_2^2 = P_1 - P_2 + \frac{1}{2}\rho_{H_2O}V_1^2$$

$$V_2^2 = \frac{2}{\rho_{H_2O}}(P_1 - P_2) + V_1^2$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho_{H_2O}}(P_1 - P_2) + V_1^2} = 5\,\frac{m}{s}$$

Applicando la legge di conservazione della portata possiamo rispondere alla seconda domanda del problema. Possiamo infatti scrivere:

$$S_1V_1 = S_2V_2$$

e calcolarci la sezione della seconda estremità del tubo

$$S_2 = \frac{S_1V_1}{V_2} = 16\,cm^2$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fluidodinamica - $F0006$

Testo *[F0006]* Un tubo a forma di U contiene una certa quantità di acqua ($\rho_{H_2O} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$) nella sezione di sinistra e di olio ($\rho_{olio} = 800\,\frac{kg}{m^3}$) nella sezione di destra. I liquidi in questione sono fermi. Sapendo che la colonna di olio ha un'altezza $\Delta h = 20\,cm$, di quanti centimetri la colonnina di olio si trova più in alto della colonnina di acqua?

Spiegazione In questo esercizio i fluidi sono fermi, quindi utilizzeremo l'equazione di Stevino. Le due colonne di liquido, visto che sono ferme sviluppano nel punto in cui si toccano la stessa pressione; quindi il problema si risolve eguagliando le pressioni sviluppate dalle due colonne di liquido.

Svolgimento Consideriamo il punto di contatto dei due liquidi come origine del sistema di riferimento e quindi come punto ad altezza zero. Le due pressioni nel punto di contatto dei liquidi valgono

$$P_{H_2O} = P_{atm} + \rho_{H_2O} g \Delta h_{H_2O}$$
$$P_{olio} = P_{atm} + \rho_{olio} g \Delta h_{olio}$$

Eguagliandole otteniamo

$$P_{H_2O} = P_{olio}$$
$$P_{atm} + \rho_{H_2O} g \Delta h_{H_2O} = P_{atm} + \rho_{olio} g \Delta h_{olio}$$

e semplificando prima la pressione atmosferica P_{atm} e successivamente l'accelerazione di gravità

$$\rho_{H_2O} \Delta h_{H_2O} = \rho_{olio} \Delta h_{olio}$$

da cui ricavo l'altezza della colonnina d'acqua

$$\Delta h_{H_2O} = \frac{\rho_{olio} \Delta h_{olio}}{\rho_{H_2O}} = 16\,cm$$

e di conseguenza il dislivello tra le due colonnine vale

$$d = \Delta h_{olio} - \Delta h_{H_2O} = 4\,cm$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fluidodinamica - $F0007$

Testo *[F0007]* Le due sezioni di un torchio idraulico valgono rispettivamente $S_1 = 50\,cm^2$ ed $S_2 = 5\,cm^2$. Sapendo che sulla sezione maggiore viene appoggiato un peso di massa $m = 50\,kg$, quale forza devo fare sulla seconda sezione per mantenere l'equilibrio?

Spiegazione Il torchio idraulico rimane in equilibrio quando le pressioni sulle due sezioni sono uguali. Questa è l'affermazione che permetterà di risolvere il problema. Il risultato finale dell'esercizio dimostra che il torchio idraulico è di fatto una macchina semplice che permette di fare tanto lavoro con una piccola forza.

Svolgimento

$$P_2 = P_1$$
$$\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1}$$

La forza F_1 è la forza di gravità che agisce sul peso, quindi

$$F_2 = \frac{mg \cdot S_2}{S_1} = \frac{50\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 5\,cm^2}{50\,cm^2} = 49\,N$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fluidodinamica - $F0008$

Testo *[F0008]* Un tubo orizzontale in cui scorre acqua ($\rho_{H_2O} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$), ha una sezione iniziale $S_1 = 100\,cm^2$. Successivamente il tubo si stringe diventando di sezione $S_2 = 60\,cm^2$. La pressione nel tratto iniziale del tubo vale $P_1 = 400000\,Pa$, mentre nella sezione più stretta vale $P_2 = 300000\,Pa$. Quanto valgono le due velocità dell'acqua nei due tratti del tubo?

Spiegazione Questo problema di fluidodinamica lo risolviamo utilizzando il principio di Bernoulli e la legge di conservazione della portata. Visto che le richieste del problema sono due, e due sono le leggi fisiche a nostra disposizione, possiamo procedere con la soluzione del problema.

Svolgimento Cominciamo con lo scrivere entrambe le equazioni a nostra disposizione. Essendo le equazioni contemporaneamente vere, esse costituiscono un sistema di due equazioni in due incognite (V_1 e V_2), indicato con la parentesi graffa.

$$\begin{cases} S_1 V_1 = S_2 V_2 \\ \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 + \rho_{H_2O} g h_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 + \rho_{H_2O} g h_2 + P_2 \end{cases} \tag{7.1}$$

Visto che il tubo di questo esercizio è orizzontale, allora $h_1 = h_2$ ed i termini con le altezze si semplificano in quanto uguali.

$$\begin{cases} S_1 V_1 = S_2 V_2 \\ \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 + P_2 \end{cases} \tag{7.2}$$

Entrambe le incognite si trovano in entrambe le equazioni, quindi devo risolvere il sistema con, per esempio, il metodo di sostituzione. Cominciamo con il ricavare V_1 dalla prima equazione

$$\begin{cases} V_1 = \frac{S_2 V_2}{S_1} \\ \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 + P_2 \end{cases} \tag{7.3}$$

Adesso sostituiamolo nella seconda equazione

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{S_2 V_2}{S_1} \\ \dfrac{1}{2}\rho_{H_2O}\dfrac{S_2^2 V_2^2}{S_1^2} + P_1 = \dfrac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 + P_2 \end{cases} \tag{7.4}$$

Adesso raggruppiamo i termini che contengono V_2 e spostando le pressioni a destra dell'uguale

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{S_2 V_2}{S_1} \\ \dfrac{1}{2}\rho_{H_2O}\dfrac{S_2^2 V_2^2}{S_1^2} - \dfrac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 = P_2 - P_1 \end{cases} \tag{7.5}$$

Raccogliamo a fattor comune e cambiamo di segno

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{S_2 V_2}{S_1} \\ \dfrac{1}{2}\rho_{H_2O} V_2^2 \left(1 - \dfrac{S_2^2}{S_1^2}\right) = P_1 - P_2 \end{cases} \tag{7.6}$$

Infine risolviamo

$$\begin{cases} V_2 = \sqrt{\dfrac{P_1 - P_2}{\frac{1}{2}\rho_{H_2O}\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right)}} = \sqrt{\dfrac{100000\,Pa}{\frac{1}{2}1000\,\frac{kg}{m^3}\,(1 - 0,36)}} = 23,72\,\dfrac{m}{s} \\ V_1 = \dfrac{S_2 V_2}{S_1} = \dfrac{S_2 V_2}{S_1} = 14,23\,\dfrac{m}{s} \end{cases} \tag{7.7}$$

Problema di: Fluidodinamica - $F0009$

Testo *[F0009]* Un subacqueo si trova immerso nelle acque ferme di un lago alla profondità $h_1 = -20\,m$ rispetto al livello del mare. La pressione atmosferica vale $P_{atm} = 100000\,Pa$. A quale pressione si trova? A quale profondità deve arrivare per raddoppiare la pressione a cui si trova?

Spiegazione Visto che questo problema tratta di un fluido fermo, la legge fisica che utilizzeremo è la legge di Stevino $\Delta P = -\rho g \Delta h$

Svolgimento Cominciamo con il considerare il percorso che fa il subacqueo partendo dalla superficie del mare ($h_0 = 0$; $P_0 = P_{atm} = 100000\,Pa$) fino alla profondità h_1

$$\Delta P = -\rho g \Delta h$$
$$(P_1 - P_0) = -\rho g\,(h_1 - h_0)$$
$$P_1 = -\rho g\,(h_1 - h_0) + P_0$$
$$P_1 = -1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot (-20\,m) + 100000\,Pa = 296000\,Pa$$

A questo punto il subacqueo scende ulteriormente in profondità fino a raddoppiare la pressione a cui si trova. la pressione raggiunta sarà:

$$P_2 = 2P_1 = 592000\,Pa$$

Considerando adesso il percorso dalla profondità h_1 fino alla profondità h_2 avremo che

$$P_2 - P_1 = -\rho g\,(h_2 - h_1)$$
$$\frac{P_2 - P_1}{-\rho g} = (h_2 - h_1)$$
$$h_2 = -\frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_1$$
$$h_2 = -\frac{296000\,Pa}{1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}} - 20\,m = -50,2\,m$$

Esercizi concettualmente identici

1. Nella conduttura di una centrale idroelettrica, realizzata con un tubo di sezione costante, scorre l'acqua che produrrà poi corrente elettrica. Se la superficie del lago si trova alla quota $h_1 = 1500\,m$ s.l.m. ed il fondo della conduttura si trova $\Delta h = 200\,m$ piú in basso, con quale pressione l'acqua esce dalla conduttura?
   [$P_2 = 16562000\,Pa$]

2. Un tubo in cui scorre acqua è lungo $l = 4\,m$ ed è inclinato verso l'alto di $\alpha = 30°$. Il tubo ha una sezione $S_i = 0,3\,dm^2$ ed al fondo abbiamo un rubinetto di sezione $S_f = 3\,cm^2$ che butta acqua in una vasca. L'acqua esce dal tubo con una velocità $V_f = 2\frac{m}{s}$. Con quale velocità l'acqua entra nel tubo? Quale pressione abbiamo all'ingresso nel tubo?
   [$V = 0,2\frac{m}{s}$; $P = 117620\,Pa$]

3. Quale pressione deve sopportare una persona che si immerge nell'oceano fino ad una profondità di $\Delta h = -100\,m$?
   [$1099600\,Pa$]

4. Se mi immergo ad una profondità $\Delta h = -50\,m$ nell'oceano, a quale pressione vengo sottoposto?
   [$599800\,Pa$]

Problema di: Fluidodinamica - $F0010$

Testo [F0010] In un cilindro verticale versiamo del mercurio, dell'acqua e dell'olio. La colonnina di mercurio è alta $L_{Hg} = 5\,cm$; la colonnina di acqua è alta $L_{H_2O} = 20\,cm$ e la colonnina di olio è alta $L_{olio} = 15\,cm$. La pressione atmosferica vale $P_{atm} = 100000\,Pa$. Trovate la pressione sul fondo della colonna di liquido. le densità dei liquidi utilizzati valgono: $\rho_{olio} = 800\,\frac{kg}{m^3}$; $\rho_{H_2O} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$; $\rho_{Hg} = 13579\,\frac{kg}{m^3}$.

Spiegazione Visto che questo problema tratta di un fluido fermo, la legge fisica che utilizzeremo è la legge di Stevino $\Delta P = -\rho g \Delta h$

Svolgimento L'unico valore di pressione che conosciamo è quello dell'atmosfera in cima alla colonnina di liquido; per questo motivo sarà conveniente fissare li il nostro sistema di riferimento e assegnare a quell'altezza il valore $h_0 = 0\,m$. Di conseguenza fissiamo i valori delle altezze a cui si trovano le linee di separazione tra i diversi liquidi ed il fondo del cilindro:

$$h_a = h_0 - L_{olio} = -15\,cm$$
$$h_b = h_a - L_{H_2O} = -35\,cm$$
$$h_c = h_b - L_{Hg} = -40\,cm$$

Immaginiamo adesso di trovarci sulla superficie della colonna di liquido e di spostarci verso il basso. Dalla legge di Stevino abbiamo che

$$\Delta P_{0\to a} = -\rho g \Delta h_{0\to a} = -\rho g \left(h_a - h_0\right)$$
$$\Delta P_{0\to a} = -800\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot (-15\,cm - 0\,cm) = 1176\,Pa$$

$$\Delta P_{a\to b} = -\rho g \Delta h_{a\to b} = -\rho g \left(h_b - h_a\right)$$
$$\Delta P_{a\to b} = -1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot (-35\,cm + 15\,cm) = 1960\,Pa$$

$$\Delta P_{b\to c} = -\rho g \Delta h_{b\to c} = -\rho g \left(h_c - h_b\right)$$

$$\Delta P_{b\to c} = -13579\,\frac{kg}{m^3}\cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}\cdot(-40\,cm + 35\,cm) = 6653,71\,Pa$$

La pressione sulla linea di separazione tra l'olio e l'acqua vale

$$P_a = P_0 + \Delta P_{0\to a}$$

$$P_a = 100000\,Pa + 1176\,Pa = 101176\,Pa$$

La pressione sulla linea di separazione tra l'acqua e il mercurio vale

$$P_b = P_0 + \Delta P_{0\to a} + \Delta P_{a\to b}$$

$$P_b = 100000\,Pa + 1176\,Pa + 1960\,Pa = 103136\,Pa$$

La pressione sul fondo della colonnina di liquido vale

$$P_c = P_0 + \Delta P_{0\to a} + \Delta P_{a\to b} + \Delta P_{b\to c}$$

$$P_c = 100000\,Pa + 1176\,Pa + 1960\,Pa + 6653,71\,Pa = 109789,71\,Pa$$

Problema di: Fluidodinamica - $F0011$

Testo [F0011] Sapendo che un sottomarino in immersione sta subendo una pressione $P = 280000\,Pa$, a quale profonditá si trova rispetto alla superficie?

Spiegazione Visto che questo problema tratta di un fluido fermo, la legge fisica che utilizzeremo è la legge di Stevino $\Delta P = -\rho g \Delta h$

Svolgimento La pressione sulla superficie del mare ad altezza $h_0 = 0$ vale $P_0 = 100000\,Pa$. Il sottomarino si trova alla pressione $P_1 = 280000\,Pa$. Utilizzando la legge di Stevin avremo che

$$\Delta P = -\rho g \Delta h$$

$$(P_1 - P_0) = -\rho g\,(h_1 - h_0)$$

$$\frac{(P_1 - P_0)}{-\rho g} = h_1$$

$$\frac{(P_0 - P_1)}{\rho g} = h_1$$

Utilizzando il valore di densità dell'acqua salata avremo

$$h_1 = \frac{-180000\,Pa}{1030\,\frac{kg}{m^3}\cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}}$$

$$h_1 = -17,83\,m$$

Problema di: Fluidodinamica - $F0012$

Testo *[F0012]* Un contenitore cilindrico viene riempito d'acqua fino all'altezza $h_i = 30\,cm$ dal fondo. All'altezza $h_f = 5\,cm$ dal fondo viene praticato un piccolo foro, di dimensione trascurabile rispetto alla superficie della base del contenitore. Con quale velocità l'acqua esce dal foro?
[$V_f = 2,21\,\frac{m}{s}$]

Spiegazione Mentre l'acqua esce dal foro, il livello dell'acqua nel contenitore si abbassa. Praticamente osserviamo un movimento di fluido che dalla superficie si sposta verso il foro. Utilizziamo quindi il teorema di bernoulli.

Svolgimento Utilizziamo l'equazione di bernoulli:

$$\frac{1}{2}\rho V_f^2 + \rho g h_f + P_f = \frac{1}{2}\rho V_i^2 + \rho g h_i + P_i$$

Teniamo presente che entrambi i lati del flusso di acqua sono a contatto con l'aria e quindi entrambi alla pressione atmosferica P_{atm}

per cui $P_i = P_f = P_{atm}$ si semplificano nell'equazione

$$\frac{1}{2}\rho V_f^2 + \rho g h_f = \frac{1}{2}\rho V_i^2 + \rho g h_i$$

$$\frac{1}{2}\rho V_f^2 - \frac{1}{2}\rho V_i^2 = \rho g h_i - \rho g h_f$$

A questo punto dobbiamo capire quanto vale la velocità dell'acqua sulla superficie del contenitore. Per questo utilizziamo la legge di conservazione della portata.

$$S_i V_i = S_f V_f$$

per cui

$$V_i = \frac{S_f}{S_i} V_f$$

ottenendo

$$\frac{1}{2}\rho V_f^2 - \frac{1}{2}\rho \frac{S_f^2}{S_i^2} V_f^2 = \rho g h_i - \rho g h_f$$

$$\frac{1}{2}\rho \left(1 - \frac{S_f^2}{S_i^2}\right) V_f^2 = \rho g \left(h_i - h_f\right)$$

per cui

$$V_f^2 = \frac{\rho g \left(h_i - h_f\right)}{\frac{1}{2}\rho \left(1 - \frac{S_f^2}{S_i^2}\right)}$$

$$V_f = \sqrt{\frac{\rho g \left(h_i - h_f\right)}{\frac{1}{2}\rho \left(1 - \frac{S_f^2}{S_i^2}\right)}}$$

Se adesso ci soffermiamo sul termine

$$\left(1 - \frac{S_f^2}{S_i^2}\right)$$

dobbiamo considerare che la superficie del foro è molto più piccola della superficie del contenitore, per cui tutto il termine vale 1

$$\left(1 - \frac{S_f^2}{S_i^2}\right) = 1$$

Per cui otteniamo la formula finale

$$V_f = \sqrt{\frac{g\left(h_i - h_f\right)}{\frac{1}{2}}} = \sqrt{2g\Delta h} = 2,21\,\frac{m}{s}$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Leggi di Conservazione - $CF0001$

Testo *[CF0001]* Un contenitore cilindrico è riempito di liquido fino ad un'altezza $H = 50\,cm$. Ah un'altezza $h = 25\,cm$ è praticato un foro piccolo rispetto alla sezione del cilindro. A quale distanza dal cilindro cade il liquido?

Spiegazione In questo problema abbiamo un fluido incomprimibile in movmento, quindi sicuramente l'equazione di Bernoulli sarà da utilizzare. Con questa equazione, possiamo ricavare la velocità di uscita del fluido dal foro. A questo punto il problema diventa un problema di cinematica sul moto parabolico che ogni singola molecola compie fuori dal contenitore.

Svolgimento Cominciamo con il calcolare qual'è la velocità di uscita del fluido dal cilindro utilizzando la legge di Bernoulli e la legge di conservazione della portata.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\rho V_i^2 + \rho g h_i + P_i = \frac{1}{2}\rho V_f^2 + \rho g h_f + P_f \\ S_i V_i = S_f V_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i = \frac{S_f}{S_i} V_f \\ \frac{1}{2}\rho V_f^2 - \frac{1}{2}\rho V_i^2 = \rho g h_i - \rho g h_f + P_i - P_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i = \frac{S_f}{S_i} V_f \\ \frac{1}{2}\rho V_f^2 - \frac{1}{2}\rho \frac{S_f^2}{S_i^2} V_f^2 = \rho g h_i - \rho g h_f + P_i - P_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i = \frac{S_f}{S_i} V_f \\ \frac{1}{2}\rho \left(1 - \frac{S_f^2}{S_i^2}\right) V_f^2 = \rho g \left(h_i - h_f\right) + P_i - P_f \end{cases}$$

Consideriamo adesso che il liquido si trova sempre a pressione atmosferica sia nel foro, sia sulla superficie nella parte alta del contenitore, quindi $P_i = P_f$. Consideriamo poi che il foro è estremamente più piccolo della sezione del cilindro, quindi $S_f << S_i$ e di conseguenza

$$\left(1 - \frac{S_i^2}{S_f^2}\right) \sim 1$$

Consideriamo infine il termine, il quale, considerati i dati del problema, vale $L = h_i - h_f = H - h$. Quindi avremo

$$\begin{cases} V_i = \frac{S_f}{S_i} V_f \\ \frac{1}{2}\rho V_f^2 = \rho g \left(H - h\right) \quad \Rightarrow V_f^2 = 2g\left(H - h\right) \end{cases}$$

Passiamo adesso all'analisi del moto parabolico del liquido in uscita dal foro. Considerato che la velocità iniziale del liquido è orizzontale, l'equazione del moto è

$$\begin{cases} \Delta S_y = -\frac{1}{2} g \Delta t^2 + h \\ \Delta S_x = V_f \Delta t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ \Delta S_x = V_f \Delta t \end{cases}$$

La gittata del flusso è quindi

$$\Delta S_x = \sqrt{2g\left(H - h\right)} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{h\left(H - h\right)}$$

Con i dati del problema avremo

$$\Delta S_x = 50\,cm$$

Autore: Andrea de Capoa 9 Feb 2017

Problema di: Calorimetria - $Q0001$

Testo *[Q0001]* Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di un oggetto di ferro di $\Delta T = 50\,K$ sapendo che ha una massa $m = 10\,kg$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 300\,K$? Se la temperatura iniziale fosse stata $T_i = 1800\,K$ sarebbe servita più energia? *[rispondi indicando anche il perchè]*

Spiegazione Inizialmente abbiamo un oggetto di ferro di una certa massa e che si trova ad una certa temperatura. Gradualmente gli forniamo del calore e vogliamo che aumenti la sua temperatura. Innanzi tutto dobiamo chiederci quali siano i fenomeni fisici che accadono in questa situazione. Visto che l'oggetto dovrà passare da una temperatura iniziale $T_i = 300\,K$ ad una finale $T_f = 350\,K$ noi siamo sicuri che l'oggetto si trova allo stato solido e che non subisce alcuna transizione di fase. La temperatura di fusione del ferro è infatti $T_{fus} = 1808\,K$, molto più alta delle temperature assunte dall'oggetto. L'unico fenomeno che avviene è quindi il riscaldamento dell'oggetto.

Svolgimento

$$\Delta Q = c_s\, m\, \Delta T = 440 \frac{J}{kg\,K}\, 10kg\, 50K = 220\,kJ$$

Se la temperatura iniziale fosse stata $T_i = 1800\,K$ allora sarebbe avvenuta anche una transizione di fase e ci sarebbe voluta molta più energia.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Calorimetria - $Q0002$

Testo *[Q0002]* Quale potenza ha un fornelletto che sta scaldando una massa $m = 5\,kg$ di acqua da un tempo $\Delta t = 60\,s$ facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 50\,K$, sapendo che quell'acqua si trovava inizialmente alla temperatura $T_i = 20°C$?

Spiegazione Inizialmente abbiamo una certa massa di acqua che si trova ad una certa temperatura. Gradualmente gli forniamo del calore e vediamo che aumenta la sua temperatura. Innanzi tutto dobiamo chiederci quali siano i fenomeni fisici che accadono in questa situazione. Visto che l'oggetto è passato da una temperatura iniziale $T_i = 20°C$ ad una finale $T_i = 70°C$ noi siamo sicuri che l'acqua si trova allo stato liquido e che non subisce alcuna transizione di fase. Le temperature di fusione e di ebollizione dell'acqua sono infatti ruspettivamente $T_{fus} = 0°C$ e $T_{eb} = 100°C$. L'unico fenomeno che avviene è quindi il riscaldamento dell'oggetto.

Svolgimento Il calore fornito all'acqua dal fornelletto è dato da

$$\Delta Q = P\,\Delta t$$

; con i dati del problema possiamo anche dire che

$$\Delta Q = c_s\, m\, \Delta T$$

da cui

$$P = \frac{c_s\, m\, \Delta T}{\Delta t}$$

$$P = \frac{4186 \frac{J}{kg\,K}\, 5kg\, 50K}{60s} = 17\,kW$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Calorimetria - $Q0003$

Testo *[Q0003]* Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di una massa $m = 10\,kg$ di acqua dalla temperatura iniziale $T_i = 80\,°C$ fino alla temperatura finale $T_f = 130\,°C$?

Spiegazione Per aumentare la temperatura di un materiale è necessario fornirgli del calore. Una certa quantità di calore sarà quindi necessaria per portare inizialmente l'acqua fino alla temperatura $T_{eb} = 100\,°C$. Raggiunta questa temperatura l'acqua comincia a bollire. L'acqua rimarrà quindi alla stessa temperatura fino a quando si sarà trasformata tutta in vapore acqueo, ed affinchè questo accada è necessario fornire del calore. A questo punto fornendo ulteriore calore possiamo finalmente innalzare la temperatura dell'acqua fino alla temperatura finale $T_f = 130\,°C$.

Svolgimento

1. La quantità di energia necessaria per aumentare la temperatura dell'acqua da $T_i = 80\,°C$ fino alla temperatura di ebollizione $T_{eb} = 100\,°C$ vale

$$\Delta Q_1 = c_s \cdot m \cdot \Delta T = 4186\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 10\,kg \cdot 20\,K = 837,2\,kJ$$

2. La quantità di energia necessaria per far bollire completamente l'acqua vale

$$\Delta Q_2 = Q_{lat-eb} \cdot m = 2272\,\frac{kJ}{kg} \cdot 10\,kg = 22720\,kJ$$

3. La quantità di energia necessaria per aumentare la temperatura dell'acqua da $T_{eb} = 100\,°C$ fino a $T_f = 130\,°C$ vale

$$\Delta Q_3 = c_s \cdot m \cdot \Delta T = 4186\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 10\,kg \cdot 30\,K = 1255,8\,kJ$$

4. La quantità totale di energia che bisogna quindi fornire all'acqua è

$$\Delta Q_{tot} = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 = 24813\,kJ$$

Problema di: Calorimetria - $Q0004$

Testo *[Q0004]* Due sbarre di eguale lunghezza $l_i = 3\,m$, una di ferro e l'altra di alluminio, vengono scaldate di $\Delta T = 50\,K$. Ammettendo che nessuna delle due raggiunga il punto di fusione, di quanto una risulterà più lunga dell'altra?

Spiegazione Il fenomeno fisico descritto da questo esercizio è quello della dilatazione termica lineare. Entrambe le sbarre si allungano in quanto aumenta la loro temperatura, ma essendo di materiali differenti, una si allungherà più dell'altra.

Svolgimento La prima sbarra si allunga di

$$\Delta l_{Fe} = \lambda_{Fe} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 3\,m \cdot 50\,K = 18 \cdot 10^{-4}\,m = 1,8\,mm$$

La seconda sbarra si allunga di

$$\Delta l_{Al} = \lambda_{Al} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Al} = 25 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 3\,m \cdot 50\,K = 37,5 \cdot 10^{-4}\,m = 3,75\,mm$$

La differenza di lunghezza tra le due sbarre sarà quindi

$$d = \Delta l_{Al} - \Delta l_{Fe} = 1,95\,mm$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Calorimetria - $Q0005$

Testo *[Q0005]* Una sbarra di ferro di massa $m = 1,5\,kg$, lunga $l_i = 3\,m$ alla temperatura $T_i = 600\,K$ viene immersa in una vasca riempita con una massa $m_{H_2O} = 100\,kg$ d'acqua alla temperatura $T_{H_2O} = 300\,K$. Di quanto si accorcia la sbarra?

Spiegazione Il fenomeno fisico di cui tratta l'esercizio è la dilatazione termica lineare. In questo caso la variazione di temperatura della sbarra avviene in quanto essa è stata immersa nell'acqua e raggiunge con essa l'equilibrio termico.

Svolgimento La temperatura di equilibrio raggiunta tra acqua e ferro vale

$$T_{eq} = \frac{cs_{Fe} m_{Fe} T_{i-Fe} + cs_{H_2O} m_{H_2O} T_{i-H_2O}}{cs_{Fe} m_{Fe} + cs_{H_2O} m_{H_2O}}$$

$$T_{eq} = \frac{16967400\,J}{50279\,\frac{J}{K}} = 337,46\,K$$

L'acqua si scalda quindi di $\Delta T_{H_2O} = 37,46\,K$ e non inizia a bollire.
Il ferro si raffredda di $\Delta T_{Fe} = -272,54\,K$
La sbarra si accorcia quindi di

$$\Delta l_{Fe} = \lambda_{Fe} l_i \Delta T$$

$$\Delta l_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 3\,m \cdot (-272,54\,K) = 9,8 \cdot 10^{-3}\,m = 9,8\,mm$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un oggetto di ferro di massa $m_1 = 20\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{1i} = 300\,K$, un oggetto di argento di massa $m_2 = 10\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{2i} = 350\,K$ ed un oggetto d'oro di massa $m_3 = 1\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{3i} = 325\,K$ vengono messi a contatto. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i tre oggetti?
   $[T_{eq} = 310,6\,K]$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Calorimetria - $Q0006$

Testo *[Q0006]* Ad un oggetto di ferro di massa $m = 2kg$, alla temperatura iniziale $T_i = 600\,K$ vengono forniti $\Delta Q_{tot} = 2000\,kJ$ di calore. Quanti kilogrammi di ferro riesco a fare fondere?

Spiegazione Il ferro alla temperatura iniziale indicata nel problema è solido. Fornendogli calore l'oggetto comincerà a scaldarsi, se arriva alla temperatura di fusione allora l'oggetto comincierà a fondere.

Svolgimento Il ferro fonde alla temperatura $T_{fus} = 1808\,K$. L'energia necessaria per scaldare l'oggetto dalla temperatura iniziale fino alla temperatura di fusione vale:

$$\Delta Q_1 = c_s m \Delta T = c_s m \left(T_{fus} - T_i \right)$$

$$\Delta Q_1 = 440\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot 2\,kg \cdot 1208\,K = 1063040\,J = 1063,04\,J$$

L'energia fornita complessivamente è molto maggiore, quindi avanza del calore che verrà utilizzato per far fondere il ferro. Nel complesso avanzano

$$\Delta Q_2 = \Delta Q_{tot} - \Delta Q_1 = 936,96\,kJ$$

Utilizzando la legge della transizione di fase, con questa quantità di calore è possibile calcolare quanta massa di ferro è possibile far fondere.

$$m_f = \frac{\Delta Q_2}{Q_{lat-fus}} = \frac{936,96\,kJ}{247,2\,\frac{kJ}{kg}} = 3,79\,kg$$

Tutto il ferro a disposizione viene quindi fuso, in quanto con l'energia a disposizione saremmo in grado di fondere molto più dei $2\,kg$ di ferro a disposizione.

Problema di: Calorimetria - $Q0007$

Testo *[Q0007]* Un blocco di ferro solido di massa $m = 50\,kg$ si trova alla temperatura di fusione. Quanto calore devo fornire se voglio fondere una percentuale $p = 10\%$ del blocco di ferro?

Spiegazione Visto che il blocco di ferro si trova già alla temperatura di fusione, tutto il calore che forniamo serve per fondere del ferro.

Svolgimento La quantità di ferro che vogliamo fondere è $m_f = m \cdot p = 50\,kg \cdot 0,1 = 5\,kg$

La quantità di calore necessaria per fonderlo vale $\Delta Q = Q_{lat-fus} \cdot m_f = 247,2\,\frac{kJ}{kg} \cdot 5\,kg = 1236\,kJ$

Problema di: Calorimetria - $Q0008$

Testo *[Q0008]* Di quanto devo scaldare una sbarra di alluminio di lunghezza iniziale $l_{Al-i} = 2000\,mm$ ed una sbarra di ferro di lunghezza iniziale $l_{Fe-i} = 2001\,mm$ affinchè raggiungano la stessa lunghezza?
[$\Delta T = 38,5\,K$]

Spiegazione Ammettendo che le due sbarre, scaldandosi, non fondano, entrambe si dilatano aumentando la loro lunghezza. L'alluminio si dilata più di quanto faccia il ferro; quindi è possibile che le due sbarre abbiano alla fine la stessa lunghezza. Il punto chiave del problema è che l'aumento di temperatura delle due sbarre è lo stesso (probabilmente sono state messe nello stesso forno).

Svolgimento Per prima cosa chiamiamo x la differenza di lunghezza delle due sbarre

$$x = l_{Fe} - l_{Al}$$

Visto che le lunghezze finali delle due sbarre devono essere uguali, allora scrivo

$$l_{Al-f} = l_{Fe-f}$$

$$\Delta l_{Al} = \Delta l_{Fe} + x$$

$$\lambda_{Al} l_{Al-i} \Delta T = \lambda_{Fe} l_{Fe-i} \Delta T + x$$
$$(\lambda_{Al} l_{Al-i} - \lambda_{Fe} l_{Fe-i})\,\Delta T = x$$
$$\Delta T = \frac{x}{\lambda_{Al} l_{Al-i} - \lambda_{Fe} l_{Fe-i}} = 38,5\,K$$

Esercizi concettualmente identici

1. Una sbarra di rame e una d'oro lunghe entrambe $l_i = 50\,cm$ si trovano in uno stretto contenitore lungo $l_c = 100.01\,cm$. Di quanto posso scaldare al massimo le due sbarre?
   [$\Delta t = 6,45\,K$]

Problema di: Calorimetria - $Q0009$

Testo *[Q0009]* Quanta energia mi serve per portare una massa $m = 5\,kg$ di ferro dalla temperatura $T_i = 2000\,°C$ alla temperatura $T_f = 4000\,°C$?

Spiegazione Per scaldare una massa di ferro è necessario fornire del calore. Considerando le temperature in gioco, la massa di ferro all'inizio è liquida, alla fine è gassosa; per questo motivo, olytre a fornire l'energia per scaldare, bisogna anche fornire l'energia per fare bollire il ferro.

Svolgimento La temperatura di ebollizione del ferro è $T_{eb} = 3273\,K$; quella di fusione è $T_{fus} = 1808\,K$.

Il calore necessario per portare il ferro alla temperatura di ebollizione è

$$\Delta Q_1 = c_s m \Delta t = c_s m \left(T_{eb} - T_i\right)$$

$$\Delta Q_1 = 440\,\frac{J}{kgK} \cdot 5\,kg \cdot 1273\,K = 2800600\,J = 2800,6\,kJ$$

Il calore necessario per far bollire quel ferro è

$$\Delta Q_{eb} = Q_{lat} m = 6262\,\frac{kJ}{kg} \cdot 5\,kg = 31310\,kJ$$

Il calore necessario per arrivare adesso alla temperatura finale è

$$\Delta Q_2 = c_s m \Delta t = c_s m \left(T_f - T_{eb}\right)$$

$$\Delta Q_2 = 440\,\frac{J}{kgK} \cdot 5\,kg \cdot 727\,K = 1599400\,J = 1599,4\,kJ$$

Il calore totale che bisogna fornire è quindi

$$\Delta Q_{tot} = \Delta Q_1 + \Delta Q_{eb} + \Delta Q_2 = 35710\,kJ$$

Esercizi concettualmente identici

1. Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di un oggetto di piombo fino alla temperatura $T_f = 4000\,K$ sapendo che ha una massa $m = 2\,kg$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 30\,K$?
   [$\Delta Q = 2787060\,J$]

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Calorimetria - $Q0010$

Testo *[Q0010]* Quanta energia mi serve per portare una massa $m = 5\,kg$ di acqua dalla temperatura $T_i = 20\,°C$ alla temperatura $T_f = 130\,°C$?

Spiegazione L'acqua inizialmente è in forma liquida. Per portarla alla temperatura iniziale bisogna scaldarla e farla bollire. Dobbiamo quindi calcolare tutto il calore per farla scaldare e tutto il calore per farla bollire.

Svolgimento Il calore per farla scaldare vale

$$\Delta Q_1 = c_s m \Delta t = 4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 5\,kg \cdot (130\,°C - 20\,°C) = 2302300\,J = 2302,3\,kJ$$

Il calore per farla bollire vale

$$\Delta Q_{eb} = Q_{lat-eb} m = 2272\,\frac{kJ}{kg} \cdot 5\,kg = 11360\,kJ$$

Il calore totale che serve vale quindi

$$\Delta Q_{tot} = \Delta Q_1 + \Delta Q_{eb} = 13662,3\,kJ$$

Problema di: Calorimetria - $Q0011$

Testo *[Q0011]* Quanta energia serve per far allungare di $\Delta l = 0,1\,mm$ una sbarra di alluminio di lunghezza $l_i = 200\,cm$ e massa $m = 0,5\,kg$?

Spiegazione In questo problema i fenomeni fisici coinvolti sono due: riscaldamento e dilatazione termica. Assumiamo ovviamente che la sbarra non fonda mentre viene riscaldata.

Svolgimento Sapendo che la sbarra viene scaldata possiamo scrivere

$$\Delta Q = c_s m \Delta T$$

inoltre la sbarra si dilata, quindi

$$\Delta l = \lambda l_i \Delta T$$

Entrambi i fenomeni capitano contemporaneamente, quindi le due formule valgono contemporaneamente. Ricavando ΔT dalla seconda equazione con una formula inversa, e inserendolo nella prima otteniamo:

$$\Delta Q = c_s m \frac{\Delta l}{\lambda l_i}$$

$$\Delta Q = 900\,\frac{J}{kgK} \cdot 0,5\,kg \cdot \frac{0,1\,mm}{25 \cdot 10^{-6}\frac{1}{K} \cdot 2000\,mm} = 900\,J$$

Problema di: Calorimetria - $Q0012$

Testo *[Q0012]* In quanto tempo un forno della potenza $P = 500\,W$ può far aumentare di $\Delta T = 20\,K$ la temperatura di una massa $m = 20\,kg$ di acqua?

Spiegazione In questo problema, ammettendo che non avvenga alcuna trasformazione di fase durante il riscaldamento, l'unico fenomeno che accade è il riscaldamento dell'acqua. Il calore che serve a scaldare quell'acqua viene dato in un certo intervallo di tempo dal forno. L'intervallo di tempo sarà tanto più piccolo quanto più potente è il forno.

Svolgimento Il calore necessario per scaldare l'acqua è

$$\Delta Q = c_s m \Delta T$$

Tale calore viene dato dal forno di potenza

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

quindi

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{c_s m \Delta T}{P}$$

$$\Delta t = \frac{4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 20\,kg \cdot 20\,K}{500\,W} = 3348,8\,s$$

Problema di: Calorimetria - $Q0013$

Testo *[Q0013]* Un oggetto di materiale sconosciuto e di massa $m_1 = 5\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{i1} = 350\,K$ viene messo a contatto con un oggetto dello stesso materiale e di massa $m_2 = 30\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{i2} = 300\,K$. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i due oggetti?

Spiegazione Per calcolare la temperatura di equilibrio tra due oggetti messi a contatto abbiamo una sola formula da utilizzare

Svolgimento Utilizziamo la giusta formula:

$$T_{eq} = \frac{c_s m_1 T_{i1} + c_s m_2 T_{i2}}{c_s m_1 + c_s m_2}$$

Essendo i due oggetti fatti dello stesso materiale, i calori specifici sono stati indicati con lo stesso simbolo c_s che poi possiamo raccogliere a fattor comune.

$$T_{eq} = \frac{c_s\,(m_1 T_{i1} + m_2 T_{i2})}{c_s\,(m_1 + m_2)}$$

Adesso possiamo semplificare i calori specifici.

$$T_{eq} = \frac{m_1 T_{i1} + m_2 T_{i2}}{m_1 + m_2} = \frac{1750\,kg\,K + 9000\,kg\,K}{35\,kg} = 307,14\,K$$

Esercizi concettualmente identici

1. Quale temperatura raggiungono due oggetti entrambi di argento di massa $m_1 = 0,1\,Kg$ e $m_2 = 0,2\,Kg$ alle temperature iniziali $T_{1i} = 400\,K$ e $T_{2i} = 300\,K$ messi a contatto?
   [$T_{eq} = 333,3\,K$]

Problema di: Calorimetria - $Q0014$

Testo *[Q0014]* Posso scaldare una sbarra di ferro della lunghezza $l_i = 50\,cm$ e che si trova alla temperatura $T_i = 350\,K$ per farla allungare fino alla lunghezza $l_f = 51\,cm$?

Spiegazione In questo problema noi dobbiamo fornire del calore per fare aumentare la temperatura della sbarra e di conseguenza farla dilatare. Per ottenere la dilatazione richiesta dal problema, serve aumentare la temperatura di un certo valore; bisogna però controllare che a causa del tentato aumento di temperatura la sbarra non cominci a fondere invece che allungarsi.

Svolgimento L'aumento di temperatura necessario per allungare la sbarra è:

$$\Delta T = \frac{\Delta l}{\lambda l_i} = \frac{1\,cm}{12 \cdot 10^{-6}\frac{1}{K} \cdot 50\,cm} = 1667\,K$$

Tale aumento non è però possibile, in quanto la sbarra arriverebbe alla temperatura finale

$$T_f = T_i + \Delta T = 2017\,K$$

che è superiore alla temperatura di fuzione del ferro. Per questo motivo la sbarra, arrivata alla temperatura $T_{fus} = 1808\,K$, comincerebbe a fondere.

Problema di: Calorimetria - $Q0015$

Testo *[Q0015]* Esercizi banali di:

1. Riscaldamento
   (a) Che massa ha un oggetto di rame se dandogli un calore $\Delta Q = 1000\,J$ la sua temperatura aumenta di $\Delta T = 20\,K$?
   [$m = 131,6\,g$]
   (b) Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di un oggetto di ferro di $\Delta T = 50\,K$ sapendo che ha una massa $m = 10\,kg$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 300\,K$?
   [$\Delta Q = 2200\,J$]
   (c) Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di un oggetto di ferro fino alla temperatura $T_f = 350\,K$ sapendo che ha una massa $m = 10\,kg$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 300\,K$?
   [$\Delta Q = 2200\,J$]
2. Capacità termica
   (a) Un oggetto di ferro di massa $m_1 = 2\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{1i} = 300\,K$ viene messo a contatto con un oggetto di rame di massa $m_2 = 3\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{2i} = 320\,K$. Qual'è la capacità termica dei due oggetti?
   [$C_{Fe} = 880\,\frac{J}{K}$;$C_{Cu} = 1140\,\frac{J}{K}$.]
3. Temperatura di equilibrio
   (a) Quale temperatura raggiungono un oggetto di argento di $m_{Ag} = 0,1\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{i,Ag} = 350\,K$ ed un oggetto d'oro di $m_{Au} = 0,2\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{i,Au} = 400\,K$ messi a contatto?
   [$T_{eq} = 376,2\,K$]
   (b) Un oggetto di ferro di massa $m_1 = 2\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{1i} = 300\,K$ viene messo a contatto con un oggetto di rame di massa $m_2 = 3\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{2i} = 320\,K$. Quale temperatura di equilibrio

raggiungeranno i due oggetti?
[$T_{eq} = 311,3\,K$.]

4. Transizioni di fase

(a) Quanta energia serve per far fondere una massa $m = 20\,kg$ di ghiaccio alla temperatura di fusione?
[$\Delta Q = 6700\,kJ$]

(b) Quanta energia serve per far fondere una massa $m = 10\,kg$ di rame alla temperatura di fusione?
[$\Delta Q = 2058\,kJ$]

(c) Quanta energia serve per far bollire una massa $m = 5\,kg$ di acqua alla temperatura di ebollizione?
[$\Delta Q = 11360\,kJ$]

(d) Quanta energia devo dare ad una massa $m = 50\,kg$ di oro che si trovano alla temperatura $T = 3129\,K$ per farle compiere la transizione di fase?
[$\Delta Q = 84850\,kJ$]

5. Dilatazione termica

(a) Di quanto si allunga una sbarra d'oro della lunghezza iniziale $l_i = 10\,cm$ se aumentiamo la sua temperatura di $\Delta T = 20\,K$?
[$\Delta l = 2,8 \cdot 10^{-5}\,m$]

(b) Di quanto si accorcia una sbarra d'oro della lunghezza iniziale $l_i = 10\,cm$ se diminuiamo la sua temperatura di $\Delta T = 10\,K$?
[$\Delta l = -1,4 \cdot 10^{-5}\,m$]

(c) Di quanto si allunga una sbarra di rame di lunghezza iniziale $l_i = 30\,cm$ se aumentiamo la sua temperatura di $\Delta T = 30\,K$?
[$\Delta l = 1,53 \cdot 10^{-4}\,m$]

(d) Di quanto devo scaldare una sbarra di rame di lunghezza iniziale $l_i = 20\,m$ per allungarla di $\Delta l = 1,7\,mm$?
[$\Delta T = 0,5\,K$]

(e) Di quanto può aumentare la temperatura di una sbarra di ferro di lunghezza iniziale $l_i = 10\,m$ se non voglio che la sua lunghezza aumenti di più di 1 millimetro?
[$\Delta T = 8,33\,K$]

6. Trasmissione del calore

(a) Una finestra rettangolare di vetro spesso $l = 3\,mm$ è larga $b = 0,5\,m$ e alta $h = 1,2\,m$. Se dentro casa c'è una temperatura $T_{in} = 26°C$ e fuori una temperatura $T_{out} = 12°C$, quanta energia passa attraverso quella finestra ogni ora? La conducibilità termica del vetro è $\rho = 1\frac{W}{K \cdot m}$.
[$\Delta Q = 30240\,kJ$]

Spiegazione In questo esercizio ho raccolto tutte quelle domande *banali* che possono essere fatte su questo argomento. Per *banale* si intende un problema nel quale la domanda consiste semplicemente nel fornire dei dati da inserire in una formula. Non è quindi richiesta alcuna particolare capacità di ragionamento, ne particolari doti matematiche. Questo esercizio serve unicamente ad aquisire dimestichezza con l'esecuzione dei conti numerici con le unità di misura.

Svolgimento

1. Riscaldamento

(a) Utilizzando la formula inversa

$$m = \frac{\Delta Q}{c_{s-Cu}\,\Delta T} = \frac{1000\,J}{380\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 20\,K} = 131,6\,g$$

(b) Considerato che tra le temperatire iniziali e finali non avviene per il ferro alcuna transizione di fase

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 10\,kg \cdot 50\,K = 2200\,J$$

(c) Considerato che tra le temperatire iniziali e finali non avviene per il ferro alcuna transizione di fase

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 10\,kg \cdot 50\,K = 2200\,J$$

2. Capacità termica
   (a) $C_{Fe} = c_{s-Fe} m_{Fe} = 440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 6\,kg = 2640\,\frac{J}{K}$
   (b)
$$C_{Fe} = c_{s-Fe} m_{Fe} = 440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 2\,kg = 880\,\frac{J}{K}$$
$$C_{Cu} = c_{s-Cu} m_{Cu} = 380\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 3\,kg = 1140\,\frac{J}{K}$$
3. Temperatura di equilibrio
   (a)
$$T_{eq} = \frac{c_{s1} m_1 T_{i1} + c_{s2} m_2 T_{i2}}{c_{s1} m_1 + c_{s2} m_2}$$
$$T_{eq} = \frac{232\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 0,1\,kg \cdot 350\,K + 128\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 0,2\,kg \cdot 400\,K}{232\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 0,1\,kg + 128\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 0,2\,kg}$$
$$T_{eq} = 376,2\,K$$
   (b)
$$T_{eq} = \frac{c_{s-Fe} m_{Fe} T_{i-Fe} + c_{s-Cu} m_{Cu} T_{i-Cu}}{c_{s-Fe} m_{Fe} + c_{s-Cu} m_{Cu}}$$
$$T_{eq} = \frac{440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 2\,kg \cdot 300\,K + 380\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 3\,kg \cdot 320\,K}{440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 2\,kg + 380\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 3\,kg}$$
$$T_{eq} = 311,3\,K$$
4. Transizioni di fase
   (a) $\Delta Q = Q_{lat-fus} \cdot m = 335\,\frac{kJ}{kg} \cdot 20\,kg = 6700\,kJ$
   (b) $\Delta Q = Q_{lat-fus} \cdot m = 205,8\,\frac{kJ}{kg} \cdot 10\,kg = 2058\,kJ$
   (c) $\Delta Q = Q_{lat-eb} \cdot m = 2271\,\frac{kJ}{kg} \cdot 5\,kg = 11360\,kJ$
   (d) La temperatura indicata è la temperatura di fusione dell'oro, per cui
$$\Delta Q = Q_{lat_{fus}} \cdot m = 1697\,\frac{kJ}{kg} \cdot 50\,kg = 84850\,kJ$$
5. Dilatazione termica
   (a) $\Delta l = \lambda_{Au} l_i \Delta T = 14 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 0,1\,m \cdot 20\,K = 2,8 \cdot 10^{-5}\,m$
   (b) $\Delta l = \lambda_{Au} l_i \Delta T = 14 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 0,1\,m \cdot (-10\,K) = -1,4 \cdot 10^{-5}\,m$
   (c) $\Delta l = \lambda_{Cu} l_i \Delta T = 17 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 0,3\,m \cdot 30\,K = 1,53 \cdot 10^{-4}\,m$
   (d) Utilizzando la formula inversa
$$\Delta T = \frac{\Delta l}{\lambda_{Cu} \cdot l_i} = \frac{0,0017\,m}{17 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 20\,m} = 5\,K$$
   (e) Utilizzando la formula inversa
$$\Delta T = \frac{\Delta l}{\lambda_{Cu} \cdot l_i} = \frac{0,001\,m}{17 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 10\,m} = 8,33\,K$$
6. Trasmissione del calore
   (a)
$$\Delta Q = \rho \cdot \frac{S}{l} \cdot \Delta T \cdot \Delta t = \rho \cdot \frac{bh}{l} \cdot \Delta T \cdot \Delta t$$
$$\Delta Q = 1\,\frac{W}{K \cdot m} \cdot \frac{0,6\,m^2}{0,003\,m} \cdot 14°C \cdot 3600\,s = 30240\,kJ$$

Problema di: Calorimetria - $Q0016$

Testo *[Q0016]* Un fornelletto di potenza $P = 1000\,W$ sta scaldando una massa $m = 5\,kg$ di acqua facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 45\,K$. Quanto tempo ci impiega?

Spiegazione Il fornello fornisce calore all'acqua, la quale, dice il testo, non subisce alcuna transizione di fase. Stabilito quanto calore è necessario, tanto più il fornello è potente, tanto meno tempo ci impiega.

Svolgimento Il calore necessario vale

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 5\,kg \cdot 45\,K = 941850\,J$$

Il tempo impiegato dal fornello vale

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{941850\,J}{1000\,W} = 941,85\,s$$

Esercizi concettualmente identici

1. Un fornelletto di potenza $P = 1000\,W$ sta scaldando una massa di acqua facendone aumentare la temperatura di $\Delta t = 45\,K$ in un tempo $\Delta t = 30\,s$. Quanta massa di acqua sta scaldando?
2. Un fornelletto di potenza $P = 1000\,W$ sta scaldando una massa $m = 5\,kg$ di acqua da un tempo $\Delta t = 60\,s$. Di quanto aumenta la temperatura dell'acqua?
3. Di quanto aumenta la temperatura di $m = 10\,kg$ di piombo che si trovano inizialmente alla temperatura $T_i = 350\,K$, se vengono messi in un forno di potenza $P = 1000\,W$ per un tempo $\Delta t = 2\,min$?

Problema di: Calorimetria - $Q0017$

Testo *[Q0017]* Ad una sbarra di ferro di massa $m = 50\,kg$ alla temperatura $T_i = 1500\,K$ forniamo $\Delta Q = 12000\,kJ$ di energia. Quanti kilogrammi di ferro riusciamo a far fondere?

Spiegazione Alla temperatura a cui si trova il ferro, il calore che diamo serve per far scaldare quel ferro. Raggiunta la temperatura di fusione, il calore che avanza verrà utilizzato per far fondere parte del ferro.

Svolgimento Il calore necessario a scaldare la sbarra fino alla temperatura di fusione del ferro è

$$\Delta Q_{ris} = c_s m \Delta t = c_s m \left(T_{fus} - T_i\right)$$

$$\Delta Q_{ris} = 440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 50\,kg \cdot (1808\,K - 1500\,K) = 6776\,kJ$$

Avanzano per la fusione

$$\Delta Q_{fus} = \Delta Q - \Delta Q_{ris} = 12000\,kJ - 6776\,kJ = 5224\,kJ$$

Questo calore fa fondere una certa massa di ferro

$$m_{fus} = \frac{\Delta Q_{fus}}{Q_{lat-fus}} = \frac{5224\,kJ}{247,2\,\frac{kJ}{kg}} = 21,13\,kg$$

Esercizi concettualmente identici

1. Ad un blocco di ghiaccio di massa $m = 10\,kg$ alla temperatura iniziale $T_i = -10°C$ fornisco una quantità di calore $\Delta Q = 500\,kJ$. Quanto ghiaccio riesco a far sciogliere?

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Calorimetria - $Q0018$

Testo *[Q0018]* Un pezzo di ferro di massa $m = 5\,kg$ alla temperatura $T_i = 1600\,K$ viene immerso in un volume $V = 2\,litri$ di acqua liquida alla temperatura di ebollizione. Quanta massa di acqua diventerà vapore?
[$m = 1,19\,kg$]

Spiegazione In questo esercizio abbiamo un oggetto di ferro immerso nell'acqua. Visto che l'acqua si trova alla temperatura di ebollizione $T_{eb} = 100°C$, e che il ferro ha una temperatura maggiore, il ferro cederà calore all'acqua. In questa situazione, il ferro si raffredderà, mentre la temperatura dell'acqua rimarrà costante visto che avviene il fenomeno dell'ebollizione. La temperatura finale del ferro sarà quindi uguale a quella di ebollizione dell'acqua.

Svolgimento Calcoliamo prima di tutto quanto calore il ferro cede all'acqua.

$$\Delta Q = c_s m \Delta T = 440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 5\,kg \cdot (273,15\,K - 1600\,K) = 2919070\,J$$

Calcoliamo adesso quanta acqua passa allo stato gassoso grazie a quel calore ceduto

$$m_{eb} = \frac{\Delta Q}{Q_{lat-eb}} = \frac{2919,070\,kJ}{2272\,\frac{kJ}{kg}} = 1,19\,kg$$

Problema di: Calorimetria - $Q0019$

Testo *[Q0019]* Una sbarra di ferro di massa $m = 15\,kg$, lunga $l_i = 2\,m$ alla temperatura $T_i = 1600\,K$ viene immersa in una vasca riempita con $m_{H_2O} = 100\,kg$ d'acqua alla temperatura $T_{H_2O} = 300\,K$. Di quanto si accorcia la sbarra?

Spiegazione In questo esercizio una sbarra di ferro calda viene immersa in acqua fredda. L'acqua si scalda ed il ferro si raffredda, quindi il ferro si contrae. Calcolando prima la temperatura raggiunta dal ferro, si può poi calcolare di quanto di dilata la sbarra di ferro.

Svolgimento La temperatura di equilibrio raggiunta dal ferro è

$$T_{eq} = \frac{c_{s-Fe} m_{fe} T_{Fe} + c_{s-H_2O} m_{H_2O} T_{H_2O}}{c_{s-Fe} m_{fe} + c_{s-H_2O} m_{H_2O}}$$

$$T_{eq} = \frac{440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 15\,kg \cdot 1600\,K + 4186\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 100\,kg \cdot 300\,K}{440\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 15\,kg \cdot +4186\,\frac{J}{kg\,K} \cdot 100\,kg}$$

$$T_{eq} = \frac{136140000\,J}{425200\,\frac{J}{K}} = 320,18\,K$$

Possiamo adesso calcolare la dilatazione della sbarra di ferro

$$\Delta l = \lambda_{Fe} l_i \Delta T = 12 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 2\,m \cdot (320,18\,K - 1600\,K) = 31\,mm$$

Problema di: calorimetria - $Q0020$

Testo *[Q0020]*

1. Cos'è il calore? Cos'è la temperatura di un oggetto?
2. Come varia la temperatura di un corpo durante una transizione di fase?
3. Cosa succede alle molecole di una sostanza durante una transizione di fase?
4. Cosa può succedere ad una sostanza solida se le forniamo calore?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare

Svolgimento

1. Il calore è una forma di energia. La temperatura di un oggetto è un indice dell'energia cinetica media delle molecole dell'oggetto.
2. Non cambia, rimane costante.
3. Durante una transizione di fase si formano o si spezzano i legami tra le molecole
4. Dando calore ad un solido, esso può scaldarsi e di conseguenza dilatarsi, o, se siamo alla temperatura di una transizione di fase, può fondere o sublimare.

Problema di: calorimetria - $Q0021$

Testo *[Q0021]* Due oggetti dello stesso materiale, di massa $m_1 = 5\,kg$ ed $m_2 = 15\,kg$, e con temperature $T_1 = 300\,°C$ e $T_2 = 500\,°C$, vengono messi a contatto. Senza fare calcoli, cosa puoi dire della temperatura che raggiungeranno? Perchè?

Spiegazione Due oggetti a contatto si scambiano calore. Il più caldo darà calore al più freddo fino a che non raggiungono la stessa temperatura. La differente capacità termica dei due oggetti determinerà quale dei due cambia maggiormente la sua temperatura.

Svolgimento Visti i valori delle temperatuire iniziali, il primo oggetto si scalderà mentre il secondo si raffredderà. Visto che i due oggetti sono dello stesso materiale, per determinare la capacità termica contano solo le masse dei due oggetti. Quindi

$$C_1 < C_2$$

Il primo oggetto cambierà maggiormente la sua temperatura di quanto farà il secondo oggetto. La media delle due temperature è $T = 400\,°C$. Visto che il primo oggetto deve scaldarsi molto ed il secondo raffreddarsi meno, allora la temperatura di equilibrio raggiunta sarà

$$400\,°C < T_{eq} < 500\,°C$$

Problema di: calorimetria - $Q0021a$

Testo *[Q0021a]* Due oggetti dello stesso materiale e di massa $m_1 = 5\,kg$ ed $m_2 = 15\,kg$, e che hanno rispettivamente temperatura $T_1 = 500\,°C$ e $T_2 = 300\,°C$, vengono messi a contatto. Senza fare calcoli, cosa puoi dire della temperatura che raggiungeranno?

Svolgimento L'esercizio è assolutamente identico all'esercizio *[Q0021]* solo che qui il primo oggetto, quello cioè che cambia maggiormente la sua temperatura, è quello più caldo che si raffredda, mentre il secondo, quello che cambia di poco la sua temperatura, è quello più freddo. Quindi

$$300\,°C < T_{eq} < 400\,°C$$

Problema di: calorimetria - $Q0022$

Testo *[Q0022]*

1. Cosa succede se mettiamo due corpi, con temperatura differente, a contatto tra loro? Perchè?
2. Le molecole di un oggetto possono rimanere ferme?
3. Se fornisco energia ad un corpo e lo vedo fondere, come è stata utilizzata quell'energia?
4. Esiste un limite inferiore alla temperatura che può avere un oggetto? Quale?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare

Svolgimento

1. Il più caldo cede calore al più freddo fino a quando raggiungono la stessa temperatura.
2. No, le molecole si muovono sempre, e la loro velocità è legata alla loro temperatura.
3. Durante la fusione di un corpo, l'energia fornita viene utilizzata per rompere i legami tra le molecole.
4. Si, esiste un limite inferiore per la temperatura, ed esso corrisponde a $T_{zero} = 0\,K = -273,15\,°C$. Visto che la temperatura è legata all'energia cinetica delle molecole, tale limite ideale alla temperatura corrisponderebbe ad una situazione di molecole *ferme*.

Problema di: Calorimetria - $Q0023$

Testo *[Q0023]* Un oggetto di ferro alla temperatura iniziale $T_{i1} = 350\,K$ viene messo a contatto con un oggetto di rame alla temperatura iniziale $T_{i2} = 300\,K$. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i due oggetti, sapendo che hanno la stessa massa?

Spiegazione Per calcolare la temperatura di equilibrio tra due oggetti messi a contatto abbiamo una sola formula da utilizzare. Teniamo comunque presente che le masse dei due oggetti sono uguali.

Svolgimento Utilizziamo la giusta formula:

$$T_{eq} = \frac{c_{s1} m T_{i1} + c_{s2} m T_{i2}}{c_{s1} m + c_{s2} m}$$

Avendo i due oggetti la stessa massa, tale grandezza è stata indicata con la stessa lettera per i due oggetti in modo da raccogliere a fattor comune.

$$T_{eq} = \frac{m\,(c_{s1} T_{i1} + cs2 T_{i2})}{m\,(c_{s1} + c_{s2})}$$

Adesso possiamo semplificare i calori specifici.

$$T_{eq} = \frac{c_{s1} T_{i1} + c_{s2} T_{i2}}{c_{s1} + c_{s2}} = \frac{440\,\frac{J}{kg\cdot K} \cdot 350\,K + 380\,\frac{J}{kg\cdot K} \cdot 300\,K}{820\,\frac{J}{kg\cdot K}} = 326,8\,K$$

Problema di: Calorimetria - $Q0024$

Testo *[Q0024]* Un termometro a mercurio è costituito da una piccola ampolla che contiene mercurio. Da tale ampolla esce un tubicino di sezione $S = 0,2\,mm^2$. La quantità totale di mercurio nel termometro è $m = 30\,g$. Inizialmente il termometro si trova a $T_i = 20\,°C$. Il coefficiente di dilatazione termica volumetrico del mercurio è $\delta = 0,18 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{K}$. Di quanti millimetri sale il livello del mercurio nel tubicino se in una giornata calda siamo a $T_f = 35\,°C$

Spiegazione Il livello del mercurio nel tubicino sale in quanto il mercurio, scaldandosi, si dilata ed aumenta il suo volume. Il volume in più rispetto a prima è quello che si è posizionato nel tubicino ed ha quindi forma cilindrica si sezione S

Svolgimento Cominciamo con il calcolarci il volume iniziale del mercurio:

$$V_i = \frac{m}{\rho} = \frac{30\,g}{13,579\,\frac{g}{cm^3}} = 2,21\,cm^3$$

Calcoliamo adesso la variazione di temperatura del mercurio (ricordandoci che stiamo calcolando una *variazione* di temperatura e quindi $K =° C$).

$$\Delta T = T_f - T_i = 15\,°C = 15\,K$$

Calcoliamo adesso la variazione di volume del mercurio

$$\Delta V = \delta V_i \Delta T = 0,18 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{K} \cdot 2,21\,cm^3 \cdot 15\,K = 0,006\,cm^3 = 6\,mm^3$$

Possiamo infine calcolarci di quanto è salita la colonnina di mercurio.

$$h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{6\,mm^3}{0,2\,mm^2} = 30\,mm$$

Problema di: Calorimetria - $Q0025$

Testo *[Q0025]* Una stufa elettrica mantiene in una stanza una temperatura $T_{int} = 24\,^{\circ}C$, mentre all'esterno la temperatura è $T_{ext} = 4\,^{\circ}C$. Il calore si disperde attraverso una finestra di vetro ($\rho_{vetro} = 1\,\frac{W}{m\cdot K}$) rettangolare ($b = 1,5\,m$ e $h = 1,8\,m$) spessa $l = 3\,mm$. Il costo dell'energia è $C = 0,18\frac{€}{kWh}$; quanto costa riscaldare la stanza per un tempo $\Delta t = 3\,h$?

Spiegazione Visto che c'è una differenza di temperatura tra la superficie interna ed esterna del vetro, allora attraverso di esso si muove del calore. Il calore quindi esce dalla stanza e deve essere rimpiazzato da nuovo calore proveniente dalla stufa elettrica.

Svolgimento La superficie della finestra è

$$S = bh = 2,7\,m^2$$

La potenza dissipata attraverso il vetro è data da

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \rho\frac{S}{l}\Delta T = 1\,\frac{W}{m\cdot K}\,\frac{2,7\,m^2}{3\,mm}20\,K = 18000\,W = 18\,kW$$

L'energia necessaria per compensare tale perdita è

$$\Delta Q = P\cdot\Delta t = 54\,kWh$$

Tale energia elettrica costa

$$Costo = C\cdot\Delta Q = 0,18\,\frac{€}{kWh} = 9,72\,€$$

Ovviamente è un costo molto alto... ecco perchè nessuno scalda gli appartamenti con stufette elettriche.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Calorimetria - $Q0026$

Testo *[Q0026]* Fornendo $\Delta Q = 3000\,kJ$ an un oggetto di piombo alla temperatura iniziale $T_i = 280\,K$, riesco a portarlo alla temperatura di fusione e fonderlo interamente. Quanta massa di piombo liquido mi trovo alla temperaturadi fusione?

Spiegazione Per scaldare una massa di piombo è necessario fornire del calore. Per fonderla è necessario del calore. apendo che con il calore a disposizione riesco a scaldare il piombo fino alla temperatura di fusione, e riesco poi anche a fonderlo tutto, il problema si risolve eguagliando il calore a disposizione con quello necessario a scaldare prima, e fondere poi, il piombo

Svolgimento Il calore necessario a scaldare il piombo è

$$\Delta Q = c_s\cdot m\cdot\Delta T$$

considerando che il piombo lo devo scaldare fino alla temperatura di fusione

$$\Delta Q_{ris} = c_s\cdot m\cdot(T_{fus} - T_i)$$

IL calore necessario per far fondere il piombo è

$$\Delta Q_{fus} = Q_{lat,fus}\cdot m$$

Il calore ΔQ indicato nel testo dell'esercizio serve sia per scaldare che per fondere il ferro, quindi

$$\Delta Q = \Delta Q_{ris} + \Delta Q_{fus}$$

per cui

$$\Delta Q = c_s\cdot m\cdot(T_{fus} - T_i) + Q_{lat,fus}\cdot m$$

$$\Delta Q = m\cdot[c_s\cdot(T_{fus} - T_i) + Q_{lat,fus}]$$

ed infine

$$m = \frac{\Delta Q}{c_s \cdot (T_{fus} - T_i) + Q_{lat,fus}}$$

$$m = \frac{3000000\,J}{129\,\frac{J}{kg\cdot K}\cdot(600,61\,K - 280\,K) + 23,2\,\frac{kJ}{kg}} = 67,64\,kg$$

Problema di: Calorimetria - $Q0027$

Testo *[Q0027]* Le temperature di fusione e di ebollizione del ferro sono: $T_{eb-Fe} = 3023\,K$; $T_{fus-Fe} = 1808\,K$. Indicate se le seguenti sostanze sono solide, liquide o gassose.

- $10\,kg$ di ferro a $T = 1600\,K$; $20\,kg$ di ferro a $T = 1890\,°C$
- $20\,kg$ di rame a $T = 1600\,°C$; $10\,kg$ di ferro a $T = 3023\,K$

Spiegazione Per sapere se una sostanza è solida, liquida o gassosa, è necessario guardare la sua temperatura e conoscere le temperature di fusione ed ebollizione di tale sostanza. La massa non ha alcuna importanza nel determinare quale sia lo stato fisico della sostanza.

Svolgimento Analizziamo le informazioni che ci sono state date dal testo del problema

- $10\,kg$ di ferro alla temperatura $T = 1600\,K$. La sostanza ha una temperatura inferiore a quella di ebollizione: la sostanza è solida.
- $20\,kg$ di ferro alla temperatura $T = 1890\,K$. La sostanza ha una temperatura Superiore a quella di fusione, ma inferiore a quella di ebollizione: la sostanza è liquida.
- $20\,kg$ di ferro alla temperatura $T = 1617°C$. La sostanza ha una temperatura Superiore a quella di fusione, ma inferiore a quella di ebollizione: la sostanza è liquida.
- $10\,kg$ di ferro alla temperatura $T = 1808\,^K$. La sostanza ha una temperatura pari alla temperatura di fusione: la sostanza è in parte solida ed in parte liquida; i due stati della materia sono presenti contemporaneamente.

Problema di: Calorimetria - $Q0028$

Testo *[Q0028]* Rispondi alle seguenti domande.

1. Perché l'alchool etilico bolle alla temperatura di circa $T_{eb-1} = 80°C$ mentre l'acqua bolle alla temperatura di $T_{eb-2} = 100°C$
2. Se prendo una certa massa di ferro alla temperatura $T = 1600\,K$, è solida, liquida, gassosa o plasma? Spiega perchè.
3. Se prendo dell'acqua alla temperatura $T = 327\,K$, essa è solida, liquida, gassosa o plasma? Spiega perchè.

Spiegazione In questo esercizio vengono presentate tre situazioni in cui bisogna applicare i concetti studiati in calorimetria.

Svolgimento

1. Il valore della temperatura di ebollizione di una sostanza dipende da quanto sono forti i legami chimici tra le molecole di quella sostanza. L'acqua bolle ad una temperatura superiore a qulla dell'alchool, quindi i legami chimici tra le molecole dell'acqua sono più forti dei legami chimici tra le molecole dell'alchool.
2. La temperatura di fusione del ferro è $T_{fus-Fe} = 1808\,K$. Il testo della domanda specifica che il ferro ha una temperatura inferiore alla sua temperatura di fusione, quindi è necessariamente solido.
3. La temperatura di fusione dell'acqua è $T_{fus-H_2O} = 273,15\,K$, mentre quella di ebollizione è $T_{eb-H_2O} = 373,15\,K$. La temperatura dell'acqua in questo esercizio è maggiore della temperatura di fusione, ma minore della temperatura di ebollizione, quindi la sostanza è liquida.

Autore: Andrea de Capoa 2 Mar 2016

Problema di: Calorimetria - $Q0029$

Testo *[Q0029]* Ad un oggetto di ferro di massa $m = 5\,kg$, ed alla temperatura $T = 300\,K$, fornisco una quantità di calore $\Delta Q = 4400\,J$. Di quanto aumenta il suo volume?

Spiegazione Se forniamo ad un pezzo di ferro solido del calore senza che il pezzo di ferro cominci a fondere, allora questo si scalda e si dilata. Possiamo quindi calcolarci di quanto aumenta il suo volume a causa della dilatazione termica.

Svolgimento L'oggetto di ferro si trovava alla temperatura $T_i = 300\,K$, quindi inizialmente si scalda. Per prima cosa calcoliamoci di quanto aumenta la sua temperatura.

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{c_s \cdot m} = \frac{4400\,J}{440\,\frac{J}{kgK} \cdot 5\,kg} = 2\,K$$

L'oggetto, considerando che si trovava inizialmente alla temperatura $T_i = 300\,K$ non arriva di certo alla temperatura di fusione del ferro che sappiamo essere $T_{fus} = 1808\,K$, quindi gli unici fenomeni che accadono sono proprio il riscaldamento e la dilatazione termica.

Calcoliamoci adesso di quanto si dilata il ferro. Il volume iniziale del ferro possiamo calcolarlo conoscendo la densità del ferro

$$V_i = \frac{m}{\rho_{Fe}} = \frac{5\,kg}{7874\,\frac{kg}{m^3}} = 6,35 \cdot 10^{-4} m^3$$

quindi per la variazione del volume avremo

$$\Delta V = 3\lambda V_i \Delta T = 36 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{K} \cdot 6,35 \cdot 10^{-4} m^3 \cdot 2\,K = 4,572 \cdot 10^{-8} m^3$$

La formula finale dell'esercizio facendo solo conti letterali sarebbe

$$\Delta V = 3\lambda \cdot \frac{m}{\rho_{Fe}} \cdot \frac{\Delta Q}{c_s \cdot m}$$

Autore: Andrea de Capoa 10 Mar 2016

Problema di: Calorimetria - $Q0030$

Testo *[Q0030]* In un contenitore termicamente isolato sono presenti una massa $m_g = 500\,g$ di ghiaccio alla temperatura $T_{ig} = 0°C$ ed una massa $m_v = 600\,g$ di vapore acqueo alla temperatura $T_{iv} = 100°C$. Calcola la temperatura di equilibrio del sistema e quanto vapore rimane.

Spiegazione In natura il calore si sposta dagli oggetti più caldi verso gli oggetti più freddi. Il vapore fonde il ghiaccio cedendogli calore; il vapore, cedendo calore, si condensa.

Svolgimento La quantità di calore che serve per fondere il ghiaccio è

$$\Delta Q_{fus} = Q_{lat-fus} \cdot m = 335\,\frac{kJ}{kg} \cdot 0,5\,kg = 167500\,J$$

Per poi portare il liquido alla temperatura di fusione servono

$$\Delta Q_{0\to100} = c_s m \Delta T = 4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 0,5\,kg \cdot 100\,K = 209300\,J$$

Il calore totale sottratto al vapore è quindi

$$\Delta Q = \Delta Q_{fus} + \Delta Q_{0\to100} = 376800\,J$$

Sottraendo questa quantità di calore al vapore, la quantità di vapore che riesco a far condensare è

$$m_{cond} = \frac{\Delta Q}{Q_{lat-eb}} = \frac{376,8\,kJ}{2272\,\frac{kJ}{kg}} = 0,166\,kg$$

Rimane quindi una massa di vapore pari a

$$m = m_v - m_{cond} = 434\,g$$

Problema di: Leggi di calorimetria e leggi di conservazione - $LQ0001$

Testo *[LQ0001]* Un corpo di massa $m = 20\,kg$ si trova in una piccola piscina, fermo ed immerso nell'acqua, all'altezza dal fondo $h_i = 50\,cm$. Nella piscina ci sono $m_2 = 50\,kg$ di acqua. La piscina è termicamente isolata dal mondo esterno. Ad un certo punto l'oggetto comincia a cadere verso il fondo della piscina fino a fermarsi sul fondo. Di quanto si scalda l'acqua della piscina?

Spiegazione L'oggetto che cade perde energia potenziale gravitazionale, che, essendo trasferita all'acqua sotto forma di calore, ne fa innalzare la temperatura.

Svolgimento La quantità di energia potenziale persa dall'oggetto è

$$\Delta U = mg\Delta h = 20\,kg \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0,5\,m = 98\,J$$

Di conseguenza l'aumento di temperatura dell'acqua, ammettendo che non ci siano dispersioni nell'ambiente circostante, sarà

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{c_s m} = \frac{98\,J}{4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 20\,kg} = 1,17 \cdot 10^{-3} K$$

Autore: Andrea de Capoa 20 Ott 2016

Problema di: Leggi di calorimetria e leggi di conservazione - $LQ0002$

Testo *[LQ0002]* Un corpo di ferro ha massa $m = 20\,kg$ e temperatura iniziale $T_i = 400\,K$. Esso striscia, fino a fermarsi, su di un piano orizzontale, con una velocità iniziale $V_i = 4\,\frac{m}{s}$. Ammettendo che tutto il calore prodotto dalle forze di attrito sia utilizzato per scaldare il corpo, di quanto aumenta la sua temperatura?

Spiegazione Le forze di attrito trasformano l'energia cinetica dell'oggetto in calore. Il calore è trasferito all'oggetto che di conseguenza aumenta la sua temperatura. IL problema chiede di strascurare il calore trasferito al piano di appoggio edf all'aria.

Svolgimento La quantità di energia cinetica persa dall'oggetto è

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mV_f^2 - \frac{1}{2}mV_i^2 = 10\,kg \cdot 16\frac{m^2}{s^2} = -160\,J$$

Il calore in ingresso nell'oggetto è quindi

$$\Delta Q = -\Delta E_c = 160\,J$$

Di conseguenza l'aumento di temperatura del corpo di ferro, ammettendo che non ci siano dispersioni nell'ambiente circostante, sarà

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{c_s m} = \frac{160\,J}{440\,\frac{J}{kgK} \cdots 20\,kg} = 1,82 \cdot 10^{-2} K$$

Autore: Andrea de Capoa 26 Nov 2016

Problema di: Termodinamica - $T0001$

Testo *[T0001]* Se un certo quantitativo di gas che si trova alla temperatura $T_1 = 380\,K$ compie una trasformazione isobara passando da un volume $V_1 = 10\,cm^3$ ad un volume $V_2 = 20\,cm^3$, quale temperatura ha raggiunto?

Spiegazione Questo esercizio parla di un certo quantitativo di gas, che si trova ad una temperatura $T_i = 380\,K$, all'interno di un certo contenitore di volume $V_i = 10\,cm^3$. Ad un certo punto il conteniore del gas aumenta il suo volume fino a raddoppiare e raggiunge il volume $V_f = 20\,cm^3$. Durante questa *trasformazione* per un qualche meccanismo, che adesso non ci interessa, la pressione del gas non cambia mai: il gas sta compiendo infatti una trasformazione *isobara* che vuol dire *a pressione costante*. Durante questa trasformazione in cui cambia il volume, cambia anche la temperatura del gas: quale temperatura avrà il gas alla fine della trasformazione?

Svolgimento La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema:

$$\begin{cases} PV_f = NKT_f \\ PV_i = NKT_i \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione dividendo le due equazioni del sistema:

$$\frac{PV_f}{PV_i} = \frac{NKT_f}{NKT_i}$$

da cui, semplificando, si ottiene

$$\frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

ed infine

$$T_f = \frac{V_f T_i}{V_i}$$

Inserendo a questo punto i dati del problema nella formula finale otteniamo:

$$T_f = \frac{20\,cm^3 \cdot 380\,K}{10\,cm^3} = 760\,K$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Termodinamica - $T0002$

Testo *[T0002]*

1. **Da dove prende energia un gas che compie lavoro durante una espansione isobara**? X) dal suo interno; Y) dall'esterno; Z) dal lavoro che compie; W) la produce.
2. **In un gas, durante una trasformazione isocora, al diminuire della temperatura**: X) il volume aumenta; Y) il volume diminuisce; Z) il volume rimane invariato; W) il volume puó aumentare quanto diminuire.
3. **C'è scambio di calore durante una compressione adiabatica**? X) si; Y) no; Z) forse; W) a volte.
4. **Il gas cede calore durante una compressione isobara**? X) si; Y) no; Z) forse; W) a volte.
5. **Da dove prende energia un gas che compie lavoro durante una espansione adiabatica**? X) dal suo interno; Y) dall'esterno; Z) dal lavoro che compie; W) la produce.
6. **Di un gas, durante una trasformazione adiabatica, cambia**: X) solo il volume; Y) solo la temperatura; Z) solo la pressione; W) Sia il volume che temperatura che pressione.
7. **In un gas, durante una trasformazione isoterma, al diminuire della pressione**: X) il volume aumenta; Y) il volume diminuisce; Z) il volume rimane invariato; W) il volume può aumentare quanto diminuire.
8. **In un gas, durante una trasformazione adiabatica, al diminuire della pressione**: X) il volume aumenta; Y) il volume diminuisce; Z) il voume rimane invariato; W) il volume può aumentare quanto diminuire.
9. **In un gas, durante una trasformazione isocora, al diminuire della temperatura**: X) il gas fa lavoro; Y) il riceve lavoro; Z) il gas diminuisce la sue energia interna; W) la press.
10. **In un gas, durante una trasformazione ciclica**: X) il volume aumenta; Y) il volume diminuisce; Z) il volume rimane invariato; W) il volume può aumentare e diminuire per ritornare al valore iniziale.
11. **Un ciclo di carnot è composto da**: X) due isoterme e due isocore; Y) due isocore e due adiabatiche; Z) due isoterme e due adiabatiche; W) quattro isoterme.
12. **Una trasformazione ciclica è una trasformazione in cui**: X) il gas si muove di moto circolare uniforme; Y) il gas non scambia calore con l'esterno; Z) gli stati iniziale e finale della trasformazione coincidono; W) Gli stati iniziale e finale della trasformazione cambiano ciclicamente.
13. **Il rendimeno di un qualunque ciclo termodinamico è dato dal**: X) lavoro fatto fratto calore assorbito; Y) lavoro fatto più calore assorbito; Z) lavoro fatto meno calore assorbito; W) solo lavoro fatto.
14. **In un gas, durante una trasformazione isobara, al diminuire della temperatura**: X) il volume aumenta; Y) il volume diminuisce; Z) il volume non varia; W) il volume sia aumenta che diminuire.

Spiegazione A tutte queste domande è possibile rispondere conoscendo pochi semplici concetti di termodinamica.

1. la legge fondamentale dei gas perfetti
$$PV = NKT$$
2. le quattro principali trasformazioni termodinamiche: isoterma, isocora, isobara ed adiabatica
3. la legge fondamentale della termodinamica
$$\Delta U = \delta Q - \delta L$$
4. il legame tra variazione di volume e lavoro fatto: se il gas si espande fa lavoro verso l'esterno; se si comprime riceve lavoro dall'esterno
5. il legame tra temperatura ed energia interna: queste due variabili di stato sono direttamente correlate tra loro, se varia una, varia in proporzione anche l'altra.

Svolgimento

1. **Da dove prende energia un gas che compie lavoro durante una espansione isobara**? *Y) dall'esterno*
   (a) Cominciamo con il constatare che il gas cede lavoro all'esterno in quanto si espande;
   (b) se osserviamo il grafico di un'espansione isobara, vediamo che la temperatura aumenta, e quindi aumenta anche l'energia interna;
   (c) se il gas cede lavoro ed aumenta la sua energia interna, l'unica soluzione è che riceva dell'energia dall'esterno sotto forma di calore.
2. **In un gas, durante una trasformazione isocora, al diminuire della temperatura**: *Z) il volume rimane invariato*
   (a) Le trasformazioni isocore sono quelle in cui il volume rimane invariato per definizione;
3. **C'è scambio di calore durante una compressione adiabatica**? *Y) no*
   (a) Le trasformazioni adiabatiche sono quelle in cui non c'è scambio di calore per definizione;
4. **Il gas cede calore durante una compressione isobara**? *X) si*
   (a) In una compressione il gas riceve lavoro;
   (b) in una compressione isobara, consultando il grafico, il gas diminuisce la sua temperatura e quindi la sua energia interna;
   (c) se il gas riceve lavoro e diminuisce la sua energia interna, l'unica possibilità è che ceda calore all'esterno
5. **Da dove prende energia un gas che compie lavoro durante una espansione adiabatica**? *X) dal suo interno*
   (a) In una trasformazione adiabatica no c'è scabio di calore, quindi per dare lavoro all'esterno durante l'espansione, quell'energia può essere presa solo dall'energia interna con conseguente diminuzione della temperatura.
6. **Di un gas, durante una trasformazione adiabatica, cambia**: *W) Sia il volume che temperatura che pressione*
   (a) Se anche una sola delle tre variabili indicate dovesse rimanere costante, la trasformazione non si chiamerebbe adiabatica ma isocora, oppure isoterma, oppure isobara.
7. **In un gas, durante una trasformazione isoterma, al diminuire della pressione**: *X) il volume aumenta*
   (a) Dalla legge dei gas, se la temperatura non cambia, pressione e volume sono inversamente proporzionali.
8. **In un gas, durante una trasformazione adiabatica, al diminuire della pressione**: *X) il volume aumenta*
   (a) il grafico di una trasformazione adiabatica mostra in modo semplice quello che succede. La curva adiabatica è simile a quella isoterma, ma più ripida.
9. **In un gas, durante una trasformazione isocora, al diminuire della temperatura**: *Z) il gas diminuisce la sue energia interna;*
   (a) Il fatto che la trasformazione sia isocora è irrilevante: se diminuisce la temperatura di un gas vuol dire che diminuisce la sua energia interna.
10. **In un gas, durante una trasformazione ciclica**: *W) il volume può aumentare e diminuire per ritornare al valore iniziale*
    (a) Una trasformazione ciclica è caratterizzata dal fatto che le variabili di stato variano, ma, indipendentemente dalle loro variazioni, alla fine della trasformazione assumono nuovamente i valori iniziali.
11. **Un ciclo di carnot è composto da**: *Z) due isoterme e due adiabatiche*
    (a) Qui non c'è nulla da capire: si chiama ciclo di Carnot quella trasformazione ciclica formata da due isoterme e due adiabatiche.

12. **Una trasformazione ciclica è una trasformazione in cui**: *Z) gli stati iniziale e finale della trasformazione coincidono*

    (a) In questa domanda altro non si chiede se non la definizione di trasformazione ciclica.

13. **Il rendimeno di un qualunque ciclo termodinamico è dato dal**: *X) lavoro fatto fratto calore assorbito*

    (a) Il rendimento di un ciclo rappresenta la percentuale di calore assorbito che viene trasformata in lavoro; di qui la formula indicata nella risposta.

14. **In un gas, durante una trasformazione isobara, al diminuire della temperatura**: *Y) il volume diminuisce*

    (a) Se osserviamo il grafico, le trasformazioni isobare sono segmenti orizzontali. Nel caso di diminuzione della temperatura, il punto che rappresenta lo stato del gas deve spostarsi verso sinistra, indicando di conseguenza una diminuzione del volume.

15. **Di quanto varia una variabile di stato di un gas durante una trasformazione**? *W) Dipende dagli stati iniziale e finale della trasformazione*

    (a) Le variabili di stato sono definite tali in quanto la loro variazione dipende dagli stati iniziali e finali della trasformazione senza che sia importante il tipo di trasformazione per passare da uno stato all'altro.

16. **Di quanto varia una variabile non di stato di un gas durante una trasformazione**? *X) Dipende dalla trasformazione che subisce il gas*

    (a) Le variabili non di stato, per definizione di variabile di stato, dipendono dalla trasformazione per passare da uno stato all'altro e non dipendono unicamente dai due stati.

17. **In un gas, durante una trasformazione isobara, al diminuire della temperatura**: *Y) il calore esce*

    (a) Al diminuire della temperatura l'energia interna di un gas diminuisce

    (b) In una isobara, al diminuire della temperatura, diminuisce il volume del gas che, quindi, riceve lavoro.

    (c) Se il gas riceve energia sotto forma di lavoro, e contemporaneamente ha meno energia interna, l'unica spiegazione è che sia uscita dal gas dell'energia sotto forma di calore.

Problema di: Termodinamica - $T0003$

Testo *[T0003]*

1. **Il rendimeno di un qualunque ciclo termodinamico è**: X) minore o uguale a 1; Y) maggiore o uguale a 1; Z) uguale a 1; W) nessuna delle precedenti.
2. **La legge dei gas perfetti**: X) non contiene il volume del gas; Y) non contiene la temperatura del gas; Z) non contiene l'energia interna del gas; W) non contiene la pressione del gas.
3. **Di un gas, durante una trasformazione isocora, non cambia**: X) il volume; Y) la temperatura; Z) la pressione; W) l'energia interna.
4. **Di un gas, durante una trasformazione isoterma, non cambia**: X) la temperatura; Y) il volume; Z) la pressione; W) l'energia interna.
5. **Di un gas, durante una trasformazione isobara, non cambia**: X) il volume; Y) la temperatura; Z) la pressione; W) l'energia interna.
6. **Il rendimeno di un ciclo di Carnot**: X) è sempre maggiore di 1; Y) dipende solo dalla temperatura finale del gas; Z) dipende dalle temperature a cui viene scambiato il calore; W) dipende solo dalla temperatura iniziale del gas.
7. **Il calore scambiato ad alta temperatura, rispetto a quello scambiato a bassa temperatura è**: X) più pregiato; Y) meno pregiato; Z) egualmente pregiato; W) dipende dai casi.
8. **Per aumentare la tempratura di un gas è sufficiente**: X) comprimerlo; Y) farlo espandere; Z) aumentarne la pressione; W) aumentarne l'energia interna.
9. **Per aumentare l'energia interna di un gas è sufficiente**: X) comprimerlo; Y) fargli compiere una trasformazione isocora; Z) farlo espandere; W) fargli compiere una espansione isobara.
10. **Un gas compie sicuramente del lavoro se**: X) viene compresso; Y) si espande; Z) si scalda; W) nessuna delle precedenti.
11. **C'è scambio di calore durante una compressione isoterma**? X) si; Y) no; Z) forse; W) a volte.

Spiegazione A tutte queste domande è possibile rispondere conoscendo pochi semplici concetti di termodinamica.

1. la legge fondamentale dei gas perfetti

$$PV = NKT$$

2. le quattro principali trasformazioni termodinamiche: isoterma, isocora, isobara ed adiabatica
3. la legge fondamentale della termodinamica

$$\Delta U = \delta Q - \delta L$$

4. il legame tra variazione di volume e lavoro fatto: se il gas si espande fa lavoro verso l'esterno; se si comprime riceve lavoro dall'esterno
5. il legame tra temperatura ed energia interna: queste due variabili di stato sono direttamente correlate tra loro, se varia una, varia in proporzione anche l'altra.

Svolgimento

1. **Il rendimeno di un qualunque ciclo termodinamico è**: *W) nessuna delle precedenti: minore di 1*
   (a) Questo viene affermato nella seconda legge della termodinamica.
2. **La legge dei gas perfetti**: *Z) non contiene l'energia interna del gas*
   (a) Basta leggere la formula della legge dei gas perfetti $PV = NKT$
3. **Di un gas, durante una trasformazione isocora, non cambia**: *X) il volume*
   (a) Questa è la definizione di trasformazione isocora

4. **Di un gas, durante una trasformazione isoterma, non cambia**: *X) la temperatura*
   (a) Questa è la definizione di trasformazione isoterma
5. **Di un gas, durante una trasformazione isobara, non cambia**: *Z) la pressione*
   (a) Questa è la definizione di trasformazione isobara
6. **Il rendimeno di un ciclo di Carnot**: *Z) dipende dalle temperature a cui viene scambiato il calore*
   (a) Oltre ad essere un principio valido in linea generale, basta guardare la formula del rendimento del ciclo di Carnot: $\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{bassa}}{T_{alta}}$
7. **Il calore scambiato ad alta temperatura, rispetto a quello scambiato a bassa temperatura è**: *X) più pregiato;*
   (a) Con il calore scambiato ad alta temperatura è possibile ottenere cicli con rendimenti maggiori.
8. **Per aumentare la tempratura di un gas è sufficiente**: *W) aumentarne l'energia interna*
   (a) Energia interna di un gas e temperatura sono strettamente legati insieme, in particolare sono tra loro direttamente proporzionali
9. **Per aumentare l'energia interna di un gas è sufficiente**: *W) fargli compiere una espansione isobara*
   (a) Se un gas compie un'espansione isobara, osservando il grafico o la legge dei gas perfetti, si nota che la temperatura aumenta e quindi aumenta l'energia interna.
10. **Un gas compie sicuramente del lavoro se**: *Y) si espande*
    (a) il lavoro prodotto da un gas è sempre legato alla variazione di volume di quel gas. Nel caso di espansione il gas cede sempre lavoro all'esterno
11. **C'è scambio di calore durante una compressione isoterma**? *X) si*
    (a) In una compressione il gas riceve lavoro, ma visto che l'energia interna non cambia durante un'isoterma, allora quell'energia in ingresso deve immediatamente uscire sotto forma di calore.

Problema di: Termodinamica - $T0004$

Testo *[T0004]*

1. Da quale variabile di stato dipende l'energia interna di un gas?
2. In quali modi posso fornire energia ad un gas?
3. Come varia l'energia interna di un gas durante una trasformazione isoterma? Perchè?
4. Durante una espansione il gas compie o riceve lavoro? e durante una compressione?
5. Quanto calore scambia un gas durante una trasformazione adiabatica?
6. Quando un gas fa lavoro verso l'esterno?
7. Quando un gas riceve del lavoro dall'esterno?
8. Disegna un ciclo di Carnot, indicandone le trasformazioni e i flussi di energia durante ogni trasformazione.
9. C'è scambio di calore durante una espansione isoterma? Quel calore entra nel gas o esce?
10. Come cambia la temperatura di un gas durante una compressione adiabatica? e durante un'espansione adiabatica?
11. Da dove prende energia un gas che compie lavoro durante una espansione adiabatica?
12. Da dove prende energia un gas che compie lavoro durante una espansione isoterma?
13. In una trasf. isocora: $\delta L =? \Delta U =?$ Se il gas cede calore, da dove prende quell'energia? Che conseguenza ha questo sulla temperatura?
14. In una trasf. isoterma: $\Delta U =? \delta L =?$ Da dove viene presa l'energia per compiere lavoro?
15. In una trasf. adiabatica: $\delta Q =? \Delta U =?$ Da dove viene presa l'energia per compiere lavoro?
16. Cos'è il rendimento di un ciclo? Quanto vale per il ciclo di Carnot? Disegna il diagramma che descrive il flusso di calore da una sorgente ad alta temperatura ad una a bassa temperatura durante un ciclo termodinamico. Modifica quel diagramma per descrivere un ciclo frigorifero.
17. Il calore scambiato ad alta temperatura è più o meno pregiato di quello scambiato a bassa temperatura? Perchè?
18. Cosa rappresenta la superficie dell'area delimitata da una trasformazione ciclica in un diagramma Pressione-Volume?

Spiegazione A tutte queste domande è possibile rispondere conoscendo pochi semplici concetti di termodinamica.

1. la legge fondamentale dei gas perfetti

$$PV = NKT$$

2. le quattro principali trasformazioni termodinamiche: isoterma, isocora, isobara ed adiabatica
3. la legge fondamentale della termodinamica

$$\Delta U = \delta Q - \delta L$$

4. il legame tra variazione di volume e lavoro fatto: se il gas si espande fa lavoro verso l'esterno; se si comprime riceve lavoro dall'esterno
5. il legame tra temperatura ed energia interna: queste due variabili di stato sono direttamente correlate tra loro, se varia una, varia in proporzione anche l'altra.

Svolgimento

1. Da quale variabile di stato dipende l'energia interna di un gas?
   (a) L'energia interna dipende dalla temperatura. La temperatura di un gas indica infatti la velocità delle molecole del gas e di conseguenza la loro energia cinetica, cioè l'energia interna del gas.
2. In quali modi posso fornire energia ad un gas?
   (a) Si può fornire energia ad un gas o tramite uno scambio di calore o tramite uno scambio di lavoro, come indicato dalla legge fondamentale della termodinamica $\Delta U = \delta Q - \delta L$
3. Come varia l'energia interna di un gas durante una trasformazione isoterma? Perchè?
   (a) in una trasformazione isoterma la temperatura non cambia e quindi non cambia neanche l'energia interna.
4. Durante una espansione il gas compie o riceve lavoro? e durante una compressione?
   (a) Durante una espansione il gas compie lavoro; durante una compressione lo riceve.
5. Quanto calore scambia un gas durante una trasformazione adiabatica?
   (a) Zero, perché si chiama adiabatica quella trasformazione nella quale non c'è scambio di calore con l'esterno
6. Quando un gas fa lavoro verso l'esterno?
   (a) Quando si espande
7. Quando un gas riceve del lavoro dall'esterno?
   (a) Quando si comprime
8. Disegna un ciclo di Carnot, indicandone le trasformazioni e i flussi di energia durante ogni trasformazione.
   (a) Dovete disegnare una espansione isoterma (esce lavoro ed entra calore), successivamente un'espansione adiabatica (esce lavoro), successivamente una compressione isoterma (entra lavoro ed esce calore), ed infine una compressione adiabatica (entra lavoro)
9. C'è scambio di calore durante una espansione isoterma? Quel calore entra nel gas o esce?
   (a) Si. In una trasformazione isoterma non cambia l'energia interna del gas, quindi visto che nell'espansione esce del lavoro, quell'energia deve essere presa dal calore in ingresso.
10. Come cambia la temperatura di un gas durante una compressione adiabatica? e durante un'espansione adiabatica?
   (a) In una compressione del lavoro entra; visto che la trasformazione è adiabatica e non scambia calore, quel lavoro diventa energia interna del gas e quindi la temperatura aumenta.
11. Da dove prende energia un gas che compie lavoro durante una espansione adiabatica?
   (a) Visto che la trasformazione è adiabatica ed il gas non scambia calore, se cede lavoro prende quell'energia dall'energia interna.
12. Da dove prende energia un gas che compie lavoro durante una espansione isoterma?
   (a) In un'espanzione isoterma l'energia interna del gas non cambia, quindi se il gas cede lavoro, prende quell'energia dall'esterno sotto forma di calore.
13. In una trasf. isocora: $\delta L = ?\Delta U = ?$ Se il gas cede calore, da dove prende quell'energia? Che conseguenza ha questo sulla temperatura?

(a) In una trasformazione isocora il volume non cambia, quindi $\Delta L = 0$. Dalla legge fondamentale della termodinamica otteniamo che $\Delta U = \delta Q$. Quindi se il gas cede calore lo prende dall'energia interna e quindi la temperatura diminuisce

14. In una trasf. isoterma: $\Delta U = ?\delta L = ?$ Da dove viene presa l'energia per compiere lavoro?

    (a) In una trasformazione isoterma la temperatura non cambia, quindi $\Delta U = 0$. Dalla legge fondamentale della termodinamica otteniamo che $\delta Q = -\delta L$. Quindi se il gas cede lavoro prende quell'energia dal calore in ingresso

15. In una trasf. adiabatica: $\delta Q = ?\Delta U = ?$ Da dove viene presa l'energia per compiere lavoro?

    (a) Per definizione di adiabatica $\delta Q = 0$; quindi $\Delta U = -\delta L$. l'energia per compiere lavoro viene quindi presa dall'energia interna.

16. Cos'è il rendimento di un ciclo? Quanto vale per il ciclo di Carnot? Disegna il diagramma che descrive il flusso di calore da una sorgente ad alta temperatura ad una a bassa temperatura durante un ciclo termodinamico. Modifica quel diagramma per descrivere un ciclo frigorifero.

    (a) Il rendimento di un ciclo è il rapporto tra il lavoro fatto dal ciclo ed il calore da esso assorbito: $\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}}$
    (b) per il ciclo di Carnot la formula precedente, calcolata su due isoterme e due adiabatiche, diventa $\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_{bassa}}{T_{alta}}$
    (c) Dalla sorgente ad alta temperatura viene assorbito del calore; una parte di questo viene trasformato in lavoro, la parte restante data ad un pozzo di calore a bassa temperatura.
    (d) Nel ciclo frigorifero, l'utilizzo di una piccola quantità di lavoro permette di assorbire del calore a bassa temperatura e metterlo, insieme al lavoro, in un luogo ad alta temperatura.

17. Il calore scambiato ad alta temperatura è più o meno pregiato di quello scambiato a bassa temperatura? Perchè?

    (a) Il calore scambiato ad alta temperatura è più pregiato in quanto con esso si riescono ad ottenere rendimenti maggiori

18. Cosa rappresenta la superficie dell'area delimitata da una trasformazione ciclica in un diagramma Pressione-Volume?

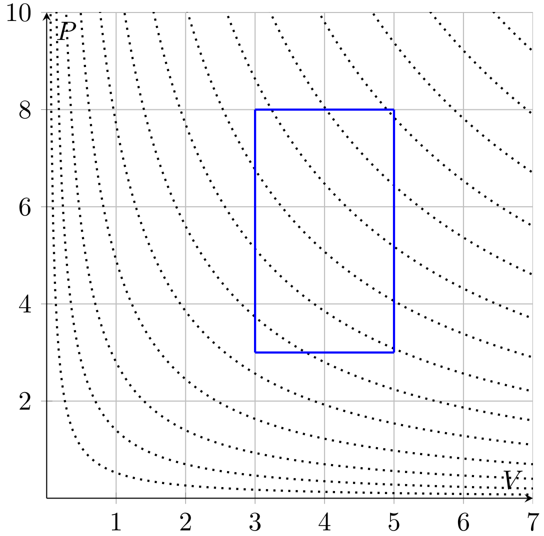
    (a) Come verificabile anche in base all'unità di misura dell'area in un simile grafico, l'area di un ciclo termodinamico indica il lavoro fatto dal ciclo.

Problema di: Termodinamica - $T0005$

Testo *[T0005]* Un gas compie un ciclo termodinamico formato da due isobare e due isocore. Il ciclo comincia con un'espansione isobara che parte dallo stato $A(3\,m^3; 8\,atm)$; successivamente abbiamo un raffreddamento isocoro; la compressione isobara inizia invece dallo stato $B(5\,m^3; 3\,atm)$; infine un riscaldamento isocoro. Quanto lavoro ha fatto il ciclo?

Spiegazione Dopo aver disegnato il ciclo termodinamico nel piano PV dobbiamo calcolare il lavoro fatto in ognuna delle quattro trasformazioni del ciclo e calcolare infine il lavoro totale.

Svolgimento Il grafico del ciclo termodinamico è il seguente:



Il lavoro svolto nelle due isocore è nullo. Nell'espansione isobara il lavoro vale

$$L = P \cdot \Delta V = 8\,atm \cdot 2\,m^3 = 1600000\,J$$

Nella compressione isobara il lavoro vale

$$L = P \cdot \Delta V = 3\,atm \cdot (-2\,m^3) = -600000\,J$$

Il lavoro fatto dal ciclo vale quindi

$$L = 1000000\,J$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Termodinamica - $T0006$

Testo *[T0006]* Un ciclo termodinamico assorbe calore δQ_{ass} ad alta temperatura, cede calore δQ_{ced} a bassa temperatura, e cede lavoro δL. Il tutto è fatto con un certo rendimento η. Esegui i seguenti esercizi:

1. Sapendo che $\delta Q_{ass} = 5000\,J$ e che $\delta Q_{ced} = 3500\,J$, quanto valgono δL ed η?
2. Sapendo che $\delta Q_{ass} = 5000\,J$ e che $\delta L = 2000\,J$, quanto valgono δQ_{ced} ed η?
3. Sapendo che $\delta L = 5000\,J$ e che $\eta = 0,4$, quanto valgono δQ_{ass} e δQ_{ced}?

Spiegazione Un ciclo termodinamico serve a trasformare del calore in lavoro. soltanto due formule descrivono questo processo:

$$\delta Q_{ass} = \delta Q_{ced} + \delta L \qquad \eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}}$$

In tutte le domande del testo vengono forniti due dati; di conseguenza con le due equazioni a disposizione possiamo trovare gli altri due.

Svolgimento

1. $\delta L = \delta Q_{ass} - \delta Q_{ced} = 1500\,J \qquad \eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = \frac{1500\,J}{5000\,J} = 0,3 = 30\%$
2. $\delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L = 3000\,J \qquad \eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = \frac{2000\,J}{5000\,J} = 0,4 = 40\%$
3. $\delta Q_{ass} = \frac{\delta L}{\eta} = 12500\,J \qquad \Delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L = 7500\,J$

Problema di: Termodinamica - $T0007$

Testo *[T0007]* Durante una trasformazione isocora, un gas alla pressione iniziale $P_i = 25000\,Pa$ passa da una temperatura $T_i = 380\,K$ ad una temperatura $T_f = 450\,K$; quale pressione P_f ha raggiunto?

Spiegazione Abbiamo un gas che compie una trasformazione isocora durante la quale aumenta la temperatura. Sia per lo stato iniziale del gas che per quello finale vale la legge dei gas perfetti. Impostando il sistema risolviamo l'esercizio.

Svolgimento La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema, nel quale, essendo una trasformazione isocora, non facciamo differenza tra volume iniziale e finale:

$$\begin{cases} P_f V = NKT_f \\ P_i V = NKT_i \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione dividendo le due equazioni del sistema:

$$\frac{P_f V}{P_i V} = \frac{NKT_f}{NKT_i}$$

da cui, semplificando, si ottiene

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

ed infine

$$P_f = \frac{P_i T_f}{T_i} = \frac{25000\,Pa \cdot 450\,K}{380\,K} = 29605\,Pa$$

Problema di: Termodinamica - $T0008$

Testo *[T0008]* Durante una trasformazione isoterma, un gas alla pressione iniziale $P_i = 25000\,Pa$ passa da un volume $V_i = 10\,cm^3$ ad un volume $V_f = 20\,cm^3$; quale pressione P_f ha raggiunto?

Spiegazione Abbiamo un gas che compie una trasformazione isoterma durante la quale aumenta il volume. Sia per lo stato iniziale del gas che per quello finale vale la legge dei gas perfetti. Impostando il sistema risolviamo l'esercizio.

Svolgimento La legge dei gas perfetti mi descrive lo stato del gas in un certo istante, per cui la posso applicare sia nel momento iniziale della trasformazione che in quello finale. Se lo faccio ottengo il seguente sistema, nel quale, essendo una trasformazione isoterma, non facciamo differenza tra temperatura iniziale e finale:

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT \\ P_i V_i = NKT \end{cases}$$

Per risolvere questo sistema il modo più comodo è sicuramente quello di scrivere una terza equazione con il metodo di sostituzione:

$$P_f V_f = P_i V_i$$

da cui, semplificando, si ottiene

$$P_f = \frac{P_i V_i}{V_f} = \frac{25000\,Pa \cdot 10\,cm^3}{20\,cm^3} = 12500\,Pa$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Termodinamica - $T0009ban$ **- Autore: Andrea de Capoa**

Testo *[T0009ban]* Esercizi *banali*:

1. Quanto lavoro fa un gas a pressione $P = 5000\,Pa$ in una espansione isobara passando da un volume $V_i = 50\,m^3$ ad un volume $V_f = 66\,m^3$?
   [$L = 80\,kJ$]

2. Una macchina termica funziona seguendo un ciclo di Carnot tra una temperatura $T_1 = 500°K$ ed una inferiore $T_2 = 300°K$. Quanto vale il rendimento della macchina?
   [$\eta = 20\%$]

3. Un gas, espandendosi, produce un lavoro $\delta L = 500\,J$ assorbendo contemporaneamenre una quantitá di calore $\delta Q = 300\,J$. Di quanto é variata la sua energia interna?
   [$\Delta U = -200\,J$]

Spiegazione In questo esercizio ho raccolto tutte quelle domande *banali* che possono essere fatte su questo argomento. Per *banale* si intende un problema nel quale la domanda consiste semplicemente nel fornire dei dati da inserire in una formula. Non è quindi richiesta alcuna particolare capacità di ragionamento, ne particolari doti matematiche. Questo esercizio serve unicamente ad aquisire dimestichezza con l'esecuzione dei conti numerici con le unità di misura.

Svolgimento

1. La formula per il lavoro di una trasformazione isobara è

$$\delta L = P \cdot \Delta V = 5000\,Pa \cdot 16\,m^3 = 80000\,J$$

2. La formula del rendimento del ciclo di Carnot è

$$\eta = 1 - \frac{T_{bassa}}{T_{alta}} = 1 - \frac{300\,K}{500\,K} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$$

3. in una trasformazione termodinamica, la variazione di energia interna dipende dal calore che entra e dal lavoro che esce.

$$\Delta U = \delta Q - \delta L = -200\,J$$

La temperatura del gas è quindi diminuita.

Problema di: Termodinamica - $T0010$

Testo *[T0010]* Un ciclo di Carnot assorbe $\delta Q_{ass} = 1000\,J$ alla temperatura $T_1 = 1000\,K$ e cede calore alla temperatura $T_2 = 400\,K$. Quanto lavoro viene prodotto?

Spiegazione Un ciclo termodinamico assorbe calore per trasformarne una parte in lavoro. In un ciclo di Carnot il rendimento del ciclo, cioè la percentuale di calore trasformata in lavoro, dipende unicamente dalle temperature a cui viene scambiato il calore.

Svolgimento Il rendimento del ciclo di Carnot è:

$$\eta = 1 - \frac{T_{bassa}}{T_{alta}} = 1 - \frac{4}{10} = \frac{6}{10} = 0,6 = 60\%$$

Il lavoro prodotto sarà quindi

$$\delta L = \eta \delta Q_{ass} = 0,6 \cdot 1000\,J = 600\,J$$

Problema di: Termodinamica - $T0011$

Testo *[T0011]* Un gas subisce una trasformazione termodinamica. Le variabili coinvolte in tale trasformazione sono sei: la variazione di pressione, la variazione di volume, la variazione di temperatura, la variazione di energia interna, il lavoro scambiato, il calore scambiato. Sapendo se sono positive, negative o nulle due di queste, trova se sono positive, negative o nulle tutte le altre. le varie coppie di informazioni da cui devi partire sono elencate qui sotto.

1. Riscaldamento isobaro
2. Riscaldamento isocoro
3. Riscaldamento adiabatico

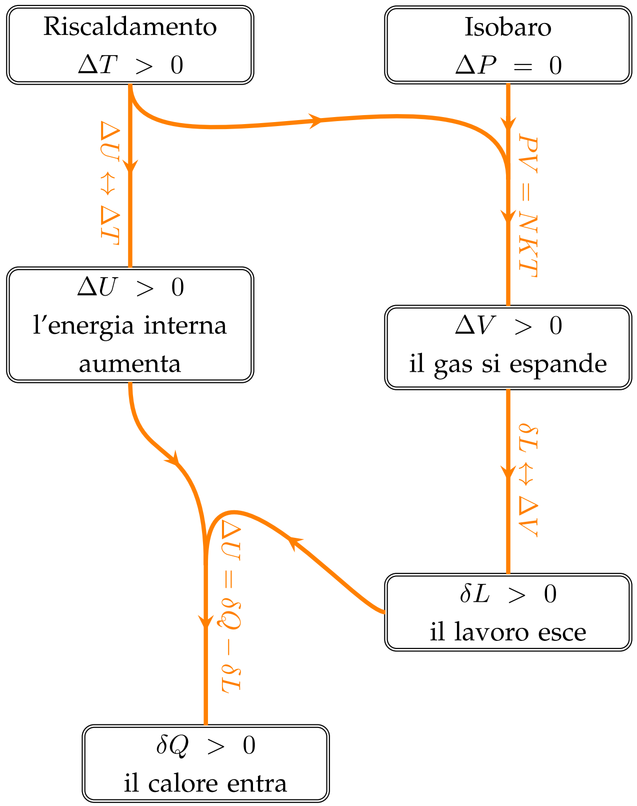
Spiegazione In questo esercizio ci vengono fornite due informazioni sull'andamento di due variabili del gas durante una trasformazione; dobbiamo dedurre l'andamento di tutte le altre variabili. Per fare questo utilizziamo soltanto quattro informazioni:

1. La legge dei gas perfetti: $PV = NKT$
2. Il primo principio della termodinamica $\Delta U = \delta Q - \delta L$
3. La legge che lega energia interna e temperatura: esse sono infatti direttamente proporzionale $\Delta U \leftrightarrow \Delta T$
4. Il concetto per cui un gas si espande se e solo se compie lavoro verso l'esterno $\delta L \leftrightarrow \Delta V$

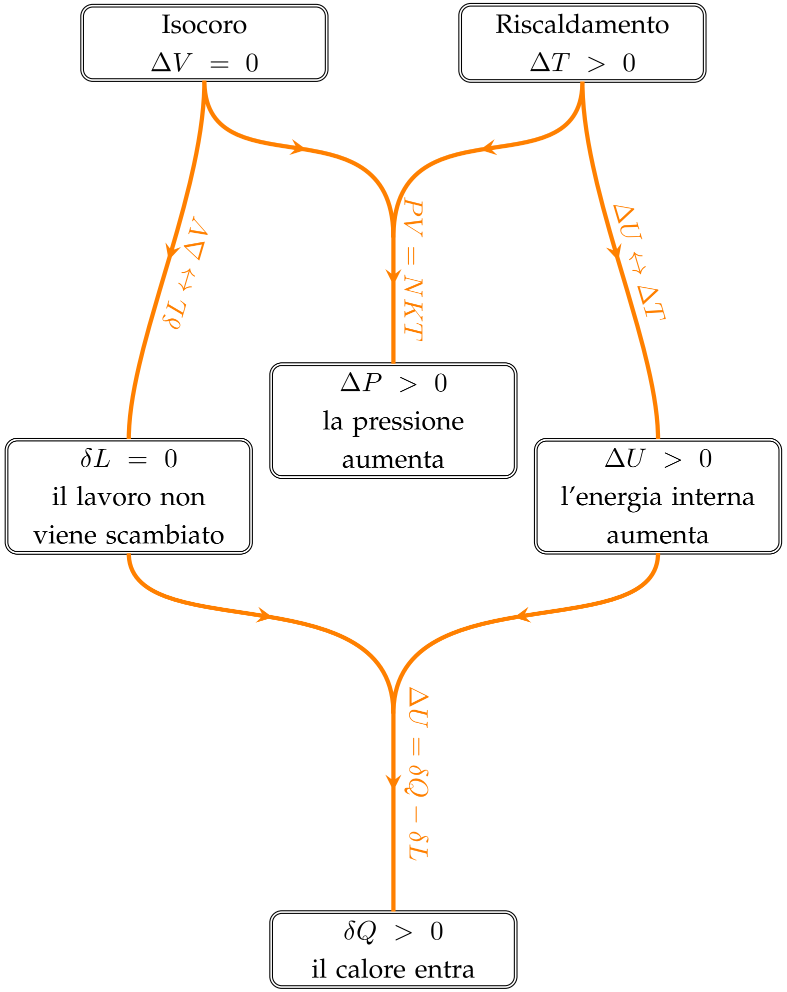
La soluzione dell'esercizio la presentiamo sotto forma di schema.

Svolgimento

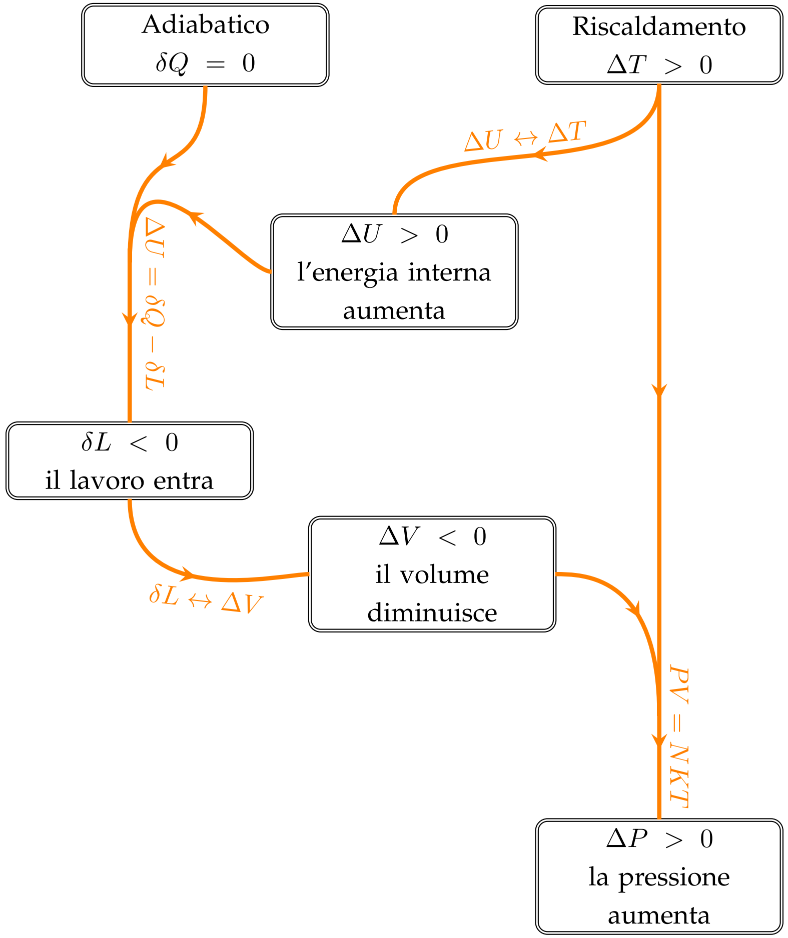
Riscaldamento isobaro



Riscaldamento isocoro



Riscaldamento adiabatico



Problema di: Termodinamica - $T0012$

Testo *[T0012]* Un gas subisce una trasformazione termodinamica. Le variabili coinvolte in tale trasformazione sono sei: la variazione di pressione, la variazione di volume, la variazione di temperatura, la variazione di energia interna, il lavoro scambiato, il calore scambiato. Sapendo se sono positive, negative o nulle due di queste, trova se sono positive, negative o nulle tutte le altre. le varie coppie di informazioni da cui devi partire sono elencate qui sotto.

1. Espansione isobara
2. Espansione isoterma
3. Espansione adiabatica

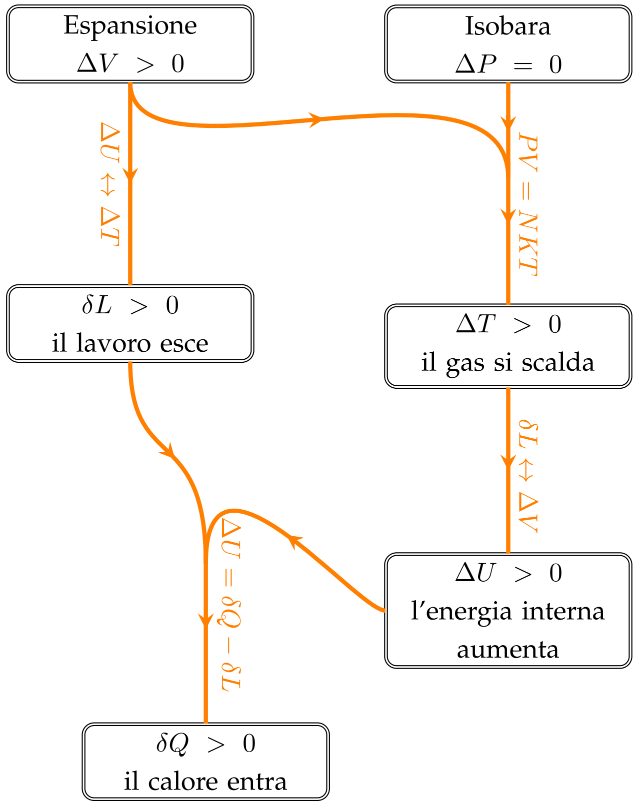
Spiegazione In questo esercizio ci vengono fornite due informazioni sull'andamento di due variabili del gas durante una trasformazione; dobbiamo dedurre l'andamento di tutte le altre variabili. Per fare questo utilizziamo soltanto quattro informazioni:

1. La legge dei gas perfetti: $PV = NKT$
2. Il primo principio della termodinamica $\Delta U = \delta Q - \delta L$
3. La legge che lega energia interna e temperatura: esse sono infatti direttamente proporzionale $\Delta U \leftrightarrow \Delta T$
4. Il concetto per cui un gas si espande se e solo se compie lavoro verso l'esterno $\delta L \leftrightarrow \Delta V$

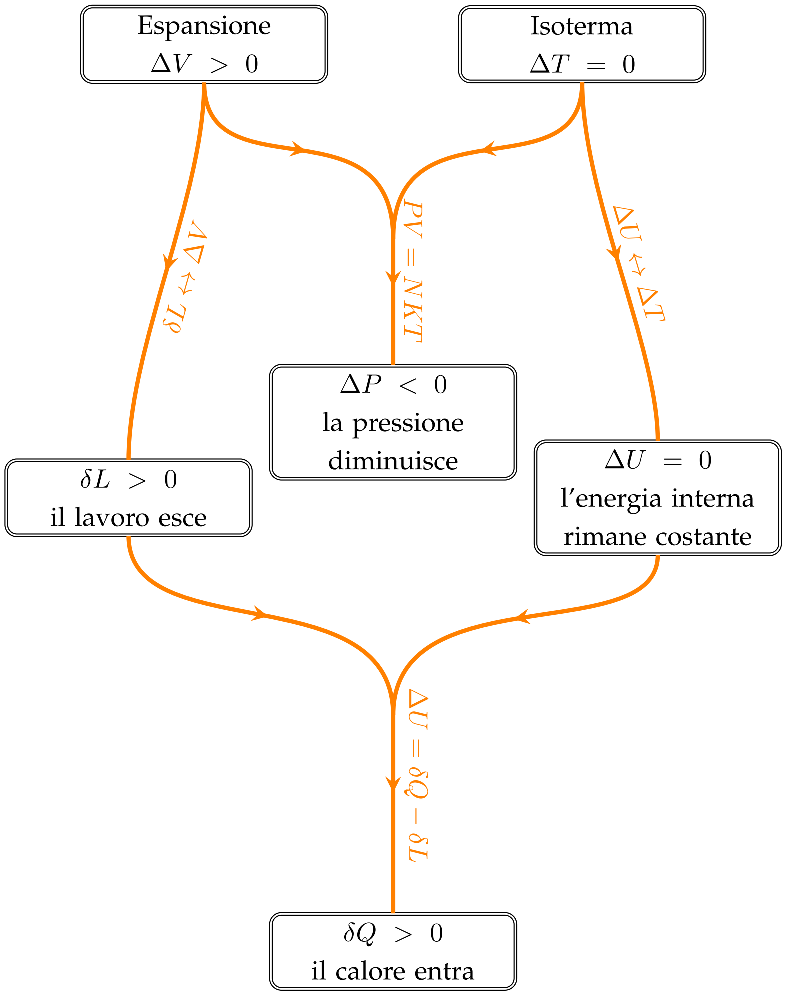
La soluzione dell'esercizio la presentiamo sotto forma di schema.

Svolgimento

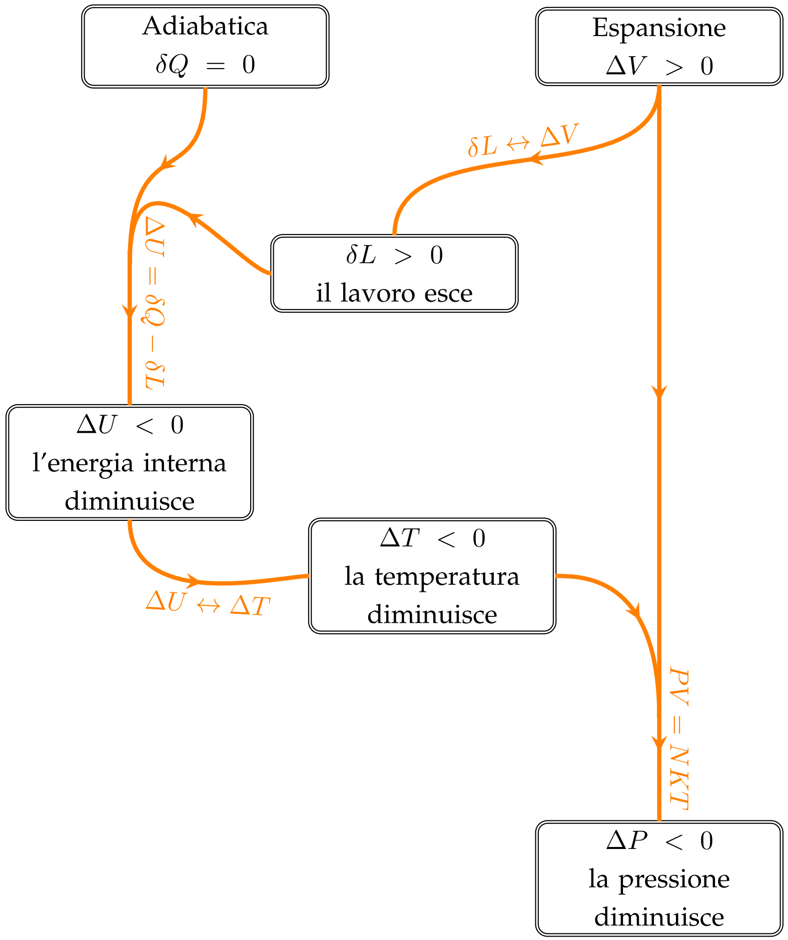
Espansione isobara



Espansione isoterma



Espansione adiabatica



Problema di: Termodinamica - $T0013$

Testo *[T0013]*

1. In quanti e quali modi un gas può scambiare energia con il mondo esterno?
2. Cos'è una trasformazione ciclica?
3. Cosa succede, dal punto di vista energetico, durante una trasformazione ciclica?
4. Perchè la società umana ha bisogno delle trasformazioni cicliche?
5. Cosa posso dire sul valore del rendimento di una trasformazione ciclica?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare

Svolgimento

1. Un gas può scambiare energia in due modi: tramite il calore e il lavoro.
2. Una trasformazione ciclica è una trasformazione in cui il gas parte da un certo stato iniziale per ritornare alla fine nello stesso stato iniziale.
3. Durante una trasformazione ciclica il gas assorbe calore da un luogo ad alta temperatura; una parte la trasforma in lavoro ed il restante lo cede in un luogo a bassa temperatura.
4. La società umana ha bisogno di energia sotto forma di lavoro; purtroppo le fonti energetiche disponibili ci forniscono calore, e quindi serve qualcosa che trasformi parte di quel calore in lavoro.
5. Il rendimento di un ciclo termodinamico è sempre $\eta < 1$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Termodinamica - $T0014$

Testo *[T0014]* Domande di teoria

1. In quanti e quali modi un gas può scambiare energia con l'esterno?
2. A cosa serve una trasformazione ciclica?
3. Perchè la società umana ne ha bisogno?
4. Elenca le strategie utili a risolvere i problemi energetici dell'umanità.
5. Quali variabili descrivono lo stato fisico di un gas? Quale formula le lega tra loro?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare.

Svolgimento

1. Un gas può scambiare energia in due modi: tramite il calore e il lavoro.
2. Una trasformazione ciclica è una trasformazione in cui il gas parte da un certo stato iniziale per ritornare alla fine nello stesso stato iniziale. Serve per trasformare una parte del calore assorbito in lavoro.
3. La società umana funziona consumando energia di tipo *lavoro*, mentre le principali fonti energetiche forniscono invece energia di tipo *calore*. Abbiamo bisogno dei cicli termodinamici per convertire iol calore in lavoro.
4. I problemi energetici dell'umanità sono legati al consumo di energia prodotta tramite l'utilizzo di combustibili fossili e uranio. Quello che possiamo fare è: non consumare energia inutilmente; produrre energia utilizzando fonti rinnovabili; utilizzare tecnologie con rendimenti energetici maggiori.
5. Le variabili sono: Pressione, Volume, Temperatura, Numero di molecole, Energia interna. La legge dei gas perfetti

$$P \cdot V = N \cdot K \cdot T$$

lega tra loro tali variabili. K è la costante di Boltzmann. La temperatura, che indica l'energia cinetica media delle molecole, è poi direttamente lagata all'energia interna del gas che è l'energia cinetica totale delle molecole del gas.

Problema di: Termodinamica - $T0015$

Testo *[T0015]* Domande di teoria

1. Se scaldo una pentola chiusa con un coperchio, che tipo di trasformazione sta facendo il gas all'interno? Perchè?
2. Un subacqueo si immerge in apnea scendendo di $\Delta h = -30\,m$. Che tipo di trasformazione fa l'aria nei suoi polmoni? Percè?
3. Un ciclo termodinamico assorbe una quantità di calore $\Delta Q_{ass} = 500\,J$ ad alta temperatura, e produce lavoro con un rendimento $\eta = 20\,\%$. Quanto lavoro ha prodotto? Quanto calore cede a bassa temperatura?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare.

Svolgimento

1. In gas fa una trasformazione isocora perchè il volume del contenitore non cambia.
2. Il gas fa una trasformazione isoterma perchè il gas nei polmoni dell'apneista, essendo sempre a contatto con il suo corpo, è sempre alla temperatura di circa $37\,°C$.
3. Il lavoro prodotto è
$$\delta L = \eta \cdot \delta Q_{ass} = 100\,J$$
Il calore ceduto a bassa temperatura è
$$\delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L_{fatto} = 400\,J$$

Problema di: Termodinamica - $T0016$

Testo *[T0016]* Domande di teoria

1. Una nebulosa nello spazio si comprime a causa della forza di gravità. Che tipo di trasformazione termodinamica fa? Perché?
2. Un frigorifero raffredda l'aria al suo interno. Che tipo di trasformazione termodinamica subisce tale aria? Perché?
3. Un ciclo termodinamico assorbe una quantità di calore $\Delta Q_{ass} = 500\,J$ ad alta temperatura, e produce $\Delta L = 200\,J$ di lavoro. Quanto vale il rendimento del ciclo? Quanto calore viene ceduto a bassa temperatura?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare.

Svolgimento

1. In gas fa una trasformazione adiabatica perchè il gas non ha nessuno intorno con cui possa scambiare calore.
2. Il gas fa una trasformazione isocora perchè il frigorifero non cambia il suo volume.
3. Il rendimento del ciclo è

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = 0,4 = 40\%$$

Il calore ceduto a bassa temperatura è

$$\delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L_{fatto} = 300\,J$$

Problema di: Termodinamica - $T0017$

Testo *[T0017]* Domande di teoria

1. Del gas compresso esce *molto velocemente* da una bomboletta e si espande. Che tipo di trasformazione termodinamica subisce tale gas? Perché?
2. Del gas viene compresso *molto lentamente* dentro una bomboletta. Che tipo di trasformazione termodinamica subisce tale gas? Perché?
3. Un ciclo termodinamico cede una quantità di calore $\Delta Q_{ced} = 500\,J$ a bassa temperatura, e produce $\Delta L = 200\,J$ di lavoro. Quanto vale il rendimento del ciclo? Quanto calore viene assorbito ad alta temperatura?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare.

Svolgimento

1. In gas fa una trasformazione adiabatica perchè la trasformazione è tanto rapida da non dare tempo al gas di scambiare calore con l'esterno.
2. Il gas fa una trasformazione isoterma perchè la trasformazione è tanto lenta da permettere al gas di mantenere l'equilibrio termico con l'esterno.
3. Il calore assorbito ad alta temperatura è

$$\delta Q_{ass} = \delta Q_{ced} + \delta L_{fatto} = 700\,J$$

Il rendimento del ciclo è

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = \frac{2}{7} = 28,6\%$$

Problema di: Termodinamica - $T0018$

Testo [T0018] Un ciclo termodinamico assorbe calore δQ_{ass} ad alta temperatura, cede calore δQ_{ced} a bassa temperatura, e cede lavoro δL. Il tutto è fatto con un certo rendimento η. Esegui i seguenti esercizi:

1. Sapendo che $\delta Q_{ass} = 5000\, J$ e che $\eta = 0,2$, quanto valgono δL e δQ_{ced}?
2. Sapendo che $\delta L = 4000\, J$ e che $\delta Q_{ced} = 6000\, J$, quanto valgono δQ_{ass} ed η?
3. Sapendo che $\delta Q_{ced} = 8000\, J$ e che $\eta = 0,2$, quanto valgono δQ_{ass} e δL?

Spiegazione Un ciclo termodinamico serve a trasformare del calore in lavoro. soltanto due formule descrivono questo processo:

$$\delta Q_{ass} = \delta Q_{ced} + \delta L \qquad \eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}}$$

In tutte le domande del testo vengono forniti due dati; di conseguenza con le due equazioni a disposizione possiamo trovare gli altri due.

Svolgimento

1. $\delta L = \eta \delta Q_{ass} = 0,2 \cdot 5000\, J = 1000\, J$ $\qquad \delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L = 4000\, J$
2. $\delta Q_{ass} = \delta Q_{ced} + \delta L = 10000\, J$ $\qquad \eta = \frac{\delta L}{\delta Q_{ass}} = 0,4 = 40\%$
3. $\delta Q_{ass} = \frac{\delta Q_{ced}}{1-\eta} = 10000\, J$ $\qquad \delta L = \eta \delta Q_{ass} = 2000\, J$

Problema di: Termodinamica - $T0019$

Testo [T0019] Quant'è la minima quantità di lavoro che bisogna utilizzare, con un ciclo di Carnot, per sottrarre $\delta Q_{ass} = 180\, J$ da un gas alla temperatura $T_b = -3°C$ in un ambiente alla temperatura $T_a = 27°C$.

Spiegazione Per sottrarre calore da un gas e portarlo in un luogo a temperatura superiore, bisogna utilizzare un ciclo frigorifero. Il testo del problema suggerisce di utilizzare un ciclo frigorifero di Carnot.

Svolgimento Il rendimento del Ciclo di Carnot è

$$\eta_c = 1 - \frac{T_b}{T_a} = 1 - \frac{270}{300} = 0,1$$

Dalla definizione di ciclo termodinamico abbiamo

$$\begin{cases} \delta L = \delta Q_{Ta} \cdot \eta_c \\ \delta Q_{Tb} = \delta Q_{Ta} - \delta L \end{cases}$$

Svolgendo i conti abbiamo:

$$\begin{cases} \delta Q_{Ta} = \frac{\delta L}{\eta_c} \\ \delta Q_{Tb} = \frac{\delta L}{\eta_c} - \delta L \end{cases}$$

e quindi

$$\delta Q_{Tb} = \delta L \cdot \left(\frac{1}{\eta_c} - 1 \right)$$

$$\delta L = \delta Q_{Tb} \cdot \frac{\eta_c}{1 - \eta_c} = 10\, J \cdot \frac{0,1}{0,9} = 20\, J$$

Problema di: Termodinamica - $T0020$

Testo *[T0020]* Una massa $m = 560\,g$ di azoto gassoso ($PM = 28\,\frac{g}{mole}$) si trova alla temperatura iniziale $T_i = 270\,K$. Essa è contenuta in un cilindro metallico di sezione $S = 1000\,cm^2$ e di altezza $h = 1\,m$. A quale pressione si trova il gas? Se la temperatura aumenta di $\Delta T = 30\,°C$, a quale pressione arriva il gas?

Spiegazione Con i dati a disposizione è possibile calcolarsi quante molecole ci sono nel gas e di conseguenza il valore di pressione a cui si trova. Visto che il contenitore è di metallo, e che l'aumento di temperatura del contenitore lo fa dilatare in modo trascurabile ai fini dello stato del gas, possiamo affermare che il gas compie una trasformazione isocora.

Svolgimento Cominciamo a calcolarci quante molecole di azoto ci sono nel gas.

$$N = \frac{m}{PM} \cdot N_A = \frac{560\,g}{28\,\frac{g}{mole}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} mole^{-1} = 1,2044 \cdot 10^{25}$$

La suoerficie di base del cilindro è

$$S = 1000\,cm^2 = 0,1\,m^2$$

La pressione a cui si trova il gas è quindi

$$P = \frac{NKT}{V} = \frac{NKT}{V} = \frac{NKT}{Sh}$$

$$P = \frac{1,2044 \cdot 10^{25} \cdot 1,381 \cdot 10^{-23}\,\frac{J}{K} \cdot 270\,K}{0,1\,m^2 \cdot 1\,m} = 4491\,hPa$$

Vediamo adesso di quanto aumenta la pressione durante la trasformazione isocora. Noi sappiamo che la legge dei gas vale sia nell'istante iniziale che nell'istante finale della trasformazione, quindi

$$\begin{cases} P_i \cdot V = N \cdot K \cdot T_i \\ P_f \cdot V = N \cdot K \cdot T_f \end{cases}$$

nel quale ho indicato con V il volume sempre uguale in tutti gli istanti della trasformazione. Ricavando V nella prima equazione e sostituendolo nella seconda avremo

$$\begin{cases} V = \frac{N \cdot K \cdot T_i}{P_i} \\ P_f \cdot \frac{N \cdot K \cdot T_i}{P_i} = N \cdot K \cdot T_f \end{cases}$$

Da cui si ricava, semplificando $N \cdot K$

$$P_f = \frac{P_i \cdot T_f}{T_i}$$

$$P_f = \frac{4491\,hPa \cdot 300\,K}{270\,K} = 4990\,hPa$$

Problema di: Termodinamica - $T0021$

Testo *[T0021]* Un contenitore è separato da una sottile paratia in due volumi uguali nei quali sono contenuti due gas, rispettivamente alla pressione $P_{i_A} = 1,5 \cdot 10^5\,Pa$ e $P_{i_B} = 3,3 \cdot 10^5\,Pa$. Assumendo che il contenitore sia mantenuto a temperatura costante e che i due gas siano in quilibrio termico con il contenitore, quale pressione si avrà all'interno del contenitore dopo la rimozione della paratia di separazione?

Spiegazione Nell'esercizio in questione abbiamo due gas inizialmente separati che successivamente si mescolano tra loro. Rimossa la paratia di separazione, ognuno dei due gas occuperà tutto lo spazio a disposizione. Essendo il contenitore a temperatura costante, la trasformazione termodinamica che avviene è un'isoterma. Per la legge di Dalton, la pressione complessiva sul contenitore è la somma delle pressioni parziali dei due gas.

Svolgimento Per una trasformazione isoterma noi possiamo scrivere

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT \\ P_i V_i = NKT \end{cases}$$

Per trasformazioni quasistatiche come quelle ideali che consideriamo, la legge dei gas perfetti vale infatti in ogni istante della trasformazione, e quindi vale sia nell'istante iniziale che nell'istante finale della trasformazione. Trattandosi di una trasformazione isoterma non si è fatta distinzione tra la temperatura iniziale e quella finale, per cui $T_i = T_f = T$

Dal sistema si ricava

$$P_f V_f = P_i V_i$$

$$P_f = \frac{P_i V_i}{V_f}$$

Tale formula è applicabile ad entrambi i gas dell'esercizio, che per comodità indicheremo con A e B.

Per la legge di Dalton

$$P_f = P_{f_A} + P_{f_B} = \frac{P_{i_A} V_{i_A}}{V_{f_A}} + \frac{P_{i_B} V_{i_B}}{V_{f_B}}$$

Dai dati dell'esercizio sappiamo che il contenitore era inizialmente diviso a metà, per cui

$$\frac{V_{i_A}}{V_{f_A}} = \frac{V_{i_B}}{V_{f_B}} = \frac{1}{2}$$

Quindi

$$P_f = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 10^5\,Pa + \frac{1}{2} \cdot 3,3 \cdot 10^5\,Pa = 2,4 \cdot 10^5\,Pa$$

Autore: Andrea de Capoa e Boero Errica 11 Ott 2016

Problema di: Termodinamica - $T0022$

Testo *[T0022]* Un contenitore è separato da una sottile paratia in due volumi uguali nei quali sono contenuti due gas, rispettivamente ossigeno O_2 alla pressione $P_{i_A} = 1,4 \cdot 10^5\, Pa$ e idrogeno H_2 alla pressione $P_{i_B} = 2,8 \cdot 10^5\, Pa$. Assumendo che il contenitore sia mantenuto alla temperatura costante $T = 200\,°C$ e che i due gas siano in quilibrio termico con il contenitore, quale pressione si avrà all'interno del contenitore dopo la rimosione della paratia di separazione? Quale pressione si avrà poi dopo che un dispositivo elettrico fa scoccare una scintilla attraverso la miscela di idrogeno e ossigeno?

Spiegazione Nella prima parte dell'esercizio in questione abbiamo due gas inizialmente separati che successivamente si mescolano tra loro. Rimossa la paratia di separazione, ognuno dei due gas occuperà tutto lo spazio a disposizione. Essendo il contenitore a temperatura costante, la trasformazione termodinamica che avviene è un'isoterma. Per la legge di Dalton, la pressione complessiva sul contenitore è la somma delle pressioni parziali dei due gas.

Nella seconda parte dell'esercizio, la scintilla farà reagire insieme l'idrogeno e l'ossigeno cambiano il numero di molecole presenti nel contenitore, mantenendo costanti il volume del contenitore e la sua temperatura. Il testo dell'esercizio afferma infatti che il contenitore è mantenuto a temperatura costante, quindi il calore prodotto dalla reazione viene assorbito dal contenitore e poi disperso verso l'esterno dalla macchina che mantiene costante la temperatura del contenitore.

Svolgimento Per una trasformazione isoterma di un generico gas composto da un numero N di molecola alla temperatura costante T, possiamo scrivere

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT \\ P_i V_i = NKT \end{cases}$$

Per trasformazioni quasistatiche come quelle ideali che consideriamo, la legge dei gas perfetti vale infatti in ogni istante della trasformazione, e quindi vale sia nell'istante iniziale che nell'istante finale della trasformazione. Trattandosi di una trasformazione isoterma non si è fatta distinzione tra la temperatura iniziale e quella finale, per cui $T_i = T_f = T$

Dal sistema si ricava

$$P_f V_f = P_i V_i$$

$$P_f = \frac{P_i V_i}{V_f}$$

Tale formula è applicabile ad entrambi i gas dell'esercizio, che per comodità indicheremo con A e B.

Per la legge di Dalton

$$P_f = P_{f_{O_2}} + P_{f_{H_2}} = \frac{P_{i_{O_2}} V_{i_{O_2}}}{V_{f_{O_2}}} + \frac{P_{i_{H_2}} V_{i_{H_2}}}{V_{f_{H_2}}}$$

Dai dati dell'esercizio sappiamo che il contenitore era inizialmente diviso a metà, per cui

$$\frac{V_{i_{O_2}}}{V_{f_{O_2}}} = \frac{V_{i_{H_2}}}{V_{f_{H_2}}} = \frac{1}{2}$$

Quindi

$$P_f = \frac{1}{2} \cdot 1,4 \cdot 10^5\, Pa + \frac{1}{2} \cdot 2,8 \cdot 10^5\, Pa = 2,1 \cdot 10^5\, Pa$$

Se osserviamo asesso i valori iniziali di volume, pressione, temperatura e numero di molecole dei due gas, avremo che $V_{i_{O_2}} = V_{i_{H_2}} = V_i$, $T_{i_{O_2}} = T_{i_{H_2}} = T$

$$\begin{cases} P_{i_{O_2}} V_i = N_{i_{O_2}} KT \\ P_{i_{H_2}} V_i = N_{i_{H_2}} KT \end{cases}$$

da cui

$$P_{i_{O_2}} V_{i_{O_2}} = P_{i_{H_2}} V_{i_{H_2}}$$

$$\frac{N_{i_{O_2}}}{N_{i_{H_2}}} = \frac{P_{i_{O_2}}}{P_{i_{H_2}}} = \frac{1}{2}$$

Questo significa che idrogeno ed ossigeno sono nelle esatte proporzioni per reagire in modo tale che utte le molecole di idrogeno si combinano con tutte le molecole di ossigeno a formare molecole di acqua. Essendo il contenitore alla temperature $T = 200°C$, l'acqua prodotta dalla reazione rimane allo stato gassoso. Il numero di molecole presente nel contenitore cambia, in quanto ogni tre molecole di reagenti se ne producono due di prodotti della reazione. Questo ci permette di scrivere

$$\frac{N_{H_2O}}{N_{H_2+O_2}} = \frac{2}{3}$$

Indichiamo con $P_{i2} = P_f$ il valore di pressione che ha il gas prima della reazione chimica, e P_{f2} il valore di pressione dopo che è avvenuta la reazione chimica.

Dopo la reazione chimica, raggiunto l'equilibrio termico con il contenitore, potremo scrivere

$$\begin{cases} P_{f2}V = N_{f2}KT \\ P_{i2}V = N_{i2}KT \end{cases}$$

da cui si ricava

$$\frac{P_{f2}}{P_{i2}} = \frac{N_{H_2O}}{N_{H_2+O_2}}$$

$$P_{f2} = P_{i2}\frac{N_{H_2O}}{N_{H_2+O_2}} = 2,1 \cdot 10^5\,Pa \cdot \frac{2}{3} = 1,4 \cdot 10^5\,Pa$$

Problema di: Termodinamica - $T0023$

Testo *[T0023]* Un gas monoatomico ($\gamma = \frac{5}{3}$) fa una trasformazione dallo stato

$$\{T_A = 300\,K;\ P_A = 100000\,Pa;\ V_A = 3\,m^3\}$$

; allo stato

$$\{T_B = 400\,K;\ P_B = 200000\,Pa;\ V_B = 2\,m^3\}$$

Calcolate la variazione di entropia.

Spiegazione Il problema chiede la variazione di entropia del gas tra due stati. Dal momento che l'entropia è una variabile di stato, la sua variazione dipende unicamente dagli stati finale ed iniziale e non dalle trasformazioni avvenute. Possiamo quindi sceglierci le trasformazioni che con maggiore facilità ci permettono di calcolare la variazione di entropia.

Svolgimento Consideriamo una trasformazione adiabatica che porti il gas da uno stato A ad uno stato C ed in particolare dalla temperatura T_A alla temperatura $T_C = T_B$. Per tale trasformazione la variazione di entropia è nulla in quanto non avviene scambio di calore.

Consideriamo poi una trasformazione isoterma che porti dallo stato C allo stato B. La corrispondente variazione di entropia è

$$\Delta S = \frac{\delta Q}{T}$$

Per la serie delle due trasformazioni vale:

$$\begin{cases} \frac{P_A}{P_C} = \left(\frac{V_C}{V_A}\right)^\gamma \\ \frac{P_C}{P_B} = \frac{V_B}{V_C} \end{cases}$$

e quindi

$$\begin{cases} \frac{P_A \cdot V_C}{V_B \cdot P_B} = \frac{V_C^\gamma}{V_A^\gamma} \\ P_C = \frac{V_B \cdot P_B}{V_C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{P_A \cdot V_A^\gamma}{V_B \cdot P_B} = V_C^{\gamma-1} \\ P_C = \dfrac{V_B \cdot P_B}{V_C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\dfrac{P_A \cdot V_A^\gamma}{V_B \cdot P_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = V_C \\ P_C = \dfrac{V_B \cdot P_B}{V_C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\dfrac{P_B^{\gamma-1} \cdot V_A^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot V_B^{\gamma-1}}{\cdot P_A^{\gamma-1}}\right) = V_C \\ P_C = \dfrac{V_B \cdot P_B}{V_C} \end{cases}$$

Esercizio ancora da svolgere... mi scuso per l'attesa.

Problema di: Termodinamica - $T0024$

Testo *[T0024]* In un contenitore termicamente isolato sono presenti una massa $m_g = 500\,g$ di ghiaccio alla temperatura $T_{ig} = 0°C$ ed una massa $m_v = 600\,g$ di vapore acqueo alla temperatura $T_{i_v} = 100°C$. Calcola la temperatura di equilibrio del sistema e quanto vapore rimane.

Spiegazione In natura il calore si sposta dagli oggetti più caldi verso gli oggetti più freddi. Il vapore fonde il ghiaccio cedendogli calore; il vapore, cedendo calore, si condensa.

Svolgimento La quantità di calore che serve per fondere il ghiaccio è

$$\Delta Q_{fus} = Q_{lat_{fus}} \cdot m = 335\,\frac{kJ}{kg} \cdot 0,5\,kg = 167500\,J$$

Per poi portare il liquido alla temperatura di fusione serve

$$\Delta Q_{_{0\rightarrow 100}} = c_s m \Delta T = 4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 0,5\,kg \cdot 100\,K = 209300\,J$$

Il calore totale sottratto al vapore è quindi

$$\Delta Q = \Delta Q_{fus} + \Delta Q_{_{0\rightarrow 100}} = 376800\,J$$

Sottraendo questa quantità di calore al vapore, la quantità di vapore che riesco a far condensare è

$$m_{cond} = \frac{\Delta Q}{Q_{lat_e b}} = \frac{376,8\,kJ}{2272\,\frac{kJ}{kg}} = 0,166\,kg$$

Rimane quindi una massa di vapore pari a

$$m = m_v - m_{cond} = 434\,g$$

Problema di: Termodinamica - $T0025$

Testo *[T0025]* Rispondi alle seguenti domande:

1. In quale direzione si muove naturalmente il calore? In che modo possiamo invertire tale direzione?
2. Indica quali relazioni valgono, tra le variabili energetiche dei gas, durante le trasformazioni: espansione adiabatica, riscaldamento isocoro e compressione isoterma. Scrivile ed enunciane il significato.
3. Perchè un gas ideale esercita sempre una certa pressione sulle pareti del contenitore che lo racchiude?
4. Lo pneumatico di un'automobile, una volta gonfiato fino ad un certo livello, non aumenta più il suo volume. Perchè immettendo altra aria al suo interno aumenta la pressione?

Spiegazione Queste sono domande di teoria sul fenomeno della riflessione. Vanno semplicemente studiate!

Svolgimento

1. Il calore in natura si muove spontaneamente dai corpi più caldi verso quelli più freddi. Il processo può avvenire al contrario con un ciclo frigorifero grazie al fatto che introduciamo nel sistema una certa quantità di lavoro.
2. (a) Espansioe adiabatica: $\Delta U = -\delta L$; il lavoro fatto viene preso dall'energia interna dal gas
   (b) Riscaldamento isocoro: $\Delta U = \delta Q$; il calore fornito al gas viene utilizzato per aumentare l'energia interna del gas
   (c) Compressione isoterma: $\delta Q = \delta L$; il lavoro ricevuto dal gas viene immediatamente ridato al mondo esterno sotto forma di calore
3. Le molecole del gas, urtando contro le pareti del contenitore, esercitano su di esso una forza proporzionale al numero di urti che avvengono contro tali pareti ogni secondo.
4. Nella situazione indicata abbiamo una trasformazione a volume e temperatura costanti. Data la legge dei gas perfetti

$$P \cdot V = N \cdot K \cdot T$$

   le uniche variabili che possono cambiare valore sono P e N. La pressione dello pneumatico aumenta in quanto il numero di molecole presenti all'interno aumenta.

Autore: Andrea de Capoa 20 Feb 2017

Problema di: Calorimetria - Termodinamica $QT0001$

Testo *[QT0001]* In un contenitore di ferro chiuso ermeticamente, di massa $m_{Fe} = 1\,kg$, ci sono $m_{aria} = 3\,kg$ di aria. Se la temperatura iniziale del ferro è $T_{i-Fe} = 10\,°C$, e quella dell'aria è $T_{i-aria} = 30\,°C$, di quanto diminuirà la pressione nel contenitore una volta raggiunto l'equilibrio termico? Il calore specifico dell'aria a volume costante è $c_s = 0,72\,\frac{J}{kgK}$. [Per rispondere devi calcolare la quantità $x = \frac{P_f}{P_i}$ che ti dice, in percentuale, di quanto la pressione finale è differente da quella iniziale.]

Spiegazione I due corpi a contatto raggiungono una temperatura di equilibrio. in questo caso il gas scalda il contenitore, e per questo motivo il gas si raffredda. calcolandosi la temperatura di equilibrio, Conosco le due temperature, iniziale e finale, del gas. Visto che il gas è chiuso in un contenitore di ferro, allora fa una trasformazione isocora; sapendolo posso arrivare a dare la risposta al problema.

Svolgimento La temperatura di equilibrio raggiunta è

$$T_{eq} = \frac{c_{s-aria} m_{aria} T_{i-aria} + c_{s-Fe} m_{Fe} T_{i-Fe}}{m_{aria} + m_{Fe}}$$

$$T_{eq} = \frac{0,72\,\frac{J}{kg°C} \cdot 3\,kg \cdot 30\,°C + 440\,\frac{J}{kg°C} \cdot 1\,kg \cdot 10\,°C}{0,72\,\frac{J}{kg°C} \cdot 3\,kg + 440\,\frac{J}{kg°C} \cdot 1\,kg}$$

$$T_{eq} = \frac{4464,8\,J}{442,16\,\frac{J}{°C}} = 10,1\,°C$$

Visto che il gas fa una trasformazione isocora indicheremo con la stessa lettera V sia il volume iniziale che quello finale

$$\begin{cases} P_i V = NKT_i \\ P_f V = NKT_{eq} \end{cases}$$

da cui

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{T_{eq}}{T_i}$$

Per poter fare questo conto dobbiamo però trasformare le temperature in Kelvin

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{(10,1 + 273,15)\,K}{(30 + 273,15)\,K} = 0,934$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Calorimetria - Termodinamica $QT0002$

Testo *[QT0002]* Una centrale elettrica di potenza $P = 500\,MW$ funziona con un ciclo termodinamico di rendimento $\eta = 0,35$. Per raffreddarla viene utilizzato un piccolo fiume dal quale si preleva una portata d'acqua $C = 5 \cdot 10^4\,\frac{kg}{s}$. Di quanto si scalda quell'acqua?

Spiegazione La centrale elettrica produce una certa potenza, quindi una certa quantità di energia nel tempo. La centrale elettrica funziona con un ciclo termodinamico che assorbe calore ad alta temperatura, una parte la trasforma in lavoro (energia elettrica) ed il restante lo cede a bassa temperatura. Questo calore ceduto deve essere portato via dalla centrale grazie all'impianto di raffreddamento. Il calore ceduto, viene infatti dato all'acqua presa dal fiume. Tale acqua quindi si scalda.

Svolgimento Il calore che scalda l'acqua è il calore ceduto dalla centrale nel suo ciclo termodinamico

$$\delta Q_{ced} = \delta Q_{ass} - \delta L$$

Sappiamo anche che in un ciclo termodinamico

$$\delta Q_{ass} = \frac{\delta L}{\eta}$$

quindi

$$\delta Q_{ced} = \frac{\delta L}{\eta} - \delta L = \delta L \frac{1-\eta}{\eta}$$

Visto che la centrale ha una potenza $P = \frac{\delta L}{\Delta t}$

$$\delta Q_{ced} = P \Delta t \frac{1-\eta}{\eta}$$

Questo calore serve a scaldare l'acqua dell'impianto di raffreddamento. La portata dell'acqua in ingresso nella centrale è

$$C = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Quindi la massa di acqua che posso scaldare è

$$\Delta m = C \Delta t$$

Il problema chiede di calcolare di quanto di scalda l'acqua del sistema di raffreddamento:

$$\Delta T = \frac{\delta Q_{ced}}{c_s \cdot \Delta m}$$

$$\Delta T = \frac{P \Delta t \frac{1-\eta}{\eta}}{c_s \cdot C \Delta t} = \frac{P \frac{1-\eta}{\eta}}{c_s \cdot C}$$

$$\Delta T = \frac{5 \cdot 10^8\,W \cdot \frac{0,65}{0,35}}{4186\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot 5 \cdot 10^4\,\frac{kg}{s}} = 4,4\,K$$

Problema di: Termodinamica - $QT0003$

Testo *[T0024]* Una macchina termica di rendimento $\eta = 0,2$ viene utilizzata come frigorifero per raffreddare una massa $m = 2\,kg$ di acqua dalla temperatura iniziale $T_i = 20\,°C$ alla temperatura finale $T_f = 4\,°C$. Quanto tempo ci impiega?

Spiegazione Una macchina frigorifera assorbe calore da un luogo bassa temperatura per portarlo in un luogo ad alta temperatura. Dal momento che in natura questo fenomeno accadrebbe in modo spontaneo solo al contrario, per poterci riuscire la macchina frigorifera deve assorbire una certa quantità di lavoro dall'esterno. In questo caso la macchina frigorifera prende calore dall'acqua, raffreddandola.

Svolgimento Viste le temperature iniziali e finali dell'acqua, l'unico fenomeno calorimetrico che avviene è il raffreddamento, quindi la quantità di calore che bisogna assorbire dall'acqua vale

$$\delta Q = c_s m \Delta T = 4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 2\,kg \cdot (-16°C) = 133952\,J$$

A questa energia di deve sommare il lavoro assorbito dalla macchina termica per sapere quanto calore viene fornito al luogo con temperatura alta. Avremo quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta L + \delta Q}$$

$$\delta L = \eta \delta L + \eta \delta Q$$

$$(1-\eta)\,\delta L = \eta \delta Q$$

$$\delta L = \frac{\eta}{1-\eta}\delta Q$$

$$\delta L = 33488\,J$$

La formula finale per questo esercizio, per non fare calcoli intermedi, risulta essere

$$\delta L = c_s m \Delta T \frac{\eta}{1-\eta}$$

Autore: Andrea de Capoa 21 Nov 2016

Problema di: Termodinamica - $QT0004$

Testo *[QT0004]* Una macchina termica di rendimento $\eta = 0,2$ viene utilizzata come frigorifero per raffreddare una massa $m = 2\,kg$ di acqua dalla temperatura iniziale $T_i = 20\,°C$ alla temperatura finale $T_f = -18\,°C$. Quanto tempo ci impiega?

Spiegazione Una macchina frigorifera assorbe calore da un luogo bassa temperatura per portarlo in un luogo ad alta temperatura. Dal momento che in natura questo fenomeno accadrebbe in modo spontaneo solo al contrario, per poterci riuscire la macchina frigorifera deve assorbire una certa quantità di lavoro dall'esterno. In questo caso la macchina frigorifera prende calore dall'acqua, raffreddandola e facendola congelare.

Svolgimento Viste le temperature iniziali e finali dell'acqua, i due fenomeni calorimetrici che avviengono sono il raffreddamento e la solidificazione, quindi la quantità di calore che bisogna assorbire dall'acqua vale

$$\delta Q_{raffr} = c_s m \Delta T = 4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 2\,kg \cdot (38°C) = 318136\,J$$

$$\delta Q_{solid} = Q_{lat_{fus}} \cdot m = 335\frac{kJ}{kg} \cdot 2\,kg = 670\,kJ$$

Il calore totale da sottrarre all'acqua è quindi

$$\delta Q = \delta Q_{raffr} + \delta Q_{solid} = 988136\,J$$

A questa energia di deve sommare il lavoro assorbito dalla macchina termica per sapere quanto calore viene fornito al luogo con temperatura alta. Avremo quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta L + \delta Q}$$

$$\delta L = \eta \delta L + \eta \delta Q$$

$$(1-\eta)\,\delta L = \eta \delta Q$$

$$\delta L = \frac{\eta}{1-\eta}\delta Q$$

$$\delta L = 247034\,J$$

La formula finale per questo esercizio, per non fare calcoli intermedi, risulta essere

$$\Delta L = m\left(c_s m \Delta T + Q_{lat_{fus}}\right)\frac{\eta}{1-\eta}$$

Autore: Andrea de Capoa 21 Nov 2016

Problema di: Termodinamica - $QT0005$

Testo *[QT0005]* Una macchina termica di rendimento $\eta = 0,2$ e potenza $P = 100\,W$ viene utilizzata come frigorifero per raffreddare una massa $m = 2\,kg$ di acqua dalla temperatura iniziale $T_i = 20\,°C$ alla temperatura finale $T_f = 4\,°C$. Quanto tempo ci impiega?

Spiegazione Una macchina frigorifera assorbe calore da un luogo bassa temperatura per portarlo in un luogo ad alta temperatura. Dal momento che in natura questo fenomeno accadrebbe in modo spontaneo solo al contrario, per poterci riuscire la macchina frigorifera deve assorbire una certa quantità di lavoro dall'esterno. In questo caso la macchina frigorifera prende calore dall'acqua, raffreddandola.

Svolgimento Viste le temperature iniziali e finali dell'acqua, l'unico fenomeno calorimetrico che avviene è il raffreddamento, quindi la quantità di calore che bisogna assorbire dall'acqua vale

$$\delta Q = c_s m \Delta T = 4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 2\,kg \cdot (-16°C) = 133952\,J$$

A questa energia di deve sommare il lavoro assorbito dalla macchina termica per sapere quanto calore viene fornito al luogo con temperatura alta. Avremo quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta L + \delta Q}$$

$$\delta L = \eta \delta L + \eta \delta Q$$

$$(1-\eta)\,\delta L = \eta \delta Q$$

$$\delta L = \frac{\eta}{1-\eta}\delta Q$$

$$\delta L = 33488\,J$$

Della macchina termica noi conosciamo la potenza, quindi

$$\Delta T = \frac{\delta L}{P} = 334,88\,s$$

La formula finale per questo esercizio, per non fare calcoli intermedi, risulta essere

$$\Delta T = \frac{\eta}{1-\eta}\frac{c_s m \Delta T}{P}$$

Autore: Andrea de Capoa 21 Nov 2016

Problema di: Termodinamica - $QT0006$

Testo *[QT0006]* Una macchina termica di rendimento $\eta = 0,2$ e potenza $P = 100\,W$ viene utilizzata come frigorifero per raffreddare una massa $m = 2\,kg$ di acqua dalla temperatura iniziale $T_i = 20\,°C$ alla temperatura finale $T_f = -18\,°C$. Quanto tempo ci impiega?

Spiegazione Una macchina frigorifera assorbe calore da un luogo bassa temperatura per portarlo in un luogo ad alta temperatura. Dal momento che in natura questo fenomeno accadrebbe in modo spontaneo solo al contrario, per poterci riuscire la macchina frigorifera deve assorbire una certa quantità di lavoro dall'esterno. In questo caso la macchina frigorifera prende calore dall'acqua, raffreddandola e facendola congelare.

Svolgimento Viste le temperature iniziali e finali dell'acqua, i due fenomeni calorimetrici che avviengono sono il raffreddamento e la solidificazione, quindi la quantità di calore che bisogna assorbire dall'acqua vale

$$\delta Q_{raffr} = c_s m \Delta T = 4186\,\frac{J}{kgK} \cdot 2\,kg \cdot (38°C) = 318136\,J$$

$$\delta Q_{solid} = Q_{lat_{fus}} \cdot m = 335\frac{kJ}{kg} \cdot 2\,kg = 670\,kJ$$

Il calore totale da sottrarre all'acqua è quindi

$$\delta Q = \delta Q_{raffr} + \delta Q_{solid} = 988136\,J$$

A questa energia di deve sommare il lavoro assorbito dalla macchina termica per sapere quanto calore viene fornito al luogo con temperatura alta. Avremo quindi

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta L + \delta Q}$$

$$\delta L = \eta \delta L + \eta \delta Q$$

$$(1-\eta)\,\delta L = \eta \delta Q$$

$$\delta L = \frac{\eta}{1-\eta}\delta Q$$

$$\delta L = 247034\,J$$

Della macchina termica noi conosciamo la potenza, quindi

$$\Delta T = \frac{\delta L}{P} = 2470,34\,s$$

La formula finale per questo esercizio, per non fare calcoli intermedi, risulta essere

$$\Delta T = \frac{\eta}{1-\eta}\frac{m\left(c_s m \Delta T + Q_{lat_{fus}}\right)}{P}$$

Autore: Andrea de Capoa 21 Nov 2016

Problema di: Fluidodinamica - Termodinamica - $FT0001$

Testo *[FT0001]* Un subacqueo con capacità polmonare $V_i = 5\,dm^3$ sta per andare a $h_f = -30\,m$ di profondità sul livello del mare. Quanti litri d'aria si troverà nei polmoni a quella profondità?

Spiegazione Mente il subacqueo cala in profondità, per la legge di Stevin la pressione a cui è sottoposto aumenta. L'aria nei suoi polmoni viene quindi compressa, e questo accade a temperatura costante, visto che i corpo di un uomo mantiene sempre la temperatura costante.

Svolgimento Cominciamo con il calcolarci a quale pressione l'uomo viene sottoposto raggiunta la profondità prevista. Per la legge di Stevin

$$P_f = P_i - \rho g\,(h_f - h_i)$$

$$P_f = 100000\,Pa - 1030\,\frac{kg}{m^3}\cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}\cdot(-30\,m - 0\,m) = 402820\,Pa$$

Teniamo adesso conto che il gas nei polmoni subisce una trasfornazione isoterma, per cui

$$\begin{cases} P_f V_f = NKT \\ P_i V_i = NKT \end{cases}$$

e quindi

$$P_f V_f = P_i V_i$$

$$V_f = \frac{P_i V_i}{P_f}$$

$$V_f = \frac{100000\,Pa \cdot 5\,dm^3}{402820\,Pa} = 1,24\,dm^3$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0001$

Testo [O0001] Calcola l'angolo limite per riflessione totale per un raggio luminoso che passa dall'acqua all'aria. Gli indici di rifrazione di acqua e aria sono rispettivamente $n_{H_2O} = 1.33$ e $n_{aria} \sim 1$

Spiegazione Nel passaggio da un materiale ad un'altro la luce cambia la sua velocità e quindi cambia direzione di propagazione. Nel passaggio dall'acqua all'aria il raggio luminoso cambia direzione di propagazione aumentando l'angolo che forma con la perpendicolare alla superficie di separazione tra aria e acqua. L'angolo di incidenza della luce è quindi, in questo caso, minore dell'angolo di rifrazione. Visto che il massimo valore per l'angolo di rifrazione è $r = 90°$, in corrispondenza di questo valore si trova il valore dell'angolo limite di incidenza oltre il quale non può esistere il raggio rifratto.

Svolgimento A partire dalla legge di Snell, per un raggio luminoso che passa dall'acqua all'aria, impongo che il valore dell'angolo di rifrazione sia $r = 90°$.

$$\frac{sen(i)}{sen(90°)} = \frac{V_{acqua}}{V_{aria}}$$

$$sen(i) = \frac{1}{1,33}$$

$$i = arcsen(0,752) = 48,75°$$

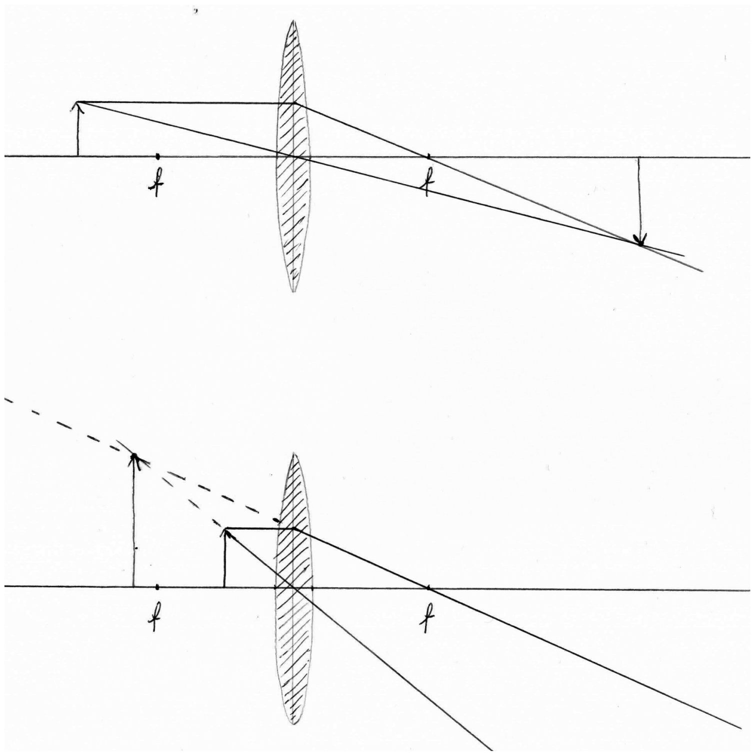
Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0002$

Testo [O0002] Costruisci l'immagine di un oggetto generata da una lente sferica convergente, sia nel caso che l'oggetto si trovi tra la lente ed il fuoco, sia nel caso che si trovi oltre il fuoco.

Spiegazione Ogni lente crea un'immagine degli oggetti intorno ad essa. Le leggi dell'ottica geometrica mi permettono di costruire geometricamente tale immagine.

Svolgimento Lo schema delle ottiche è il seguente:



Una volta disegnati la lente, il suo asse ottico, i due fuochi e l'oggetto, dovete seguire il percorso di due raggi luminosi che partono dallo stesso punto dell'oggetto.

Il primo, parallelo all'asse ottico, attraversando la lente viene deviato verso il fuoco della lente; il secondo, passando per il centro della lente, prosegue in linea retta. I due raggi luminosi, oppure i loro prolungamenti, si incontrano nel punto in cui si forma l'immagine. Disegnando l'oggetto alla sinistra della lente avremo quindi:

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0003$

Testo [O0003] L'eco di un forte urlo viene percepito dalla persona che ha urlato dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 0,2\,s$. Sapendo che il suono in aria viaggia alla velocità $V_s = 344\,\frac{m}{s}$, quanto si trova distante la parete sulla quale il suono si è riflesso?

Spiegazione L'eco altro non è se non la riflessione di un suono. La persona che sta urlando emette un suono che raggiunge la parete di fronte alla persona e poi torna indietro fino alle orecchie della stessa persona.

Svolgimento Il suono in questo esercizio si sta muovendo sempre nell'aria, e viaggia quindi con velocità costante. Lo spazio percorso dal suono è pari al doppio della distanza della persona dalla parete, quindi, utilizzando l'equazione del moto rettilineo uniforme:

$$2d = V_s \Delta t$$

$$d = \frac{V_s \Delta t}{2} = \frac{344\,\frac{m}{s} \cdot 0,2\,s}{2} = 34,4\,m$$

Esercizi concettualmente identici

1. Una nave manda un impulso sonar verso il basso per misurare la profondità del fondale. L'impulso torna alla nave dopo un tempo $\Delta t = 1,2\,s$. Sapendo che il suono in acqua viaggia alla velocità $V_s = 1400\,\frac{m}{s}$, quanto è profondo il fondale?

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0004$

Testo *[O0004]* Un suono emesso da un altoparlante viene percepito da una persona ad una distanza $r_1 = 20\,m$ con un'intensità $I_1 = 120\,\frac{J}{m^2 s}$. con quale intensità verrà invece percepito da una persona alla distanza $r_2 = 30\,m$?

Spiegazione Il suono emesso dall'altoparlante si propaga nell'aria con un fronte d'onda sferico. L'intensità dell'onda, durante la sua propagazione, diminuisce in funzione del quadrato della distanza percorsa secondo la legge

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

Infatti l'energia complessiva dell'onda, che assumiamo costante, man mano che l'onda si propaga sidistribuisce lungo un fronte d'onda rappresentato da una superficie sferica il cui valore dipende appunto dal quadrato del raggio della sfera.

Svolgimento Utilizzando l'opportuna formula avremo semplicemente:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1 = \frac{400\,m^2}{900\,m^2} \cdot 120\,\frac{J}{m^2 s} = 53.33\,\frac{J}{m^2 s}$$

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0005$

Testo *[O0005]* Quanto vale la terza frequenza di risonanza su di una corda, fissata ai due estremi, lunga $l = 6\,m$, sulla quale le onde viaggiano alla velocità $V = 50\,\frac{m}{s}$?

Spiegazione Su di una corda fissata ai due estremi solo alcune onde si possono propagare. Visto che i due estremi sono fissi, devono coincidere con i nodi dell'onda stazionaria, per cui la lunghezza della corda deve essere un multiplo intero della semilunghezza d'onda.

Svolgimento La lunghezza d'onda dell'ennesima onda stazionaria su di una corda fissata agli estremi vale

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} = 4\,m$$

La frequenza dell'ennesima onda stazionaria su di una corda fissata agli estremi vale

$$\nu_n = \frac{V}{\lambda_n} = 12,5\,Hz$$

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0006$

Testo *[O0006]* Un suono emesso da un altoparlante viene percepito da Andrea ad una distanza $r_A = 20\,m$ con un'intensità $I_A = 120\,\frac{J}{m^2 s}$. Marco si trova alla distanza $d = 5\,m$ da Andrea, sulla line tra Andrea e l'altoparlante. Con quale intensità il suono verrà percepito da Marco?

Spiegazione Il suono emesso dall'altoparlante si propaga nell'aria con un fronte d'onda sferico. L'intensità dell'onda, durante la sua propagazione, diminuisce in funzione del quadrato della distanza percorsa secondo la legge

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

Infatti l'energia complessiva dell'onda, che assumiamo costante, man mano che l'onda si propaga si distribuisce lungo un fronte d'onda rappresentato da una superficie sferica il cui valore dipende appunto dal quadrato del raggio della sfera.

Svolgimento Utilizzando l'opportuna formula avremo semplicemente:

$$\frac{I_M}{I_A} = \frac{r_A^2}{r_M^2}$$

$$I_M = \frac{r_A^2}{r_M^2} I_A$$

La distanza a cui Marco si trova dalla sorgente è

$$r_M = r_A - d = 15\,m$$

$$I_M = \frac{400\,m^2}{225\,m^2} \cdot 120\,\frac{J}{m^2 s} = 213.33\,\frac{J}{m^2 s}$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0007$

Testo *[O0007]* Un suono emesso da un altoparlante viene percepito da Andrea ad una distanza $r_A = 20\,m$ con un'intensità $I_A = 120\,\frac{J}{m^2 s}$. Dietro ad Andrea il suono prosegue ed incontra un muro alla distanza $d = 40\,m$ dalla sorgente, riflettendosi su di esso e raggiungendo nuovamente Andrea. Con quale intensità Andrea sente il suono riflesso?

Spiegazione Il suono emesso dall'altoparlante si propaga nell'aria con un fronte d'onda sferico. L'intensità dell'onda, durante la sua propagazione, diminuisce in funzione del quadrato della distanza percorsa secondo la legge

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

Tutto il problema si riduce quindi a capire l'esatta lunghezza del percorso fatto dal suono.

Svolgimento Definiamo I_2 l'intensità del suono riflesso percepito da Andrea; definiamo r_2 la distanza percorsa dal suono, dalla sorgente fino alla parete e poi ancora fino alla posizione di Andrea. Utilizzando l'opportuna formula avremo semplicemente:

$$\frac{I_2}{I_A} = \frac{r_A^2}{r_2^2}$$

La distanza del percorso fatto dal suono riflesso è

$$r_2 = d + (d - r_A) = 60\,m$$

$$I_2 = \frac{r_A^2}{r_2^2} I_A = \frac{400\,m^2}{3600\,m^2} \cdot 120\,\frac{J}{m^2 s} = 13.33\,\frac{J}{m^2 s}$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0008$

Testo [O0008] Un oggetto è posto ad una distanza da una lente sferica convergente tale per cui l'immagine generata risulta di dimensioni doppie rispetto all'oggetto. Sapendo che la distanza focale della lente vale $f = 30\,cm$, a quale distanza dalla lente si trova l'oggetto?

Spiegazione Ogni lente crea un'immagine degli oggetti intorno ad essa. Le leggi dell'ottica geometrica mi permettono di costruire geometricamente tale immagine. L'immagine risulta ingrandita o rimpicciolita a seconda di dove si trova l'oggetto rispetto al fuoco della lente.

Svolgimento Per una lente convergente, la formula dell'ingrandimento ottenuto è

$$G = \frac{f}{f-p}$$

da cui

$$G \cdot (f-p) = f$$

$$Gf - Gp = f$$

$$Gp = Gf - f$$

$$p = \frac{f \cdot (G-1)}{G}$$

Calcolando adesso p otteniamo

$$p = \frac{30\,cm \cdot (2-1)}{2} = 15\,cm$$

L'immagine risulterà virtuale.

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0009$

Testo [O0009] Un oggetto è posto di fronte ad una lente convergente ad una distanza $p = 20\,cm$. La distanza focale della lente è $f = 15\,cm$. A quale distanza dalla lente si forma l'immagine? Quanto vale il fattore di ingrandimento?

Spiegazione Ogni lente crea un'immagine degli oggetti intorno ad essa. Le leggi dell'ottica geometrica mi permettono di costruire geometricamente tale immagine. L'immagine risulta ingrandita o rimpicciolita a seconda di dove si trova l'oggetto rispetto al fuoco della lente. Vale la legge dei punti coniugati, che mette in relazione la distanza dell'oggetto dalla lente, la distanza focale e la distanza dell'immagine dalla lente.

Svolgimento Per una lente convergente, la formula dell'ingrandimento ottenuto è

$$G = \frac{f}{f-p} = \frac{15\,cm}{15\,cm - 20\,cm} = -3$$

L'immagine risulta capovolta ed ingrandita del triplo. Utilizzando adesso la legge dei punti coniugati per trovare la distanza q dell'immagine dalla lente

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{p-f}{fp}$$

$$q = \frac{fp}{p-f} = \frac{15\,cm \cdot 20\,cm}{20\,cm - 15\,cm} = 60\,cm$$

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0010$

Testo *[O0010]* Calcola la velocità di un'onda su una corda fissata ai due estremi e lunga $l = 12\,m$, sapendo che la quinta frequenza di risonanza è $\nu_5 = 9\,Hz$?

Spiegazione Su di una corda fissata ai due estremi solo alcune onde si possono propagare. Visto che i due estremi sono fissi, devono coincidere con i nodi dell'onda stazionaria, per cui la lunghezza della corda deve essere un multiplo intero della semilunghezza d'onda.

Svolgimento La lunghezza d'onda dell'ennesima onda stazionaria su di una corda fissata agli estremi vale

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}$$

$$\lambda_5 = \frac{2l}{5} = 4,8\,m$$

La velocità dell'onda stazionaria sulla corda fissata agli estremi vale

$$V = \lambda_5 \nu_5 = 43,2\,\frac{m}{s}$$

Problema di: Onde - $O0011$

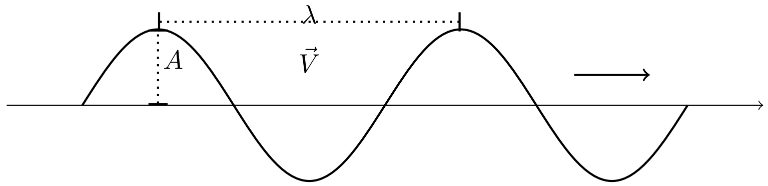
Testo *[O0011]*

1. Cos'è un'onda?
2. Indica la differenza tra onde trasversali ed onde longitudinali
3. Indica la differenza tra onde meccaniche ed onde elettromagnetiche
4. Disegna un'onda ed indicane tutte le variabili che la descrivono

Spiegazione Queste sono domande di teoria... o le sai o le devi ripassare

Svolgimento

1. Un'onda è un movimento di energia.
2. In un'onda trasversale l'oscillazione avviene su di una linea perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda, per le onde longitudinali tale oscillazione è parallela alla direzione di propagazione dell'onda.
3. Un'onda meccanica è data dall'oscillazione del mezzo entro il quale si propaga; in un'onda elettromagnetica ciò che oscilla è un campo elettromagnetico e non il materiale entro cui l'onda si propaga
4. Le variabili che descrivono un'onda sono:
   (a) l'ampiezza (il massimo valore dell'oscillazione)
   (b) la frequenza (il numero di oscillazioni al secondo)
   (c) la lunghezza d'onda (la distanza tra un picco ed il picco successivo)
   (d) la velocità (il numero di metri al secondo)
   (e) il periodo (la durata di una oscillazione)
   (f) l'intensità (l'energia che incide su di una certa superficie in un certo intervallo di tempo)



Problema di: Onde - $O0012$

Testo *[O0012]* Un raggio di luce passa dall'aria all'acqua con un angolo di incidenza $i = 45°$. L'indice di rifrazione dell'aria è $n_{aria} = 1,0003$, mentre quello dell'acqua è $n_{_{H_2O}} = 1,33$. Con quale angolo di rifrazione il raggio entra nell'acqua?

Spiegazione Semplicemente il fenomeno della rifrazione

Svolgimento

$$\frac{sen(r)}{sen(i)} = \frac{n_{aria}}{n_{_{H_2O}}}$$

$$sen(r) = \frac{1,0003}{1,33} \cdot \frac{\sqrt(2)}{2} = 0,53182$$

$$r = \arcsin(0,53182) = 32,13°$$

Problema di: Onde - $O0013$

Testo *[O0013]* Rispondi alle seguenti domande:

1. Cos'è un'onda? Quali tipi di onde conosci?
2. Da cosa dipende la velocità di un'onda?
3. Elenca, spiegandone il significato, quali siano le grandezze fisiche con cui descriviamo un'onda.

Spiegazione Queste sono domande di teoria... se non le sai ripassa la teoria

Svolgimento

1. Un'onda è un movimento di energia. Le onde posso dividerle in onde meccaniche (che necessitano di un materiale per propagarsi, in quanto *sono* l'oscillazione di tale materiale) e onde elettromagnetiche che sono l'oscillazione di un campo elettromagnetico. Le onde posso anche dividerle in onde trasversali e longitudinli, a seconda che l'oscillazione delle molecole sia perpendicolare o parallela alla direzione di propagazione dell'onda.
2. La velocità di un'onda dipende unicamente dal materiale dentro cui tale onda si propaga. Esiste comunque il fenomeno della dispersione della luce, per il quale si nota una lieve dipendenza dell'indice di rifrazione dipendente dalla frequenza dell'onda incidente.
3. Le grandezze fisiche con cui descrivo un'onda sono:
   - ampiezza: la massima distanza di una molecola dal punto di equilibrio
   - lunghezza d'onda: la lunghezza di un'oscillazione completa
   - frequenza: il numero di oscillazioni al secondo
   - periodo: la durata diuna singola oscillazione
   - velocità: il numero di metri percorsi in un secondo
   - l'intensità: l'energia che incide su di una certa superficie in un certo intervallo di tempo

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Onde - $O0014$

Testo *[O0014]* Domande di teoria:

1. Quali fenomeni accadono quando un'onda passa da un materiale ad uno differente? Elencali e spiegali.
2. Perchè il suono non si può propagare nel vuoto?
3. Cosa vuol dire *vedere* un oggetto? Perchè al buio non vediamo niente? Perchè non vedo nulla delle cose che stanno dietro ad un muro?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... se non le sai ripassa la teoria

Svolgimento

1. I fenomeni che accadono sono due: la riflessione e la rifrazione. L'onda incidente si divide in due onde, una riflessa ed una rifratta. L'onda riflessa torna indietro con un angolo uguale all'angolo di incidenza; l'onda rifratta prosegue nel nuovo materiale cambiando angolo.
2. Un suono é l'oscillazione di un materiale. Nel vuoto non c'é nulla e quindi nulla puó oscillare; nel vuoto non puó esistere alcun suono.
3. Vedere un oggetto significa ricevere negli occhi la luce di quell'oggetto. Al buio non c'é luce e quindi non ci possono essere immagini. Se tra un oggetto ed i nostri occhi c'é un muro, allora l'oggetto non lo vediamo perché la luce viene bloccata dal muro e non arriva ai nostri occhi.

Problema di: Onde - $O0015$

Testo *[O0015]* Un raggio di luce verde ($\nu = 6 \cdot 10^{14}\,Hz$) attraversa perpendicolarmente una lastra di vetro con indice di rifrazione $n = 1,4$. Sapendo che la lastra di vetro è spessa $d = 3\,mm$, quante oscillazioni compie il raggio luminoso nell'attraversare tale lastra?

Spiegazione Il problema parla di un raggio di luce e, dicendoci che è verde, ci fornisce il valore della sua frequenza. Conoscendo poi l'indice di rifrazione del vetro, di fatto conosciamo la velocità della luce in quel vetro. Possiamo quindi determinare la lunghhezza d'onda di quella luce nel vetro. Sapendo lo spessore del vetro possiamo infine determinare quante volte tale lunghezza d'onda è contenuta nello spessore del vetro.

Svolgimento La velocità della luce nel vetro è

$$V = \frac{c}{n} = \frac{299792458\,\frac{m}{s}}{1,4} = 214137470\,\frac{m}{s}$$

La lunghezza d'onda della luce è

$$\lambda = \frac{V}{\nu} = \frac{214137470\,\frac{m}{s}}{6 \cdot 10^{14}\,Hz} = 3,57 \cdot 10^{-7}\,m = 357\,nm$$

Il numero di oscillazioni complete fatte dall'onda nell'attraversare il vetro è quindi

$$n = \frac{d}{\lambda} = 8403$$

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0016$

Testo *[O0016]* Costruisci l'immagine di un oggetto generata da una lente sferica divergente. Indica se l'immagine è dritta e se è reale.

Spiegazione Ogni lente crea un'immagine degli oggetti intorno ad essa. Le leggi dell'ottica geometrica mi permettono di costruire geometricamente tale immagine.

Svolgimento Lo schema dell'ottica è il seguente:

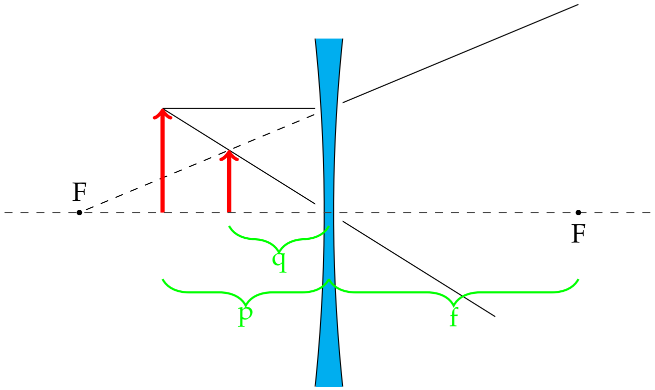


Figura 10.1: *Costruzione dell'immagine di una lente divergente. Con F sono indicati i fuochi della lente, con f la distanza focale, con p la distanza dell'oggetto dalla lente, con q la distanza dell'immagine dalla lente. L'immagine risulta dritta e virtuale.*

Una volta disegnati la lente, il suo asse ottico, i due fuochi e l'oggetto, dovete seguire il percorso di due raggi luminosi che partono dallo stesso punto dell'oggetto. Il primo, parallelo all'asse ottico, attraversando la lente viene deviato e diverge come se provenisse dal fuoco della lente; il secondo, passando per il centro della lente, prosegue in linea retta. I due raggi luminosi, oppure i loro prolungamenti, si incontrano nel punto in cui si forma l'immagine. Avremo un'immagine dritta e virtuale.

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0017$

Testo *[O0017]* Un'asticella lunga $l = 150\,cm$, oscilla con un'estremo fisso l'altro libero. La velocità di un'onda nell'asticella è $V = 24\,\frac{m}{s}$. Calcola la terza frequenza di risonanza dell'asticella.

Spiegazione Un'asticella che viene fatta oscillare mantenendola fissa ad uno degli estremi, oscilla in modo stazionario mantenendo un nodo (assenza di oscillazione) sul punto fisso ed un ventre (massima oscillazione) nel punto libero dalla parte opposta. Solo le onde della lunghezza d'onda giusta.

Svolgimento Per un'asticella bloccata ad un estremo e lasciata libera all'altro, la prima frequenza di risonanza si ottiene quando l'onda ha una lunghezza d'onda pari a quattro volte la lunghezza dell'asticella.

$$\lambda_1 = 4\,l$$

La seconda frequenza di risonanza si ottiene quando l'onda ha una lunghezza d'onda pari a quattro terzi della lunghezza dell'asticella.

$$\lambda_2 = \frac{4}{3}\,l$$

La terza frequenza di risonanza si ottiene quando l'onda ha una lunghezza d'onda pari a quattro quinti della lunghezza dell'asticella.

$$\lambda_3 = \frac{4}{5}\,l$$

La terza frequenza di risonanza è quindi

$$\nu_3 = \frac{V}{\lambda_3} = \frac{24\,\frac{m}{s}}{\frac{4}{5}\cdot 1,5\,m} = 20\,Hz$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Fenomeni Ondulatori - $O0018$

Testo *[O0018]* Sapendo che gli indici di rifrazione di aria e acqua sono rispettivamente $n_a = 1,00029$ e $n_{H_2O} = 1,33$ calcola lo spessore di aria che un raggio di luce deve attraversare per impiegare lo stesso tempo che impiegherebbe ad attraversare uno spessore $\Delta L_{H_2O} = 20\,cm$.

Spiegazione In questo esercizi abbiamo due raggi di luce che si muovono in due materiali differenti. La velocità della luce dipende solo dal materiale in cui si propaga; quindi i due raggi luminosi viaggiano con velocità costante di moto rettilineo uniforme. Per risolvere il problema è sufficiente imporre la condizione per cui i due raggi luminosi impiegano lo stesso tempo a fare il loro percorso.

Svolgimento Sappiamo che la velocità della luce in un certo materiale è $V = \frac{c}{n}$ dove c è la velocità della luce nel vuoto e n è l'indice di rifrazione della luce.

Il tempo impiegato dalla luce ad attraversare uno strato ΔL di acqua è

$$\Delta t_{H_2O} = \frac{\Delta L}{V_{H_2O}} = \frac{\Delta L}{c} n_{H_2O}$$

Analogalmente per l'aria

$$\Delta t_{aria} = \frac{\Delta S}{V_a ria} = \frac{\Delta S}{c} n_{aria}$$

dove ΔS è la lunghezza del percorso della luce nell'aria. Avremo che

$$\frac{\Delta S}{c} n_{aria} = \frac{\Delta L}{c} n_{H_2O}$$

$$\Delta S = \Delta L \frac{n_{H_2O}}{n_{aria}} = 26,6\,cm$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Onde - $O0019$

Testo *[O0019]* Rispondi alle seguenti domande:

1. Quali differenze ed analogie ci sono tra la luce visibile, i gaggi X con cui fai una lastra e le onde radio per le telecomunicazioni?

2. Perchè d'estate preferisco indossare vestiti bianchi e non neri?

3. Come mai d'estate in generale le temperature sono alte, mentre d'inverso in generale le temperature sono basse?

4. Qual'è la principale differenza tra la luce diffusa da un muro e la luce riflessa da uno specchio?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... se non le sai ripassa la teoria

Svolgimento

1. Le onde elencate sono tutte onde elettromagnetiche e sono quindi la stessa cosa; l'unica differenza è il valore della loro frequenza. Elencate in ordine di frequenza le onde elettromagnetiche sono: onde radio, microonde, infrarossi, luce visibile, ultravioletti, raggi X, raggi gamma.

2. Un oggetto è nero se assorbe tutti i raggi luminosi che incidono su di esso, trasformando la loro energia in calore. UN oggetto è bianco quando riflette tutta la radiazione luminosa incidente. Se mi vesto di nero in una giornata calda avrò molto più caldo di quanto ne avrei vestendomi di bianco.

3. D'estate, rispetto a quanto accade di inverno, i raggi luminosi tendono ad illuminare una superficie inferiore di quanto illuminano durente l'inverno. L'intensità luminosa sul terreno è quindi maggiore, con un conseguente riscaldamento del materiale illuminato

Autore: Andrea de Capoa 29 Feb 2016

4. La luce diffusa, dopo essere stata assorbita dal muro, vene riemessa in tutte le direzioni. La luce riflessa da uno specchio, invece, ritorna dindietro con un angolo di riflessione ben determinato e quindi con una direzione unica.

Problema di: Onde - $O0020$

Testo *[O0020]* Rispondi alle seguenti domande.

1. Indica quale grandezza fisica dell'onda determina: il colore della luce visibile; la luminosità della luce visibile; il volume di un suono; la tonalità del suono?
2. Con un puntatore laser indico un punto su di un muro. Tutti nella stanza vedono quel punto. Sto parlando di un fenomeno di riflessione o di diffusione? Perchè?
3. Descrivi un fenomeno fisico in cui sia presente l'effetto Doppler.

Spiegazione In questo esercizio vengono presentate due domande di teoria per cui bisogna semplicemente studiare l'argomento, ed una situazione in cui bisogna applicare i concetti studiati.

Svolgimento

1. Parlando del suono, la frequenza ne indica la tonalità, l'ampiezza ne indica il volume. Per la luce, la frequenza ne indica il colore, l'ampiezza ne indica la luminosità.
2. La luce del puntatore laser arriva su di un punto del muro e viene poi vista da tutte le persone della stanza. Questo vuol dire che da quel punto la luce si è propagata in tutte le direzioni, quindi si parla del fenomeno della diffuzione
3. Qunado sentiamo il suono della sirena di un'ambulanza, lo sentiamo acuto se l'ambulanza si avvicina a noi, mentre lo sentiamo basso se l'ambulanza si allontana da noi. Allo stesso modo, quando guardiamo la luce proveniente da una stella, tale luce è un po' più blu se la stella si avvicina a noi, mentre la vediamo un po' più rossa se la stella si sta allontanando.

Problema di: Onde - *O*0021

Testo *[O0021]* Rispondi alle seguenti domande.

1. Immaginiamo di irradiare la superficie di un metallo con un fascio di luce monocromatica. L'energia dei singoli fotoni è $E = 5,0 \cdot 10^{-19}\,J$. Il lavoro di estrazione è $\Psi = 3,6 \cdot 10^{-19}\,J$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
   (a) Dal metallo non escono elettroni
   (b) Dal metallo escono elettroni con energia cinetica nulla
   (c) Dal metallo escono elettroni con energia cinetica $E_c = 1,4 \cdot 10^{-19}\,J$
   (d) Dal metallo escono elettroni con energia cinetica $E_c = 6,4 \cdot 10^{-19}\,J$
2. In una fibra ottica monomodale un segnale viene attenuato man mano che si propaga lungo la fibra stessa. Quale di questi fattori NON determina un'attenuazione del segnale?
   (a) La presenza di impurità all'interno della fibra
   (b) La presenza di curve nel percorso della fibra
   (c) La presenza di interconnessioni tra fibre
   (d) La scelta dei valori degli indici di rifrazione del nucleo e del mantello della fibra
3. Un raggio luminoso passa da un materiale con indice di rifrazione $n_1 = 1,41$ verso un materiale con indice di rifrazione n_2. Affinchè possa esserci riflessione totale quali delle seguenti affermazioni è vera?
   (a) n_2 sia minore di n_1
   (b) n_2 sia maggiore di n_1
   (c) n_2 sia uguale a n_1
   (d) n_2 può assumere qualunque valore.
4. Riguardo ai fenomeni della fluorescenza e della fosforescenza, indica quale delle seguenti affermazioni è FALSA:
   (a) Il fenomeno della fluorescenza non ha la stessa durata del fenomeno della fosforescenza
   (b) Entrambi i fenomeni iniziano con il salto energetico di un elettrone da un livello energetico inferiore ad uno superiore.
   (c) A differenza della fluorescenza, il fenomeno della fosforescenza coinvolge anche le cariche elettriche del nucleo dell'atomo.
   (d) In entrambi i fenomeni la radiazione luminosa emessa ha energia inferiore della radiazione eccitante iniziale

Spiegazione In questo esercizio vengono presentate domande di teoria per cui bisogna semplicemente studiare l'argomento.

Svolgimento

1. Immaginiamo di irradiare la superficie di un metallo con un fascio di luce monocromatica. l'energia dei singoli fotoni è $E = 5,0 \cdot 10^{-19}\,J$. Il lavoro di estrazione è $\Psi = 3,6 \cdot 10^{-19}\,J$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
   (a) Dal metallo escono elettroni con energia cinetica $E_c = 1,4 \cdot 10^{-19}\,J$
2. In una fibra ottica monomodale un segnale viene attenuato man mano che si propaga lungo la fibra stessa. Quale di questi fattori NON determina un'attenuazione del segnale?
   (a) La scelta dei valori degli indici di rifrazione del nucleo e del mantello della fibra
3. Un raggio luminoso passa da un materiale con indice di rifrazione $n_1 = 1,41$ verso un materiale con indice di rifrazione n_2. Affinchè possa esserci riflessione totale quali delle seguenti affermazioni è vera?
   (a) n_2 sia minore di n_1
4. Riguardo ai fenomeni della fluorescenza e della fosforescenza, indica quale delle seguenti affermazioni è FALSA:

(a) A differenza della fluorescenza, il fenomeno della fosforescenza coinvolge anche le caiche elettriche del nucleo dell'atomo.

Problema di: Onde - *O*0022

Testo *[O0022]* Da una lastra di zinco irradiata con luce ultravioletta, vengono estratti degli elettroni. Il lavoro di estrazione degli elettroni dallo zinco è $L = 6,84 \cdot 10^{-19}\,J$. Calcolare il valore della frequenza di soglia della radiazione incidente. Calcolare inoltre la velocità degli elettroni estratti da una radiazione incidente di lunghezza d'onda $\lambda = 271\,nm$

Spiegazione Un elettrone all'interno di un metallo riceve energia da un quanto di radiazione elettromagnetica. Uscito dal metallo, l'elettrone avrà un'energia cinetica pari all'energia ricevuta meno l'energia utilizzata nel processo di estrazione.

Svolgimento L'energia minima del fotone che è in grado di estrarre un elettrone è esprimibile con la formula

$$h\nu = L$$

e quindi

$$\nu = \frac{L}{h} = \frac{6,84 \cdot 10^{-19}\,J}{6,626 \cdot 10^{-34}\,Js} = 1,03 \cdot 10^{15} Hz$$

L'energia dell'elettrone estratto da una radiazione di lunghezza d'onda $\lambda = 271\,nm$ sarà

$$E_c = \frac{h}{\lambda} - L = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}\,Js \cdot 299792458\,\frac{m}{s}}{271 \cdot 10^{-9}\,m} - 6,84 \cdot 10^{-19}\,J = 0,49 \cdot 10^{-19}\,J$$

La sua velocità sarà quindi

$$V = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,49 \cdot 10^{-19}\,J}{9,1 \cdot 10^{-31}\,kg}} = 328159\,\frac{m}{s}$$

Problema di: Onde - $O0023$

Testo *[O0023]* Dopo aver brevemente illustrato le caratteristiche del modello atomico di Bohr, calcolare la frequenza della radiazione emessa da un atomo corrispondente alla terza riga della serie di Balmer.

Spiegazione In questo problema si chiede di descrivere brevemente il modello atomico di Bohr in modo da giustificare la struttura della formula utilizzata per risolvere l'esercizio.

Svolgimento Il modello atomico di Bohr prevede l'esistenza di orbite circolari quantizzate per gli elettroni intorno al nucleo. Le variazioni di energia degli elettroni all'interno del nucleo corrispondono a salti degli elettroni da un'orbita all'altra. Di qui si giustifica sia la stabilità degli atomi, sia gli spettri a righe dei vari elementi.

$$\nu = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n_f} - \frac{1}{n_i}\right)$$

$$\nu = \frac{9,11\cdot 10^{-31}\,kg \cdot \left(1,60\cdot 10^{-19} C\right)^4}{8\cdot\left(8,85\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}\right)^2\cdot\left(6,63\cdot 10^{-34} Js\right)^3}\left(\frac{1}{25} - \frac{1}{4}\right) = 434,1\,nm$$

Problema di: Onde - $O0024$

Testo *[O0024]* Una fibra ottica immersa in aria ha le seguenti caratteristiche: diametro del nucleo $d_c = 50\,\mu m$, indice di rifrazione del nucleo $n_1 = 1,527$, diametro del mantello $d_m = 125\,\mu m$, indice di rifrazione del mantello $n_2 = 1,517$. Nella fibra si propagano segnali luminosi di lunghezza d'onda $\lambda = 1300\,nm$. Determinare il numero dei modi di propagazione ed il cono di accettazione. Indicare in modo sintetico perchè la presenza di più modi di propagazione determina una attenuazione del segnale e come dovrebbe essere modificata la fibra per renderla monomodale.

Spiegazione In questo esercizio si tratta di una fibra ottica. I dati del problema sono già sufficienti per calcolare le grandezze richieste utilizzando le opportune formule.

Svolgimento Il cono di accetazione è determinato da

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,527^2 - 1,517^2} = 0,1745$$

Il numero di modi di propagazione è dato da

$$M = \frac{\pi^2 d^2 N_A^2}{2\lambda^2}$$

$$M = \frac{\pi^2 (125\,\mu m)^2\left(1,527^2 - 1,517^2\right)}{2(\lambda = 1,3\,\mu m)^2} = 1388$$

L'attenuazione del segnale è dovuta al fatto che per ogni modo di propagazione la velocità del segnale lungo l'asse della fibra è differente. Durante la propagazione l'impulso luminoso si allarga lungo l'asse della fibra, perdendo quindi di intensità. Stabiliti i materiali di cui è fatta la fibra, per rendere la fibra monomodale è sufficiente diminuire il diametro del core in modo tale da rendere $M = 1$

Problema di: Onde - *O*0025

Testo *[O0025]* In un tubo a forma di "U" aperto da entrambi i lati è presente dell'acqua. Inizialmente la differenza di livello dell'acqua nei due bracci del tubo è $\Delta h_i = 10\,cm$. Il tubo è pieno di acqua per una lunghezza $L = 1\,m$. Inizialmente l'acqua è ferma. Calcolate la frequenza con cui il livello dell'acqua comincerà ad oscillare all'interno del tubo.

Spiegazione In questo esercizio il livello del liquido nei due bracci del tubo è differente. Questo significa che il peso della colonna di liquido più alta mette in movimento tutto il liquido nel tubo. La coilonna di liquido più alta comincia ad abbassarsi mentre quella più alta a sollevarsi. Quando i due livelli sono uguali, il liquido ha assunto la massima velocità e continua il suo movimento; il braccio del tubo nel quale la colonna di liquido era inizialmente bassa, adesso contiene una colonna di liquido più alta. Si innesca un movimento oscillatorio caratterizzato da una certa frequenza di oscillazione. Per trovare la frequenza di oscillazione è sufficientre trovare la relazione tra l'accelerazione del liquido e l'altezza del dislivello di liquido tra le due colonne.

Svolgimento Cominciamo con il fissare un sistema di riferimento. Noi sappiamo che il liquido nella posizione iniziale occupa due bracci del tubo. Le due colonne di liquido sono una più alta dell'altra. Concentriamo la nostra attenzione sui livelli di liquido nelle due colonne. Durante l'ocillazione il liquido si sposta da una colonna all'altra; il livello del liquido in ognuna delle due colonne oscilla quindi intorno ad un'altezza che si trova, nell'istante iniziale, a metà altezza tra le due colonne. Fissiamo il centro dell'oscillazione del livello del liquido come nostro punto di riferimento.

Per cui, all'inizio, la colonna più alta si trova all'altezza $\Delta x_i = \frac{\Delta h}{2}$ e quella più bassa all'altezza $\Delta x_f = -\frac{\Delta h}{2}$

Per ottenere l'equazione del moto partiamo da

$$F = ma$$

dove m è la massa totale di liquido nel tubo, a è l'accelerazione con cui si muove il liquido nel tubo e F è la forza con cui l'acqua in eccesso da un lato del tubo viene tirata verso il basso. Ciò che innesca il movimento è infatti la forza di gravità; ma tale forza agisce in verso opposto nei due bracci del tubo, per cui la risultante della forza di gravità coincide con la forza che si applica alla sola acqua in eccesso in un lato del tubo.

La forza di gravità che spinge l'acqua nel tubo è quindi soltanto quella che agisce sull'eccesso di acqua in un lato del tubo, per cui

$$\rho \cdot \S \cdot 2\Delta x \cdot g = \rho \cdot L \cdot S \cdot a$$

da cui

$$a = \frac{2g}{L}\Delta x$$

L'accelerazione è direttamente proporzionale alla posizione del livello del liquido. Questa equazione indica che siamo di fronte ad un moto armonico che prevede un'oscillazione intorno ad un punto di equilibrio il cui periodo vale

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

La frequenza è quindi

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{2gL}$$

Autore: Andrea de Capoa 14 Set 2016

Problema di: Onde - $O0026$

Testo *[O0026]* Una lampadina ad incandescenza di potenza $P = 100\,W$ emette luce in maniera isotropa. Se viene posta al centro di una stanza cubica di lato $L = 7\,m$. Quanta energia arriverà in un tempo $\Delta t = 10\,min$ sul soffitto della stanza?

Spiegazione La lampadina emette luce, quindi emette una certa quantità di energia ogni secondo. La difficoltà di questo esercizio è solo nel capire quale frazione del totale dell'energia emessa incide sul soffitto.

Svolgimento L'energia totale emessa nel tempo indicato dal testo dell'esercizio è

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 100\,W \cdot 10\,min = 100\,W \cdot 600\,s = 60\,kJ$$

Consideriamo adesso che la lampadina si trova nel centro di una stanza cubica. Vista la simmetria della situazione possiamo affermare che ogni lato del cubo prende la stessa quantità di energia, quindi l'energia che incide sul soffitto è data da

$$\Delta E_{soff} = \frac{\Delta E}{6} = 10\,kJ$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Onde - $O0027$

Testo *[O0027]* Rispondi alle seguenti domande:

1. Come determini la direzione del raggio riflesso nel fenomeno della riflessione?
2. Che differenza c'è tra riflessione e diffuzione?
3. In quale istante avviene la riflessione di un'onda?
4. Nel fenomeno della riflessione, perchè non cambia la velocità dell'onda?

Spiegazione Queste sono domande di teoria sul fenomeno della riflessione. Vanno semplicemente studiate!

Svolgimento

1. Il raggio incidente viene riflesso ad un angolo di riflessione uguale all'angolo di incidenza; inoltre i raggi incidente e riflesso, e la perpendicolare alla superficie di riflessione si trovano su di uno stesso piano.
2. Nel fenomeno della diffuzione i raggi incidenti vengono riemessi in tutte le direzioni possibili e non nella sola direzione possibile definita dalle regole della riflessione.
3. La riflessione avviene nell'istante in cui un'onda prova a cambiare il materiale di propagazione e quindi la sua velocità.
4. L'onda riflessa si trova nello stesso materiale dell'onda incidente, quindi la sua velocità non cambia.

Autore: Andrea de Capoa 20 Feb 2017

Problema di: Onde - O0028

Testo *[O0028]* Rispondi alle seguenti domande:

1. Quali fenomeni fisici vengono utilizzati dalle lenti e dagli specchi per il loro funzionamento?

2. Come si forma un'onda stazionaria?

3. Per quale motivo se una persona si sta allontanando da noi, sentiamo la sua voce di un volume minore?

4. In che modo cambia il suono di una sirena se tale sirena si sta avvicinando od allontanando da noi? Per quale motivo?

Spiegazione Queste sono domande di teoria sul fenomeno della riflessione. Vanno semplicemente studiate!

Svolgimento

1. Le lenti funzionano grazie al fenomeno della rifrazione; gli specchi grazie al fenomeno della riflessione.

2. Un'onda stazionaria si forma a causa dell'interferenza di due onde identiche che viaggiano in direzione opposta.

3. L'energia dei suoni che emettiamo si trova su di un fronte d'onda sferico che, avanzando, aumenta la sua superficie. La stessa energia si trova quindi su di superfici sempre più grandi e quindi l'intensità dell'onda diminuisce. Detta S la superficie del fronte d'onda, $\frac{\Delta E}{\Delta t}$ la potenza emessa dalla sorgente sonora, l'intensità dell'onda sonora è infatti

$$I = \frac{\Delta E}{S \cdot \Delta t}$$

4. A causa dell'effetto Doppler, la frequenza di un'onda viene percepita in modo differente a seconda che l'osservatore si stia avvicinando od allontanando dalla sorgente. Quando sorgente ed osservatore si avvicinano, l'osservatore riceve un'onda di frequenza maggiore rispetto a quella che riceverebbe se fosse in quiete rispetto alla sorgente. Viceversa nel caso che l'osservatore si stia allontanando dalla sorgente.

Autore: Andrea de Capoa 20 Feb 2017

Problema di: Elettromagnetismo - $E0001$

Testo *[E0001]* Due sfere con carica elettrica $C = 10\,\mu C$ sono poste alla distanza $d = 30\,cm$. Calcolare la forza con la quale le sfere si respingono quando sono in quiete e quando si muovono parallelamente con velocità costante $V = 90000\frac{km}{s}$.

Spiegazione Le due sfere cariche si respingono tra loro a causa della forza di Coulomb. Quando poi le due cariche si muovono, generano un campo magnetico; ognuna delle due cariche si muove quindi nel campo magnetico generato dall'altra, e quindi subisce una forza magnetica. Essendo le cue cariche con velocità parallele nello stesso verso, allora la forza magnetica è attrattiva e si oppone alla forza di Coulomb repulsiva.

Svolgimento Per risolvere il problema è sufficiente calcolare le due forze con le opportune le formule.

Forza di Coulomb

$$F_c = K\frac{Q^2}{d^2} = 9\cdot 10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{10^{-10}C^2}{0,09\,m^2} = 10\,N$$

Il vettore che definisce la posizione di una carica rispetto all'altra è perpendicolare alla velocità delle cariche. Il campo magnetico generato da una delle due cariche in moto sull'altra è quindi

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{QV}{d^2} = 10^{-7}\frac{Ns^2}{C^2}\frac{10^{-5}C\cdot 90000000\frac{m}{s}}{0,09\,m^2} = 10^{-3}\,T$$

La forza magnetica e la forza totale agenti tra le due cariche risultano

$$F_m = QVB = 0,9\,N$$

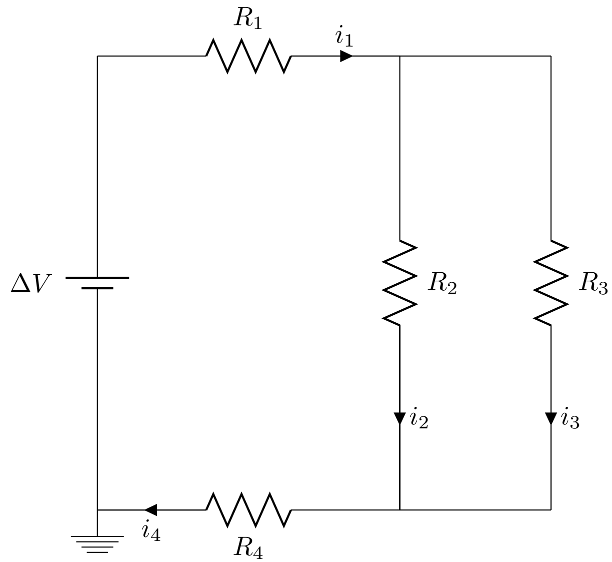
$$F = F_c - F_m = 9,1\,N$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Elettrotecnica - $E0002$

Testo *[E0002]* Un circuito elettrico è formato da due resistenze $R_2 = 6\,\Omega$ ed $R_3 = 12\,\Omega$ in parallelo, messe in serie con altre due resistenze $R_1 = 6\,\Omega$ ed $R_4 = 2\,\Omega$. il circuito è alimentato da un generatore $\Delta V = 24\,Volt$. Calcola le differenze di potenziale agli estremi di ogni resistenza e la corrente elettrica che le attraversa

Spiegazione Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm.



Svolgimento Applicando le leggi di Ohm

1. Le resistenza R_2 ed R_3 sono in parallelo, per cui
$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6\,\Omega} + \frac{1}{12\,\Omega} = \frac{1}{4\,\Omega}$$
2. La resistenza totale del circuito vale quindi
$$R_{tot} = R_1 + R_{23} + R_4 = 12\,\Omega$$

3. La corrente che esce dal generatore sarà quindi

$$i = i_1 = i_4 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 2\,A$$

4. La caduta di potenziale agli estremi della resistenza R_1 sarà

$$\Delta V_1 = R_1 \cdot i_1 = 12\,Volt$$

5. La caduta di potenziale agli estremi della resistenza R_4 sarà

$$\Delta V_4 = R_4 \cdot i_4 = 4\,Volt$$

6. La caduta di potenziale agli estremi delle resistenze R_2 ed R_3 sarà

$$\Delta V_2 = \Delta V_3 = \Delta V - \Delta V_1 - \Delta V_4 = 8\,Volt$$

7. La corrente che parra per le resistenze R_2 ed R_3 sarà quindi rispettivamente

$$i_2 = \frac{\Delta V_2}{R_2} = 1,333\,A$$

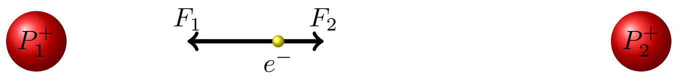
e

$$i_3 = \frac{\Delta V_3}{R_3} = 0,666\,A$$

Problema di: Elettrostatica - $E0003$

Testo [E0003] Due protoni si trovano alla distanza $d = 2 \cdot 10^{-9}\,m$; tra loro si trova un elettrone posto alla distanza $r_1 = 8 \cdot 10^{-10}\,m$. Quanto vale la forza complessiva che agisce sull'elettrone?

Spiegazione La forza che agisce su due cariche elettriche è la forza di Coulomb. In questo esercizio ognuno dei due protoni esercita una forza sull'elettrone. Queste due forze sono tra loro parallele e opposte e terdono quindi a cancellarsi.



Svolgimento Tenendo presente che il protone e l'elettrone hanno la stessa carica, indicata con e, la forza che il primo protone esercita sull'elettrone vale.

$$F_1 = K\frac{e^2}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,C}{64 \cdot 10^{-20}\,m^2} = 3,6 \cdot 10^{-10}\,N$$

Tenendo conto che la distanza tra il secondo protone e l'elettrone vale

$$r_2 = d - r_1 = 12 \cdot 10^{-10}\,m$$

la forza che il secondo protone esercita sull'elettrone vale

$$F_2 = K\frac{e^2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,C}{144 \cdot 10^{-20}\,m^2} = 1,6 \cdot 10^{-10}\,N$$

La forza complessiva sull'elettrone, diretta verso il primo protone, vale quindi

$$F_{tot} = F_1 - F_2 = 2 \cdot 10^{-10} N$$

Problema di: Elettrotecnica - $E0004$

Testo *[E0004]* Un circuito elettrico è formato da tre resistenze $R_1 = 6\,\Omega$, $R_2 = 8\,\Omega$, $R_3 = 4\,\Omega$ ed alimentato da un generatore $\Delta V = 24\,Volt$. Calcola la corrente elettrica che attraversa ogni resistenza ed i potenziali nei punti A, B e T

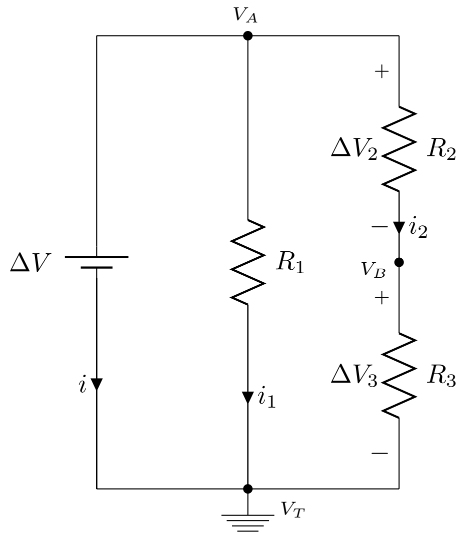


Figura 11.1: *esercizio E0004*

Spiegazione Un circuito elettrico in cui sono presenti solo resistenze ed un generatore. Si risolve utilizzando le leggi di Ohm. Essendoci un solo generatore, cominciamo con il calcolarci la resistenza complessiva del circuito e la corrente che attraversa il generatore.

Svolgimento Applicando le leggi di Ohm

1. Le resistenza R_2 ed R_3 sono in serie, per cui $R_{23} = R_2 + R_3 = 12\,\Omega$

2. La resistenza totale del circuito è data dal parallelo di R_1 con R_{23} e vale quindi

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{4\,\Omega}$$
$$R_{tot} = 4\,\Omega$$

3. La corrente che esce dal generatore sarà quindi

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 6\,Ampere$$

4. Essendo T la terra del circuito: $V_T = 0\,Volt$

5. Il Potenziale nel punto A sarà: $V_A = V_T + \Delta V = 24\,Volt$

6. La differenza di potenziale tra i punti A e T sarà $\Delta V_1 = V_A - V_T = 24\,Volt$

7. La corrente che attraversa la resistenza R_1 varrà

$$i_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = \frac{24\,V}{6\,\Omega} = 4\,Ampere$$

8. Nel punto A la somma delle correnti in ingresso deve essere uguale alla somma delle correnti in uscita, da cui

$$i_2 = i - i_1 = 6\,A - 4\,A = 2\,A$$

9. Agli estremi di R_2 la caduta di potenziale sarà $\Delta V_2 = R_2 i_2 = 16\,Volt$

10. Il potenziale nel punto B sarà $V_B = V_A - \Delta V_2 = 8\,Volt$

11. Agli estremi di R_3 la caduta di potenziale sarà $\Delta V_3 = R_3 i_2 = 8\,Volt$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Elettrostatica - $E0005$

Testo *[E0005]* Quattro cariche elettriche si trovano ai vertici di un quadrato di lato $l = 2\,m$. tre di queste valgono $Q_+ = +8\,\mu C$ ed una $Q_- = -8\,\mu C$. Quanto vale il campo elettrico nel centro del quadrato? Quanto vale la forza che agirebbe su di una carica $q = 2\,\mu C$ posta nel centro del quadrato?

Spiegazione La forza che agisce sulle cariche elettriche è la forza di Coulomb. in questo esercizio ognuna delle quattro cariche emette nel centro del quadrato un campo elettrico. I vettori campo delle cariche si sommano tra loro con le regole dei vettori per avere il campo elettrico complessivo nel centro del quadrato. Calcoliamo prima il campo elettrico complessivo nel centro del quadrato e poi la forza che agisce sulla carica posta nel centro.

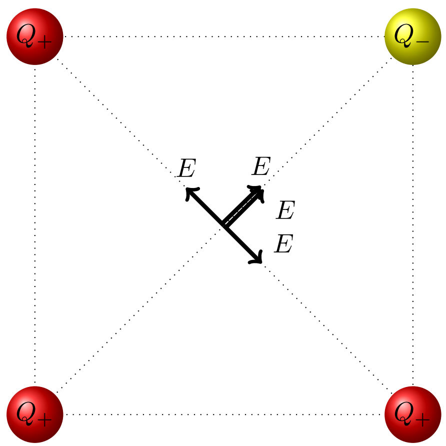


Figura 11.2: *Schema delle forze in gioco.*

Svolgimento Cominciamo con l'osservare che, a meno del segno, tutte le cariche elettriche hanno lo stesso valore numerico e la stessa distanza dal centro. Tale distanza corrisponde a metà della diagonale del quadrato per cui

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{l^2 + l^2} = \frac{l}{\sqrt{2}}$$

I moduli dei vettori campo elettrico nel centro del quadrato saranno quindi identici e varranno

$$E = K\frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{8\,\mu C}{2\,m^2} = 36 \cdot 10^3\,\frac{N}{C}$$

Le direzioni ed i versi dei vettori sono mostrati in figura 11.2

Appare evidente che due dei vettori si cancella tra loro ed altri due si sommano perfettamente, per cui

$$E_{tot} = 2E = 72 \cdot 10^3\,\frac{N}{C}$$

La forza che subisce la carica negativa nel centro è opposta al vettore campo elettrico e vale

$$F = qE = 2\,\mu C \cdot 72 \cdot 10^3\,\frac{N}{C} = 0,144\,N$$

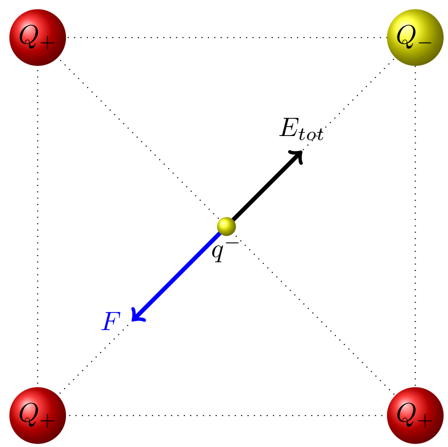


Figura 11.3: *Schema delle forze in gioco.*

Problema di: Elettrotecnica - $E0006$

Testo *[E0006]* Dato il circuito elettrico in figura, determinarne il funzionamento per ogni configurazione degli interruttori. Le resistenze hanno valore $R_0 = 36\,\Omega$, $R_1 = 12\,\Omega$, $R_2 = 6\,\Omega$, $R_3 = 18\,\Omega$; $\Delta V = 240\,V$. *[A seconda di come sono messi gli interruttori dovere calcolare le correnti elettriche in tutti i rami, ed i valori del potenziale nei punti A e B.]*

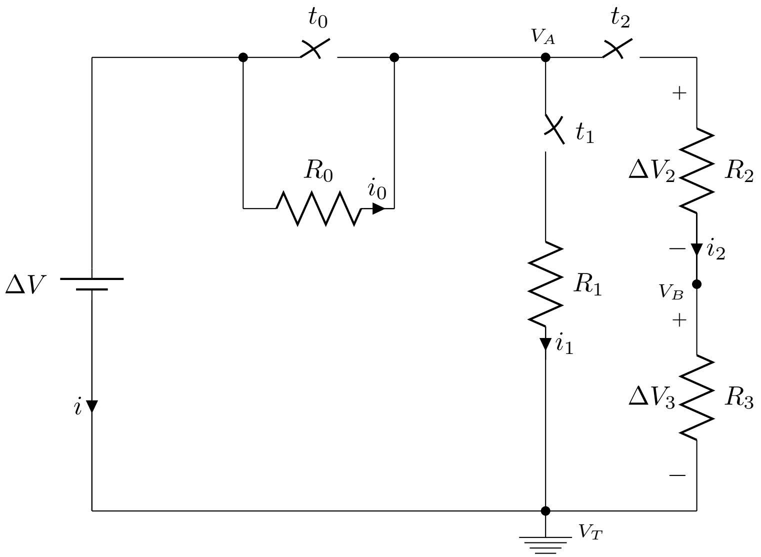


Figura 11.4: *Esercizio: E0006*

Spiegazione A seconda di come sono posizionati gli interruttori, alcuni rami del circuito esisteranno oppure no. Bisogna quindi considerare tutte le possibili posizioni degli interruttori, disegnare il corrispondente circuito, ed infine analizzarlo.

Svolgimento

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

1. -[t_0 aperto; t_1 aperto; t_2 aperto]- in questo caso non c'è alcun percorso chiuso nel quale possa circolare la corrente
2. -[t_0 chiuso; t_1 aperto; t_2 aperto]- in questo caso non c'è alcun percorso chiuso nel quale possa circolare la corrente
3. -[t_0 aperto; t_1 chiuso; t_2 aperto]- in questo caso il circuito risulta essere:

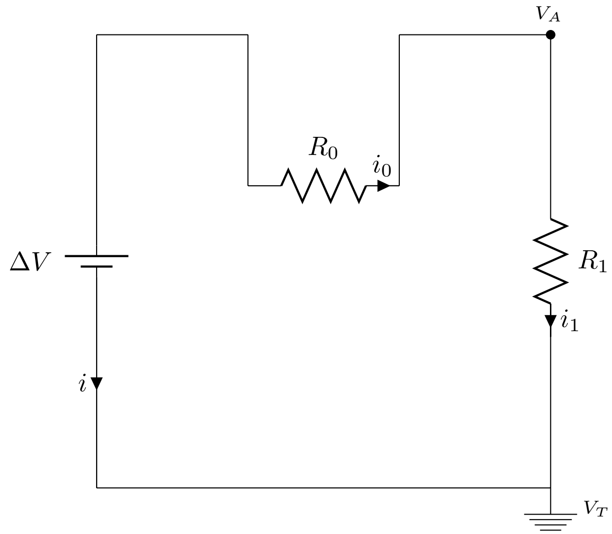


Figura 11.5: *[t_0 aperto; t_1 chiuso; t_2 aperto]*

Per cui avremo che la resistenza totale del circuito vale

$$R_{tot} = R_0 + R_1 = 48\,\Omega$$

Essendoci di fatto solo una maglia, tutte le correnti devono necessariamente essere uguali

$$i = i_0 = i_1 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 5\,Ampere$$

Per trovare il potenziale nel punto A possiamo partire dalla terra e seguire sia il percorso che passa dal generatore, sia il percorso opposto

$$V_A = V_T + \Delta V - R_0 i_0 = 0\,Volt + 240\,Volt - 180\,Volt = 60\,Volt$$

4. -[t_0 chiuso; t_1 chiuso; t_2 aperto]- in questo caso il circuito risulta essere:

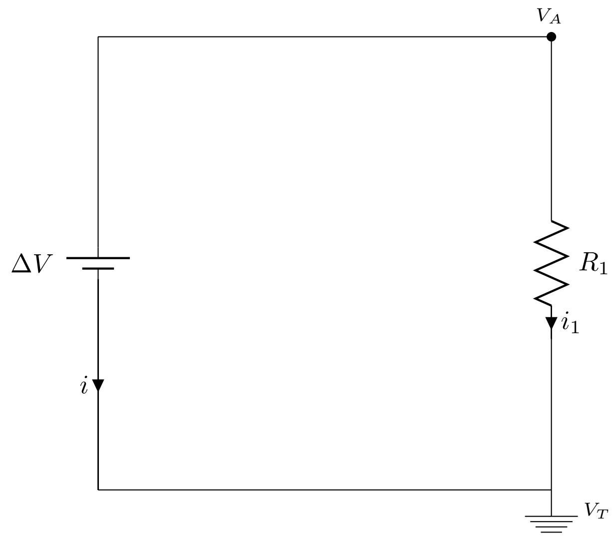


Figura 11.6: *[t_0 chiuso; t_1 chiuso; t_2 aperto]*

In questo caso

$$i = i_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{20}{3}\,\Omega$$
$$V_A = V_T + \Delta V = 240\,V$$

5. -[t_0 aperto; t_1 aperto; t_2 chiuso]- in questo caso il circuito risulta essere:

Anche in questo caso c'è soltanto una maglia e quindi avremo

$$R_{tot} = R_0 + R_2 + R_3 = 60\,\Omega$$
$$i = i_0 = i_2 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 4\,Ampere$$

Il potenziale nel punto A vale

$$V_A = V_T + \Delta V - R_0 i_0 = 96\,V$$

Il potenziale nel punto B vale

$$V_B = V_A - R_2 i_2 = 72\,V$$

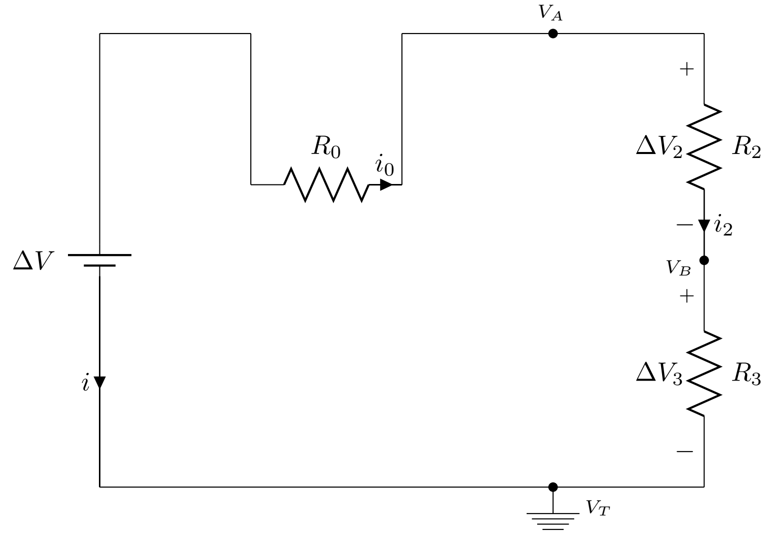


Figura 11.7: *[t_0 aperto; t_1 aperto; t_2 chiuso]*

6. -[t_0 chiuso; t_1 aperto; t_2 chiuso]- in questo caso il circuito risulta essere:

In questo circuito c'è una sola maglia, per cui

$$R_{tot} = R_2 + R_3 = 24\,\Omega$$
$$i = i_2 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 10\,Ampere$$
$$V_A = V_T + \Delta V = 240\,V$$
$$V_B = V_T + \Delta V - R_2 i_2 = 180\,V$$

7. -[t_0 aperto; t_1 chiuso; t_2 chiuso]- in questo caso il circuito risulta essere:

In questo circuito abbiamo due rami del circuito in parallelo tra di loro, mentre le resistenze R_2 ed R_3 sono in serie tra di loro. La resistenza R_0 è in serie con il resto del circuito

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 24\,\Omega$$

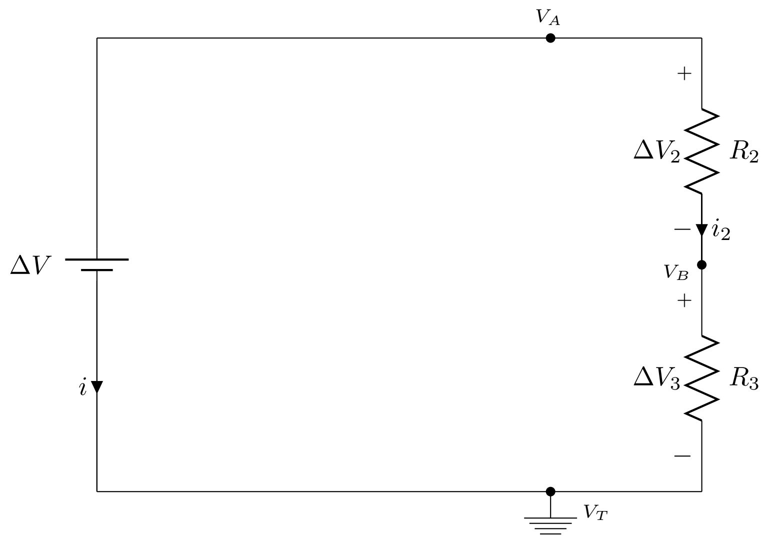


Figura 11.8: *[t_0 chiuso; t_1 aperto; t_2 chiuso]*

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}}$$

$$R_{123} = \frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} = 8\,\Omega$$

$$R_{tot} = R_0 + R_{123} = 44\,\Omega$$

$$i = i_0 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = \frac{60}{11}\,Ampere$$

$$V_A = V_T + \Delta V - R_0 i_0 = \frac{480}{11}\,V \sim 43,64\,V$$

$$i_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = \frac{V_A - V_T}{R_1} \sim 3,64\,A$$

$$i_2 = \frac{\Delta V_{23}}{R_{23}} = \frac{V_A - V_T}{R_{23}} \sim 4,36\,A$$

$$V_B = V_A - R_2 i_2 = 21,83\,V$$

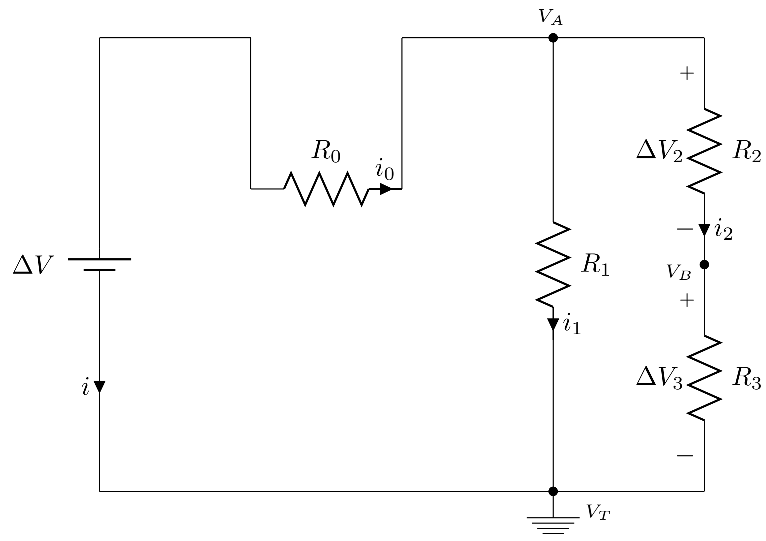


Figura 11.9: *[t_0 aperto; t_1 chiuso; t_2 chiuso]*

8. -[t_0 chiuso; t_1 chiuso; t_2 chiuso]- in questo caso il circuito risulta essere:

   In questo circuito abbiamo due rami del circuito in parallelo tra di loro, mentre le resistenze R_2 ed R_3 sono in serie tra di loro

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 24\,\Omega$$

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}}$$

$$R_{tot} = \frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} = 8\,\Omega$$

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 30\,Ampere$$

$$V_A = V_T + \Delta V = 240\,V$$

$$i_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = \frac{V_A - V_T}{R_1} = 20\,Ampere$$

$$i_2 = \frac{\Delta V_{23}}{R_{23}} = \frac{V_A - V_T}{R_2 + R_3} = 10\,Ampere$$

$$V_B = V_A - R_2 i_2 = 180\,V$$

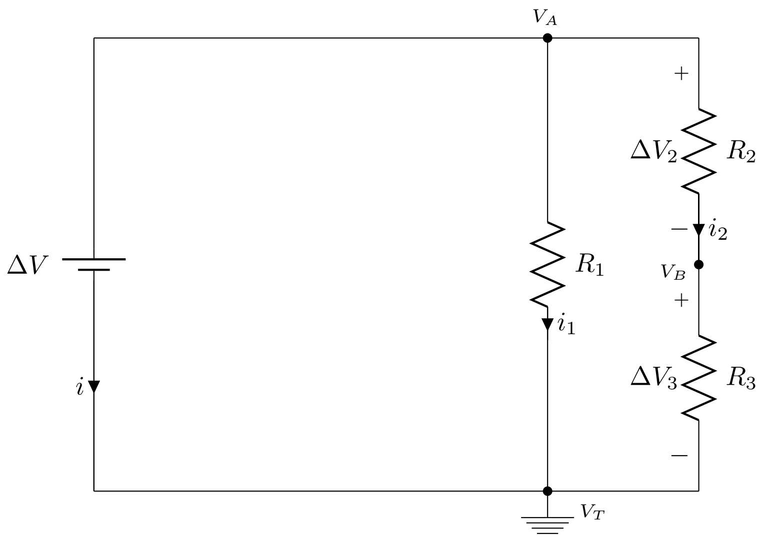


Figura 11.10: *[t_0 chiuso; t_1 chiuso; t_2 chiuso]*

É evidente che il funzionamento del circuito varia notevolmente a seconda di quali interruttori sono stati effettivamente chiusi. In particolare nel caso l'interruttore t_0 sia aperto, il potenziale V_A dipende dalla configurazione degli interruttori.

Problema di: Elettromagnetismo - $E0007$

Testo *[E0007]* Disegna sul tuo foglio un campo elettrico $\vec{E}$ uniforme verso destra ed uno magnetico uniforme $\vec{B}$ verticale entrante nel foglio. Disegna adesso un elettrone che si muove parallelo al vostro foglio e verso l'alto. A quale velocità deve andare affichè si muova con velocità costante?

Spiegazione L'elettrone, muovendosi sia in un campo elettrico che in un campo magnetico, subisce due forze. Tali forze, vista la posizione dei vettori, sono tra loro opposte. Affinchè l'elettrone viaggi con velocità costrante, le due forze opposte devono essere uguali.

Svolgimento Chiamiamo e la carica elettrica dell'elettrone. La forza elettrica vale

$$F = e \cdot E$$

La forza magnetica vale

$$F = e \cdot V \cdot B$$

per cui

$$e \cdot E = e \cdot V \cdot B$$

$$V = \frac{E}{B}$$

Problema di: Elettromagnetismo - $E0008$

Testo *[E0008]* Quattro cariche elettriche identiche, tutte positive del valure $q = 4\,\mu C$ si muovono sul tuo foglio, come mostrato in figura, lungo un percorso circolare di raggio $r = 10\,cm$ e con velocità $V = 10\,\frac{m}{s}$. Quanto vale e dove è diretto il campo magnetico che generano nel centro della spira? Quanto vale la forza magnetica che subisce una carica negativa che entra perpendicolarmente al tuo foglio?

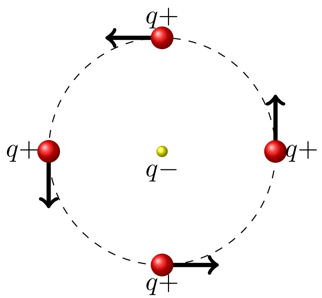


Figura 11.11: *Figura esercizio E0008*

Spiegazione Ogni carica elettrica che si muove emette un campo magnetico; una carica elettrica che si muove in un campo magnetico subisce una forza. In questo esercizio quattro cariche positive si muovono e generano nel punto centrale un campo magnetico. Tale campo interagirà poi con la carica elettrica negativa generando su di essa una forza. per risolvere l'esercizio bisogna prima calcolarci i campi generati dalle quattro cariche, sommarli, ed infine calcolarci la forza magnetica sulla carica negativa.

Svolgimento Prendiamo in considerazione la prima carica: Con la regola della mano destra determiniamo che il campo magnetico generato nel centro del cerchio è un vettore perpendicolare al foglio e che esce dal foglio. Il valore è

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{V \cdot sen(\alpha)}{r^2}$$

$$B = 10^{-7}\frac{Tsm}{C} \cdot 4\,\mu C \frac{10\,\frac{m}{s} \cdot sen(90°)}{0,01\,m^2} = 4 \cdot 10^{-4}T$$

Se adesso consideriamo le altre tre cariche notiamo che esse generano campi magnetici assolutamente identici. Il campo magnetico totale nel centro del percorso circolare sarà quindi quattro volte quello della singola carica

$$B = 1,6 \cdot 10^{-3}T$$

Per quanto riguarda la forza sulla carica negativa, per prima cosa dobbiamo notare che la velocità della carica è un vettore parallelo al campo magnetico che abbiamo calcolato. Per questo motivo la formula della forza magnetica

$$F = qVBsen(\alpha)$$

ci dice che la forza risulta nulla in quanto $sen(0°) = 0$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Elettromagnetismo - $E0009$

Testo *[E0009]* Due cariche elettriche $Q_1 = 4\mu C$ e $Q_2 = -4\mu C$ si trovano su di una linea orizzontale alla disanza $d = 2\,m$. Sulla stessa linea, ad altri due metri dalla carica negativa, una carica di prova $q_3 = -2\mu C$. Quanto vale il campo elettrico totale sulla carica q_3? Quanto vale la forza che subisce la carica q_3.

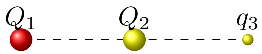


Figura 11.12: *Figura esercizio E0009*

Spiegazione Ogni carica elettrica emette un campo elettrico; una carica elettrica immersa in un campo elettrico subisce una forza. In questo esercizio dobbiamo calcolare il campo elettrico emesso dalle due cariche nel punto in cui metto la carica di prova. Successivamente ci calcoliamo la forza esercitata sulla carica di prova.

Svolgimento Prendiamo in considerazione la prima carica: Essa genera sulla carica di prova un campo

$$E_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\frac{4\cdot 10^{-6}C}{16\,m^2} = 2,25\cdot 10^3\,\frac{N}{C}$$

Prendiamo in considerazione la seconda carica: Essa genera sulla carica di prova un campo

$$E_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\frac{4\cdot 10^{-6}C}{4\,m^2} = 9\cdot 10^3\,\frac{N}{C}$$

Essendo i due vettori opposti, la loro somma sarà

$$E_{tot} = E_2 - E_1 = 6,75\cdot 10^3\,\frac{N}{C}$$

La forza che la carica di prova subisce vale

$$F = q_3 E_{tot} = 2\cdot 10^{-6}C\cdot 6,75\cdot 10^3\,\frac{N}{C} = 13,5\cdot 10^{-3}\,N$$

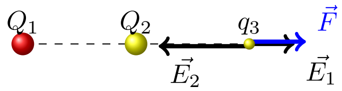


Figura 11.13: *Figura esercizio E0009*

Problema di: Elettrotecnica - $E0010$

Testo *[E0010]* Un impianto elettrico è alimentato da una tensione $\Delta V = 220\,V$. Per rispettare il contratto di fornitura, l'alimentazione viene staccata quando nel circuito entra una corrente maggiore di $I_{max} = 15\,A$. Se nella casa sono accesi una lavatrice di potenza $P_{lav} = 1,5\,kW$, due stufe elettriche di potenza $P_s = 700\,W$ ed un televisore di potenza $P_t = 200\,W$, quante lampadine da $P_l = 30\,W$ possono ancora accendere?

Spiegazione In questo circuito elettrico abbiamo un generatore da $\Delta V = 220\,V$ che al massimo può erogare una corrente $I_{max} = 15\,A$. C'è quindi un limite alla massima potenza erogabile. Se la somma di tutte le potenze degli utilizzatori (lavatrice, stufette, televisore e lampadine) è superiore alla potenza massima erogabile, il circuito si stacca.

Svolgimento La potenza massima erogabile è

$$P_{max} = \Delta V\cdot I_{max} = 3300\,W$$

La potenza dei vari utilizzatori, escluse le lampadine, è

$$P = P_{lav} + P_t + 2 * P_s = 1500\,W + 200\,W + 1400\,W = 3100\,W$$

La potenza disponibile per le lampadine, ed il numero di lampadine che posso accendere sono quindi

$$P_{disp} = P_{max} - P = 200\,W$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

$$n = \frac{P_{disp}}{P_l} = 6,67$$

Questo sinifica che posso accendere $n = 6$ lampadine e non sette.

Problema di: Elettrostatica - $E0011$

Testo *E0011* Tre sfere conduttrici identiche hanno carica elettrica rispettivamente $Q_1 = 12\,\mu C$ e $Q_2 = Q_3 = 0$. La prima sfera sarà messa a contatto con la seconda e poi da essa separata. La seconda spera sarà infine messa a contatto con la terza e poi separata. Quale sarà la carica elettrica della terza sfera?

Spiegazione Elettrizzazione per contatto. La prima sfera carica la seconda e poi la seconda carica la terza.

Svolgimento Quando le prime due sfere si toccano, essendo conduttori identici, si dividono la carica elettrica, quindi:

$$Q_{1'} = Q_{2'} = 6\,\mu C$$

Quando la seconda sfera tocca la terza, essendo conduttori identici, si dividono la carica elettrica, quindi:

$$Q_{2''} = Q_{3''} = 3\,\mu C$$

Problema di: Elettrostatica - $E0012$

Testo *[E0012]* Un elettrone si muove con un'energia $E = 3000\, eV$ perpendicolarmente al campo magnetico terrestre $B = 50\, \mu T$. Quanto vale la forza magnetica che subisce?

Spiegazione Forza magnetica su di una carica in moto. In questo esercizio una carica si muove dentro un campo magnetico e di conseguenza subisce una forza. E' sufficiente quindi utilizzare la formula opportuna.

Svolgimento La forza subita dalla particella è

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot \sin \alpha$$

L'angolo $\alpha = 90°$ in quanto la particella si muove perpendicolarmente al campo magnetico e quindi $\sin \alpha = 1$. La carica $q = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ è la carica dell'elettrone Il campo magnetico B è un dato del problema. Per poter utilizzare la formula bisogna solo più determinare la velocità della particella conoscendone l'energia. L'energia della particella è

$$E = 3000\, eV = 3000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\, J = 4,8 \cdot 10^{-16}\, J$$

Dall'energia cinetica $E_c = \frac{1}{2} m V^2$ ricavo poi la velocità della particella.

$$V = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,8 \cdot 10^{-16}\, J}{9,1 \cdot 10^{-31}\, kg}} = 3,25 \cdot 10^{7}\, \frac{m}{s}$$

Infine troviamo la forza che agisce sulla particella

$$F = 1,6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 3,25 \cdot 10^{7}\, \frac{m}{s} \cdot 50 \cdot 10^{-6}\, T$$

$$F = 2,6 \cdot 10^{-16}\, N$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Elettrostatica - $E0013$

Testo *[E0013]* Una lampadina di resistenza $R_1 = 48\, \Omega$ è montata in serie con una seconda resistenza R_2. Il circuito è alimentato con una batteria $\Delta V = 12\, Volt$. Quanto deve valere R_2 affinchè la potenza dissipata dalla lampadina sia $P_1 = 2\, W$?

Spiegazione Il circuito elettrico è formato da due resistenze in serie alimentate da una batteria. Per risolvere il problema semplicemente si utilizzano in sequenza le equazioni che descrivono i circuiti.

Svolgimento Cominciamo con il determinare la corrente elettrica che vogliamo far passare attraverso la lampadina visto che conosciamo la potenza che vogliamo sia assorbita da tale lampadina possiamo utilizzare la formula per l'effetto Joule.

$$P = Ri^2 \;\Leftarrow\; i = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = 0,2\, A$$

La differenza di potenziale agli estremi della lampadina è quindi

$$\Delta V_1 = R_1 \cdot i = 9,8\, V$$

La differenza di potenziale agli estremi della resistenza R_2 sarà quindi

$$\Delta V_2 = \Delta V - \Delta V_1 = 2,2\, V$$

Possiamo adesso calcolare la resistenza R_2

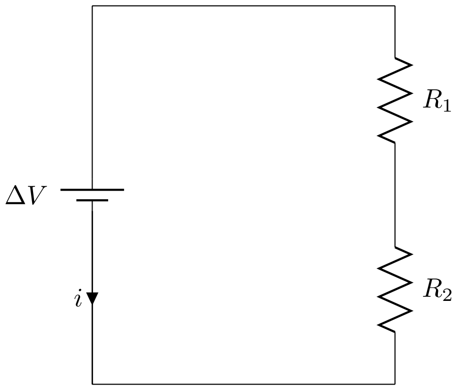
$$R_2 = \frac{\Delta V_2}{i} = \frac{2,2\, V}{0,2\, A} = 11\, \Omega$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Elettrostatica - $E0014$

Testo *E0014* Una lampadina da $24\,V$; $6\,W$ è collegata ad una batteria con dei cavi elettrici di rame di resistività $\rho = 0,17 \cdot 10^{-7}\,\Omega m$ e di sezione $S = 0,1\,mm^2$. Il circuito è alimentato con una batteria $\Delta V = 24\,Volt$. Quanto deve essere lungo il filo affinche la potenza dissipata dalla lampadina sia $P = 5\,W$?

Spiegazione Il circuito elettrico è formato da due resistenze in serie alimentate da una batteria. Per risolvere il problema semplicemente si utilizzano in sequenza le equazioni che descrivono i circuiti. Indichiamo con R_1 la lampadina e con R_2 la resistenza del filo.



Svolgimento Cominciamo con il determinare la resistenza della lampadina a partire dai dati tecnici del costruttore.

$$R_1 = \frac{\Delta V_1^2}{P_1} = \frac{(24\,V)^2}{6\,W} = 96\,\Omega$$

Determiniamo ora la corrente elettrica che vogliamo far passare attraverso la lampadina, visto che conosciamo la potenza che vogliamo sia assorbita da tale lampadina.

$$i = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{5\,W}{96\,\Omega}} = 0,23\,A$$

La differenza di potenziale agli estremi della lampadina è quindi

$$\Delta V_1 = R_1 \cdot i = 96\,\Omega \cdot 0,23\,A = 21,9\,V$$

La differenza di potenziale agli estremi della resistenza R_2 sarà quindi

$$\Delta V_2 = \Delta V - \Delta V_1 = 2,1\,V$$

Possiamo adesso calcolare la resistenza R_2

$$R_2 = \frac{\Delta V_2}{i} = \frac{2,1\,V}{0,23\,A} = 9,1\,\Omega$$

Utilizzando la seconda legge di Ohm troviamo infine la lunghezza del filo

$$l = \frac{R_2 \cdot S}{\rho} = \frac{9,1\,\Omega \cdot 10^{-7}\,m^2}{0,17 \cdot 10^{-7}\,\Omega m} = 53,7\,m$$

Problema di: Elettrotecnica - $E0015$

Testo *[E0015]* Due lampadine identiche $R = 120\,\Omega$ sono alimentate da un generatore di tensione $\Delta V = 12\,V$. Calcola la corrente che le attraversa nel caso siano montate in serie e nel caso siano montate in parallelo. In quale caso le lampadine risulteranno più luminose?

Spiegazione In questo esercizio dobbiamo semplicemente calcolare la corrente che passa in due differenti circuiti e vedere in quale dei due le lampadine sono attraversate da una maggiore corrente. Per risolvere l'esercizio servirà unicamente la prima legge di Ohm e le regole per le resistenze in serie ed in parallelo.

Svolgimento

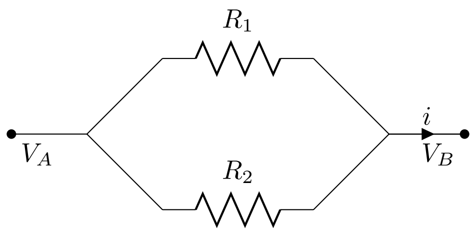
Resistenze in serie La corrente che esce dal generatore attraversa tutta la prima resistenza e successivamente la seconda resistenza. Chiamando i_1 la corrente per la prima resistenza e i_2 la corrente per la seconda resistenza avremo:

$$R_{tot} = R_1 + R_2 = 2R = 240\,\Omega$$

$$i_{tot} = i_1 = i_2 = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 0,05\,A = 50\,mA$$

Resistenze in parallelo La corrente che esce dal generatore si divide metà sulla prima resistenza e metà sulla seconda resistenza. Ogni resistenza ha ai suoi estremi la stessa differenza di potenziale ΔV. Chiamando i_1 la corrente per la prima resistenza e i_2 la corrente per la seconda resistenza avremo:

$$i_1 = \frac{\Delta V}{R} = 0,1\,A = 100\,mA$$



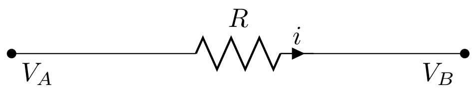
Conclusioni Montando le due lampadine in parallelo esse sono attraversate da una maggiore corrente e quindi si illuminano di più.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Elettrotecnica - $E0016$

Testo *E0016* Nel ramo di circuito in figura, viene montata una lampadina di resistenza $R = 6\,\Omega$; le tensioni sui due morsetti sono $V_A = 28\,V$ e $V_B = 4\,V$. Il costo dell'energia è $C = 0,18\,\frac{€}{kWh}$. Quanto spendo per tenere la lampadina accesa un tempo $\Delta t = 4\,h$? Quanta carica elettrica ha attraversato la resistenza in questo intervallo di tempo?

Spiegazione In questo ramo di circuito dobbiamo calcolarci la corrente che attraversa la resistenza, quindi la potenza dissipata dalla resistenza, quindi l'energia dissipata nel tempo indicato, quindi il costo di tale energia. Avendo il valore della corrente e del tempo possiamo sapere quanta carica ha attraversato la resistenza.



Svolgimento La corrente e la carica che attraversano la resistenza sono

$$i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{24\,V}{6\,\Omega} = 4\,A$$

$$\Delta Q = i \cdot \Delta t = 4\,A \cdot 4\,h = 16\,Ah = 57600\,As = 57600\,C$$

La potenza dissipata, l'energia consumata ed il suo costo D sono

$$P = R \cdot i^2 = 6\,\Omega \cdot 16\,A^2 = 96\,W$$

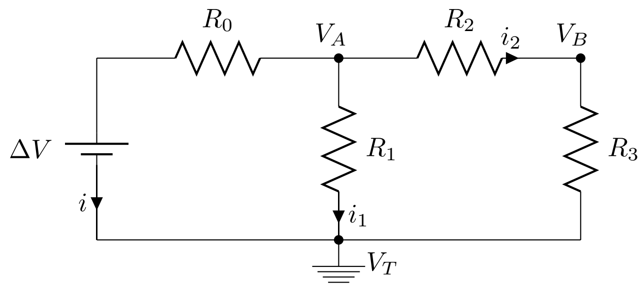
$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 96\,W \cdot 4\,h = 384\,Wh = 0,384\,kWh$$

$$D = \Delta E \cdot C = 0,384\,kWh \cdot 0,18\,\frac{€}{kWh} = 0,06912\,€$$

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Elettrotecnica - $E0017$

Testo *[E0017]* Nel circuito in figura $R_0 = 4\,k\Omega$, $R_1 = 3\,k\Omega$, $R_2 = 4\,k\Omega$, $R_3 = 2\,k\Omega$, $\Delta V = 12\,V$, $V_T = 0\,V$. Calcola la resistenza totale R_{tot}, la corrente i in uscita dal generatore, il valore di tensione V_A nel punto A. Verificato che $V_A = 4\,V$, calcola poi le correnti i_1 e i_2 nei due rami senza il generatore, e il valore di tensione V_B nel punto B.



Spiegazione In questo circuito abbiamo solo un generatore di tensione continua ed una serie di resistenze. Le uniche formule di cui abbiamo quindi bisogno sono la prima legge di Ohm e le formule per sommare le resistenze in serie ed in parallelo. In questi circuiti si parte sempre con il determinare la resistenza totale del circuito e la corrente in uscita dal generatore. Successivamente si deve ragionare per trovare i valori di potenziale in ogni punto e le correnti in tutti i vari rami.

Svolgimento La resistenza nel secondo ramo è $R_{23} = R_2 + R_3 = 6\,k\Omega$

R_{23} è in parallelo con R_1 e quindi la resistenza equivalente sarà:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{2\,k\Omega}$$

$$R_{123} = 2\,k\Omega$$

I due rami tra loro in parallelo, sono in serie con la resistenza R_0

$$R_{tot} = R_0 + R_{123} = 6\,k\Omega$$

La corrente in uscita dalla batteria sarà quindi

$$i = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = 2\,mA$$

Il valore del potenziale nel punto A sarà

$$V_A = V_T + \Delta V - R_0 i = 0\,V + 12\,V - 4\,k\Omega \cdot 2\,mA = 4\,V$$

La corrente che passa nel primo ramo sarà

$$i_1 = \frac{\Delta V_{AT}}{R_1} = \frac{4}{3}\,A$$

La corrente che passa nel secondo ramo sarà

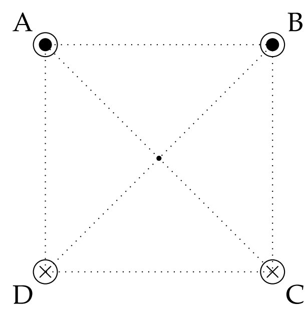
$$i_2 = \frac{\Delta V_{AT}}{R_{23}} = \frac{2}{3}\,A$$

Il potenziale nel punto B sarà

$$V_B = V_A - R_2 \cdot i_2 = 4\,V - 4\,k\Omega \cdot \frac{2}{3}\,A = \frac{4}{3}\,V$$

Problema di: Elettromagnetismo - $E0018$

Testo *[E0018]* Sono dati quattro lunghi fili conduttori A, B, C e D percorsi da una corrente $i = 10\,A$ e disposti tra loro parallelamente; essi sono perpendicolari ad un piano (per esempio quello del tuo foglio). I quattro fili intersecano il piano in quattro punti disposti ai vertici di un quadrato di lato $l = 5\,m$, come mostrato in figura. Le correnti di A e B escono dalla superficie, quelle dei fili C e D entrano nella superficie. Calcolare il campo magnetico prodotto dai quattro fili nel punto centrale del quadrato.



Spiegazione Cominciamo con l'osservare che il problema mi chiede il campo magnetico prodotto dai quattro fili in un certo punto dello spazio. E' sicuramente vero che tra i fili si esercitano delle forze, ma questo fenomeno non è l'oggetto di studio in questo esercizio. Dal momento che tutti i fili sono rettilinei e *lunghi*, allora la legge per calcolarsi i campi magnetici prodotti è la legge di Biot-Savart

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}$$

dove r è la distanza del punto in analisi dal filo conduttore, corrispondente a metà della lunghezza della diagonale del quadrato. Ogni filo genererà un suo campo magnetico; nel punto in analisi il campo magnetico totale sarà la somma vettoriale dei campi magnetici dei singoli fili.

Svolgimento Prima di eseguire ogni tipo di conto cominciamo con l'osservare che il centro del quadrato è equidistante da tutti i vertici e che in tutti i fili scorre la stessa corrente elettrica. Per questo motivo il modulo dei campi magnetici dei vari fili è necessariamente uguale.

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{l\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{i}{l\sqrt{2}}$$

Lo stesso ragionamento non possiamo farlo per la direzione ed il verso dei quattro campi magnetici e dobbiamo necesariamente farci un disegno per capire come sono disposti i quattro vettori $\vec{B}_i$. Il disegno in figura 11.14 mostra la disposizione dei quattro campi magnetici.

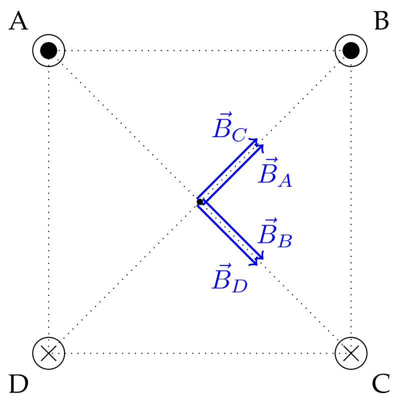


Figura 11.14: *I quattro vettori $\vec{B}_i$ generati dai quattro fili. I vettori $\vec{B}_A$ e $\vec{B}_C$ sono perfettamente sovrapposti l'uno sull'altro. In questo schema sono stati disegnati affiancati per meglio far comprendere la loro effettiva diposizione; lo stesso vale per i vettori $\vec{B}_B$ e $\vec{B}_D$.*

Come potete vedere i quattro campi magnetici sono disposti a due a due paralleli e nello stesso verso. Procediamo adesso a svolgere la somma dei vettori, per cui, come mostrato in figura 11.15, avremo che

$$B_1 = B_A + B_C = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{\sqrt{2}i}{l}$$

$$B_2 = B_B + B_D = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{\sqrt{2}i}{l}$$

Dobbiamo adesso sommare i vettori $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$

Esendo essi disposti sulle diagonali del quadrato, ne consegue che tra loro sono perpendicolari, quindi la risultante sarà

$$B_{tot} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{2i}{l}$$

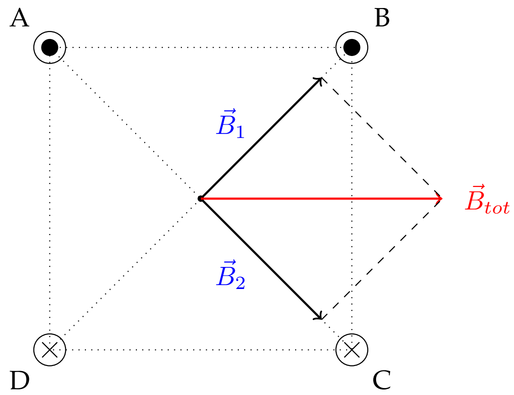


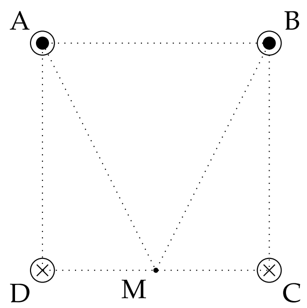
Figura 11.15: *I vettori $\vec{B}_1 = \vec{B}_A + \vec{B}_C$ e $\vec{B}_2 = \vec{B}_B + \vec{B}_D$. Il vettore in rosso rappresenta la somma dei quattro vettori $\vec{B}_{tot} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$*

Mettendo i valori avremo

$$B_{tot} = \frac{4\pi 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}}{\pi}\frac{20\,A}{5\,m} = 16\cdot 10^{-7}\,T$$

Problema di: Elettromagnetismo - $E0019$

Testo *[E0019]* Sono dati quattro lunghi fili conduttori A, B, C e D percorsi da una corrente $i = 10\,A$ e disposti tra loro parallelamente; essi sono perpendicolari ad un piano (per esempio quello del tuo foglio). I quattro fili intersecano il piano in quattro punti disposti ai vertici di un quadrato di lato $l = 5\,m$, come mostrato in figura. Le correnti di A e B escono dalla superficie, quelle dei fili C e D entrano nella superficie. Calcolare il campo magnetico prodotto dai quattro fili nel punto medio del segmento $\overline{CD}$.



Spiegazione Cominciamo con l'osservare che il problema mi chiede il campo magnetico prodotto dai quattro fili in un certo punto dello spazio. E' sicuramente vero che tra i fili si esercitano delle forze, ma questo fenomeno non è l'oggetto di studio in questo esercizio. Dal momento che tutti i fili sono rettilinei e *lunghi*, allora la legge per calcolarsi i campi magnetici prodotti è la legge di Biot-Savart

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}$$

dove r è la distanza del punto in analisi dal filo conduttore. Ogni filo genererà un suo campo magnetico; nel punto in analisi il campo magnetico totale sarà la somma vettoriale dei campi magnetici dei singoli fili.

Svolgimento Cominciamo con il disegnare i quattro campi magnetici generati dai quattro fili; il disegno in figura 11.16 mostra la disposizione dei quattro campi magnetici.

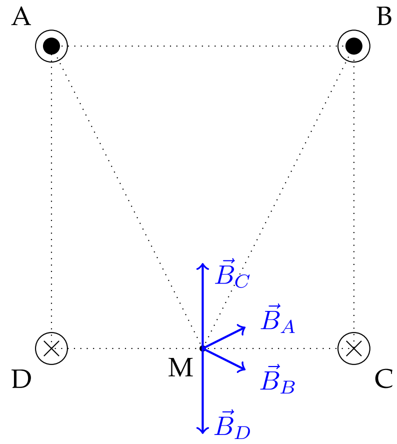


Figura 11.16: *I quattro vettori $\vec{B}_i$ generati dai quattro fili. $\vec{B}_C$ e $\vec{B}_D$ i cancellano tra loro.*

Come potete vedere i campi magnetici $\vec{B}_C$ e $\vec{B}_D$ sono uguali e opposti. Il fatto che siano opposti lo si vede dalla geometria del problema; il fatto che siano uguali lo si vede dal fatto che il punto analizzato è equidistante dai due fili C e D nei quali scorre la stessa corrente.

Prima di procedere con la somma dei due vettori rimanenti, consideriamo il triangolo DAM. Si ha che

$$D\hat{A}M = \arctan\frac{\overline{DM}}{\overline{AD}} = \arctan 0,5$$

Procediamo adesso a svolgere la somma dei due vettori rimanenti. Oservando la figura 11.15, avremo che l'angolo tra il vettore $\vec{B}_A$ e il segmento $\overline{CD}$, esattamente come l'angolo tra il vettore $\vec{B}_B$ e il segmento $\overline{CD}$ è

$$\alpha = D\hat{A}M = \arctan 0,5$$

L'angolo DAM è cioè uguale all'angolo che il vettore $\vec{B}_A$ forma con il segmento $\overline{CD}$. Lo si può vedere dal fatto che la direzione di $\vec{AD}$ ruotata di un angolo $D\hat{A}M$ councide con la direzione di $\vec{AM}$ e quindi un vettore orizzontale perpendicolare a $\vec{AD}$ ruotato dello stesso angolo deve avere la stessa direzione di $\vec{B}_A$ che sappiamo essere perpendicolare a $\vec{AM}$.

Il vettore somma $\vec{B}_{tot}$ coinciderà con la somma delle componenti orizzontali di $\vec{B}_A$ e $\vec{B}_B$ in quanto le loro componenti verticali si annullano tra loro.

$$B_{tot} = 2 \cdot B_A \cdot \cos\alpha = 2 \cdot B_A \cdot \cos(\arctan 0,5) = \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot B_A$$

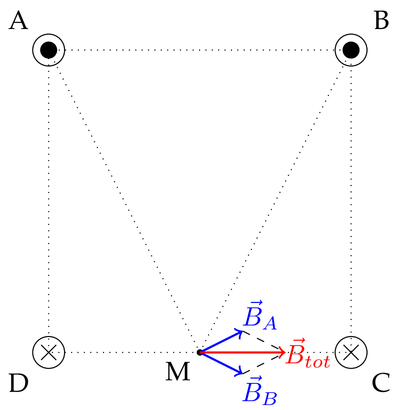


Figura 11.17: *Il vettore in rosso rappresenta la somma dei quattro vettori* $\vec{B}_{tot} = \vec{B}_A + \vec{B}_B$

Il modulo del vettor $\vec{B}_A$ lo calcolo con la legge di Biot-Savart

$$B_A = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{\sqrt{\frac{l^2}{4}+l^2}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{l\sqrt{\frac{5}{4}}} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{i}{l\sqrt{5}}$$

$$B_A = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}}{\pi}\frac{10\,A}{5\,m\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot 10^{-7}\,T$$

Mettendo i valori avremo

$$B_{tot} = \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot 10^{-7}\,T \cdot = 6,4 \cdot 10^{-7}\,T$$

Problema di: Elettromagnetismo - $E0020$

Testo *[E0020]* Un lungo filo orizzontale trasporta una corrente $i = 60\,A$. Un secondo filo costituito di rame (densità $\rho = 8930\frac{kg}{m^3}$), avente il diametro $d = 3,00\,mm$ e percorso da una corrente, è mantenuto sospeso in equilibrio sotto il primo filo. Se i due fili si trovano a una distanza di $h = 5,0\,cm$, determina il verso di circolazione e l'intensità della corrente che percorre il secondo filo affinchè esso rimanga in sospensione sotto il primo filo.

Spiegazione L'esercizio parla di un filo in equilibrio; questo significa che la somma di tutte le forze che agiscono sul filo è nulla. In questo caso bisogna eguagliare la forza di gravità sul filo con la forza di attrazione magnetica tra i due fili.

Svolgimento Chiamiamo il filo superiore a e quello inferiore b. Cominciamo con il determinare il verso della corrente nel filo b. Visto che la forza di gravità attrae il filo verso il basso, l'attrazione magnetica deve essere verso l'alto. Questo accade se le correnti nei due fili sono concordi, in modo che la forza magnetica sia rivolta verso l'alto.

Detto questo bisogna impostare la condizione di equilibrio[1]

$$F_g = F_m$$
$$m \cdot g = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_a \cdot i_b}{h} L$$

la massa m del filo inferiore, visto che ne conosciamo il materiale, la possiamo scrivere in funzione della densità del filo; quindi $m = \rho \dot{\pi} r^2 \cdot L = \rho \frac{\pi d^2}{4} L$ Per cui, indicando con L la grenerica lunghezza del filo inferiore, avremo

$$\rho \frac{\pi d^2}{4} Lg = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_a \cdot i_b}{h} L$$

$$i_b = \frac{\rho \pi^2 d^2 hg}{2\mu_0 i_a}$$

[1]La stada più semplice è in generale quella di disegnare i vettori con il verso giusto e poi scrivere l'equazione in forma scalare.

$$i_b = \frac{8930\,\frac{kg}{m^3} \cdot \pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 0,05\,m \cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}}{8 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\frac{mkg}{s^2 A^2} 60\,A}$$

$$i_b = \frac{8930\,kg \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot 0,05 \cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}}{8 \cdot 10^{-7}\,\frac{mkg}{s^2 A} 60}$$

$$i_b = \frac{8930\pi \cdot 9 \cdot 0,05 \cdot 9,81}{480} \cdot 10\,A$$

$$i_b = 2580\,A$$

Questo risultato significa ovviamente che la forza di gravità è troppo intensa per essere equilibrata dalla forza magnetica; infatti la corrente necessaria per farlo vaporizzerebbe il rame del filo scaldandolo per effetto Joule.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Elettromagnetismo - $E0021$

Testo *[E0021]* Un solenoide indefinito è costituito di 800 spire per metro di lunghezza e ha un diametro $d = 20,0\,cm$. All'interno del solenoide un protone si muove di moto spiraliforme con velocità di modulo $V = 2,00 \cdot 10^5\,\frac{m}{s}$ e direzione inclinata di un angolo $\alpha = 30°$ rispetto all'asse del solenoide. Calcola la minima intensità di corrente che deve circolare nel solenoide se si vuole che il protone lo percorra senza mai urtare le sue pareti.

Spiegazione Un protone si muove in un campo magnetico uniforme descrivendo una traiettoria spiraliforme. Visto che il campo magnetico è generato da un solenoide, allora il raggio del moto del protone deve essere minore del raggio della spira.

Svolgimento La componente della velocità che contribuisce a generare un moto circolare è

$$V_\perp = V \sin\alpha$$

Il raggio del moto perpendicolare al campo magnetico lo si ottiene eguagliando la forza centripeta con la forma magnetica, per cui

$$F_m = qVB\sin\alpha = m\frac{V^2\sin^2\alpha}{r} = F_c$$

da cui

$$r = \frac{mV\sin\alpha}{qB}$$

Il campo magnetico generato dal solenoide è $B = \mu_0 ni$ dove n è la densità di spire ed i la corrente che lo attraversa. Quindi

$$r = \frac{mV\sin\alpha}{q\mu_0 ni}$$

Imponiamo adesso la condizione del problema

$$r < \frac{d}{2}$$

da cui

$$\frac{mV\sin\alpha}{q\mu_0 ni} < \frac{d}{2}$$

$$\frac{q\mu_0 ni}{mV\sin\alpha} > \frac{2}{d}$$

$$i > \frac{2mV\sin\alpha}{\mu_0 qnd}$$

Svolgendo ora i conti

$$i > \frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 2,00 \cdot 10^5\,\frac{m}{s} \cdot 0,5}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{kg\,m}{s^2A^2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 800\,\frac{1}{m} \cdot 0,2\,m}$$

$$i > \frac{1,67\,\frac{kg\,m}{s}}{4\pi \cdot 1,6\frac{kg\,m\,C}{s^2A^2} \cdot 80} \cdot 10^4$$

$$i > \frac{1,67}{512\pi} \cdot 10^3 A = 10,4\,A$$

Il risultato evidenzia come, tanto maggiore è la corrente nel solenoide, tanto maggiore è il campo magnetico prodotto, tanto minore il raggio della traiettoria della particella.

Autore: Andrea de Capoa 17 Feb 2016

Problema di: Cinematica - Elettromagnetismo - $CE0001$

Testo *[CE0001]* Quanto vale il raggio della traiettoria circolare di un elettrone che entra perpendicolarmente in un campo magnetico $B = 10^{-6}\,T$ alla velocità $V = 90000\,\frac{m}{s}$?

Spiegazione Una carica che si muove all'interno di un campo magnetico subisce una forza che, viste le caratteristiche dell'interazione magnetica, è sempre perpendicolare alla velocità della carica. Questa forza è quindi sempe una forza centripeta. La carica si muove quindi di moto circolare uniforme

Svolgimento Per risolvere il problema è sufficiente eguagliare la forza magnetica alla forza centripeta subita dalla particella (indicando con e il valore della carica elettrica dell'elettrone).

$$\frac{mV^2}{r} = eVB$$

da cui

$$r = \frac{mV}{eB} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 9 \cdot 10^4 \frac{m}{s}}{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 10^{-6}\,T} = 51,2 \cdot 10^{-2}\,m$$

Problema di: Cinematica - Elettromagnetismo - $CE0002$

Testo *[CE0002]* Quanto vale la velocità con cui si muove un elettrone all'interno di un atomo di idrogeno?

Spiegazione Assumendo che l'elettrone compia un orbita circolare intorno al nucleo, visto che la forza di tipo centripeto che subisce l'elettrone è la forza di Coulomb, il problema si risolve eguagliando la formula della forza centripeta con la formula della forza di Coulomb

Svolgimento Indicando con e il valore della carica elettrica dell'elettrone, con m_e la sua massa, con V la sua velocità, e con r il raggio dell'atomo, avremo che:

$$\frac{m_e V^2}{r} = \frac{Ke^2}{r^2}$$

da cui

$$V = \sqrt{\frac{Ke^2}{m_e r}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} C)^2}{9.1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 10^{-10}\,m}}$$

$$V = 1.59 \cdot 10^6\,\frac{m}{s}$$

Problema di: Dinamica - Elettromagnetismo - $DE0010$

Testo *[DE0010]* Due cariche elettriche uguali, con eguale carica elettrica e massa, di carica $Q = 4\mu C$ si trovano alla disanza $d = 2\,m$. Quale massa devono avere affinchè l'attrazione gravitazionale tra loro equilibri la repulsione elettrostatica? [$K = 9 \cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}$]

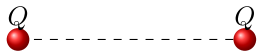


Figura 11.18: *Figura esercizio DE0010*

Spiegazione Tra le due cariche elettriche agiscono due forze: la repulsione dovuta alla forza di Coulomb e l'attrazione gravitazionale dovuta alla loro massa. Si tratta di stabilire quanto deve valere la massa delle due particelle affinchè le due forze, che ovviamente sono opposte, siano anche uguali.

Svolgimento Eguagliando le due forze avremo

$$G\frac{M_1M_2}{d^2} = K\frac{Q_1Q_2}{d^2}$$

Le particelle hanno stessa massa e carica elettrica, quindi $M_1 = M_2 = M$ e $Q_1 = Q_2 = Q$ da cui

$$M^2 = \frac{K \cdot Q^2}{G}$$

$$M = \sqrt{\frac{K \cdot Q^2}{G}} = Q\sqrt{\frac{K}{G}}$$

Mettiamo adesso i valori numerici all'interno della formula

$$M = 4 \cdot 10^{-6} C \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}}{6,67 \cdot 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}}} = 4,65 \cdot 10^4\,kg$$

Il fatto che il valore delle masse sia risultato molto grande è dovuto al fatto che l'interazione gravitazionale è estremamente più debole dell'interazione elettromagnetica.

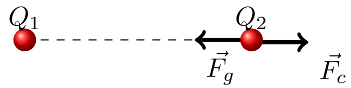


Figura 11.19: *Figura esercizio DE0010*

Problema di: Elettrotecnica - Calorimetria - $EQ0001$

Testo *[EQ0001]* Un riscaldatore elettrico è fatto da resistenza $R = 10\,\Omega$ alimentata da una differenza di potenziale costante $\Delta V = 24\,Volt$. Se immersa in una massa $m = 2\,kg$ di acqua, in quanto tempo la scalda di $\Delta T = 20\,K$? *[Comincia con il calcolare quanta energia deve essere data all'acqua e a disegnare il circuito del riscaldatore.]*

Spiegazione La resistenza, per effetto joule, dissipa calore che, assorbito dall'acqua, la riscalda.

Svolgimento La quantità di calore necessaria a scaldare l'acqua è data da

$$\Delta Q = c_s \cdot m \cdot \Delta T$$

Considerato che tale calore proviene dalla resistenza a causa dell'effetto joule, allora

$$\Delta Q = P \cdot \Delta t \qquad\qquad P = \frac{\Delta V^2}{R}$$

e quindi

$$P \cdot \Delta t = c_s \cdot m \cdot \Delta T$$
$$\frac{\Delta V^2}{R} \cdot \Delta t = c_s \cdot m \cdot \Delta T$$

Possiamo adesso ricavare la soluzione del problema

$$\Delta t = c_s \cdot m \cdot \Delta T \cdot \frac{R}{\Delta V^2}$$

$$\Delta t = 4186\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot 2\,kg \cdot 20\,K \cdot \frac{10\,\Omega}{576\,Volt^2} = 2907\,s$$

Problema di: relatività Ristretta - $R0001$

Testo *[R0001]*

1. Quali sono i due principi su cui si fonda la teoria della relatività ristretta e in che modo essi determinano tale teoria?

2. Sappiamo che con le trasformate di Lorentz la luce ha sempre la stessa velocità in tutti i sistemi di riferimento. Mostra a partire dalle trasformate di Lorentz tale affermazione.

3. Oltre alla velocità della luce, quale grandezza fisica è invariante sotto l'azione delle trasformate di Lorentz?

4. Ridefinendo la massa, si è arrivati a comprenderne la vera natura. Qual è tale natura e come si è arrivati a comprenderla?

5. Cosa si intende per dilatazione dei tempi e contrazione delle distanze?

Spiegazione Utilizzate queste domande come traccia per il vostro studio. Per ogni domanda fornirò una risposta estremamente concisa ma esauriente nei concetti. Dal momento che in un'interrogazione, magari all'esame di maturità, le domande sono spunti per poter parlare in modo approfondito di un argomento, nelle mie risposte vi fornirò anche le indicazioni per gli approfondimenti.

Svolgimento

1. la teoria della relatività si basa sul principio di costanza della velocità della luce e sul principio di relatività ristretta. *[Enunciate i due principi.]* Per rispettare il principio di costanza della velocità della luce è necessario utilizzare le trasformate di Lorentz per passare da un sistema di riferimento ad un'altro. *[Scrivete le trasformate.] [Potete raccontare come esse fossero già state scritte precedentemente ad Einstain ma che solo lui ebbe la capacità di comprenderne il reale significato.]* Accettate tali trasformate, le precedenti leggi fisiche non risultano più in accordo con il principio di relatività, in quanto non risultano invarianti sotto le trasformate di Lorentz. per renderle tali è necessario ridefinire la massa. *[Indicate il modo in cui la massa viene ridefinita.]* Detto questo, all'interno della teoria, la velocità della luce assume un significato molto profondo legato alla struttura dello spazio-tempo; essa è infatti la velocità della causalità, la massima velocità alla quale una informazione può viaggiare attraverso lo spazio. le trasformate di Lorentz di fatto preservano l'ordine degli eventi causalmente connessi.

2. Dalle trasformate di Lorentz è possibile ricavare la legge di composizione delle velocità. *[Scrivete le trasformate di Lorentz e ricavate la legge di composizione delle velocità; per semplicità fatelo solo nel caso unidimensionale.]* Utilizzando tale legge nel caso di due osservatori inerziali che osservano lo stesso raggio di luce, otteniamo sempre la stessa velocità. *[Disegnate i due osservatori ed il raggio di luce; fate i conti.]*

3. La distanza spaziotemporale tra due eventi

$$s^2 = \Delta x^2 - c^2 \Delta t^2$$

è invariante sotto l'azione delle trasformate di Lorentz. Essa stabilisce se due eventi dello spaziotempo possano o meno essere connessi da un rapporto di causa ed effetto. *[Scrivete le trasformate di Lorentz e dimostrare che s^2 è invariante.] [Eseguite l'esperimento concettuale del treno colpito dai due fulmini.]*

4. La ridefinizione della massa ha comportato la ridefinizione di molte grandezze e leggi fisiche, prime tra tutte la quantità di moto ed i principi della dinamica. *[Indicate in che modo tali concetti siano stati ridefiniti.]* A questo punto, calcolandosi il lavoro di una forza su di una particella si ottiene la formulazione dell'energia cinetica della particella come

$$E_{cin} = E_{tot} - E_{riposo}$$

dove l'energia totale della particella in funzione della sua velocità è di fatto equivalente alla sua massa

$$m = \frac{E}{c^2}$$

La massa è quindi il modo in cui si manifesta l'energia confinata in una certa regione di spazio (in questo caso la particella). Questo concetto è comunque ancora più generale, in quanto il discorso non si limita alla sola energia cinetica, ma a tutte le forme di energia presenti in tale regione di spazio.

5. I fenomeni di dilatazione dei tempi e contrazione delle distanze sono una diretta conseguenza dell'utilizzo delle trasformate di Lorentz nel passaggio da un sistema di riferimento inerziale ad un altro. In un certo sistema di riferimento un osservatore fermo misurerà la durata di un fenomeno con il suo orologio ottenendo un certo risultato. Egli è fermo rispetto al fenomeno, cioè vedrà accadere l'inizio e la fine di tale fenomeno nello stesso luogo. Un secondo osservatore, in moto rispetto al primo osservatore, vedrà il fenomeno iniziare e finire in luoghi differenti, e misurerà per la durata dello stesso fenomeno un tempo maggiore di un fattore γ. *[Dimostrate quanto detto con un esperimento teorico.]*

   Analogalmente la distanza tra due punti dello spazio viene misurata in modi differenti da osservatori differenti. Un osservatore fermo rispetto ai due punti dello spazio misurererà una certa distanza tra i punti; un secondo osservatore, in moto rispetto al primo, e che si muove da un punto del segmento all'altro, misurererà una distanza inferiore. *[Eseguite ora i due esperimenti concettuali che mostrano questi fenomeni.]*

Problema di: Meccanica quantistica - $H0001$

Testo *[H0001]* Rispondi alle seguenti domande.

1. Cos'è un corpo nero?
2. Nomina alcuni fenomeni fisici che hanno condotto alla quantizzazione delle onde elettromagnetiche
3. Quale idea innovativa è stata introdotta da Max Plank per spiegare lo spettro di radiazione di corpo nero?
4. Cosa accomuna la descrizione della radiazione di corpo nero e dell'effetto fotoelettrico?
5. Nell'effetto fotoelettrico troviamo l'equazione $E = h\nu - \phi$. Indica il significato di ognuno dei quattro termini presenti.
6. Ipotizziamo di far incidere un'onda elettromagnetica di determinata intensità e frequenza, sulla superficie di un metallo, e di non vedere alcun elettrone in uscita dal metallo. Cosa devo fare, e perchè, al fine di riuscire ad estrarre un elettrone dal metallo?
7. Descrivi sinteticamente quali problematiche presenta il modello atomico di Rutherford.
8. Quale idea di base permette di spiegare gli spettri a righe di emissione e assorbimento degli atomi?
9. Come si giustifica il fatto che, ipotizzando orbite circolari, il raggio dell'orbita di un elettrone intorno al nucleo è proporzionale a n^2 con $n \in \mathbb{N}$?
10. Quale semplice equazione mostra un legame tra il comportamento corpuscolare ed ondulatorio di una particella?
11. Perchè nell'esperimento delle due fessure misurare da quale fessura passa l'elettrone fa sparire la figura di interferenza sullo schermo?
12. Nell'esperimento delle due fessure si vede che gli elettroni che attraversano la coppia di fessure formano sullo schermo di rivelazione una figura di interferenza. Esattamente quali sono le due *cose* che hanno interferito tra loro?
13. In quale modo la meccanica quantistica descrive un sistema fisico?
14. Considera un sistema fisico formato da una particella che si muove verso uno schermo dotato di quattro differenti fessure e lo attraversa. Cosa posso affermare sullo stato fisico della particella, riguardo alla fessura che ha attraversato?
15. Considera un sistema fisico formato da una particella che si muove verso uno schermo dotato di quattro differenti fessure e lo attraversa. Se misuro la posizione della particella per sapere da quale fessura effettivamente passa, cosa succede allo stato fisico della particella?
16. Considera una particella che attraversa una fessura di larghezza L. Il fatto che la particella abbia attraversato la fessura è una misura della sua posizione?
17. Considera una particella che attraversa una fessura di larghezza L, ed immaginate di stringere tale fessura. cosa succede alla componente dell'impulso lungo tale fessura?
18. In meccanica quantistica si parla di *sovrapposizione di stati*. E' corretto affermare che se uno stato fisico è rappresentato dalla sovrapposizione dello stato A e dello stato B, con funzione d'onda $\phi = \phi_A + \phi_B$ allora significa che noi non sappiamo in quale stato si trova il sistema, e solo dopo aver fatto una misura possiamo sapere in quale dei due stati si trovava effettivamente il sistema prima della misura?
19. Cosa afferma il principio di indeterminazione di Heisemberg?

Spiegazione Queste sono domande di teoria... l'unico modo per rispondere correttamente è aver studiato.

Svolgimento

1. Definisco *corpo nero* un qualunque sistema fisico in grado di assorbire ogni radiazione elettromagnetica incidente.

2. Lo spettro di emissione del corpo nero, l'effetto fotoelettrico e l'effetto Compton

3. L'idea di Plank consiste nell'ipotizzare che la radiazione elettromagnetica scambi energia solo in quantità discrete in funzione della frequenza della radiazione. L'energia dei singoli pacchetti energetici è data da $E = h\nu$

4. La descrizione della radiazione di corpo nero e dell'effetto fotoelettrico sono accomunate dal descrivere l'energia del fotone come $E = h\nu$

5. Nell'equazione
$$E = h\nu - \phi$$
E rappresenta l'energia cinetica dell'elettrone emesso, h è la costante di plank, ν è la frequenza della radiazione incidente, ϕ è l'energia di estrazione dell'elettrone dal metallo.

6. Se non vedo elettroni estratti dalla superficie del metallo significa che l'energia dei singoli fotoni legati alla radiazione elettromagnetica non è sufficientemente elevata. Aumentare l'intensità dell'onda non risolve il problema in quanto significherebbe aumentare il numero di fotoni. Ciò che bisogna fare è aumentare la frequenza della radiazione in modo che aumenti l'energia del singolo fotone $E = h\nu$

7. Nel modello atomico di Rutherford gli elettroni ruotano intorno ad un nucleo centrale e non ci sono vincoli sull'energia, e di conseguenza sul raggio dell'orbita, che tale elettrone può avere. Le problematiche di tale modello sono principalmente due:
   (a) L'elettrone intorno al nucleo si muove di moto accelerato e quindi deve emettere radiazione di sincrotrone; l'elettrone perderebbe in tal caso energia e diminuirebbe il raggio dell'orbita fino a collassare sul nucleo. Ovviamente questo non accade in quanto la materia, per come la conosciamo, esiste.
   (b) Potendo, nel modello di Rutherford, assumere valori di energia in modo continuo, l'elettrone può assorbire ed emettere radiazione elettromagnetica di qualunque energia. L'analisi degli spettri di emissione ed assorbimento mostrano invece che la radiazione viene assorbita ed emessa in valori discreti. Ogni elemento assorbe ed emette fotoni solo in determinate frequenze.

8. Gli spettri di emissione ed assorbimento a righe sono giustificati dal fatto che gli elettroni in un atomo si trovano su livelli energetici discreti e ben determinati. Gli elettroni emettono/assorbono energia passando da un'orbita ad un'altra e quindi da un'energia ben determinata ad un'altra. L'energia della radiazione emessa/assorbita è pari alla differenza di energia tra le orbite dell'elettrone prima e dopo l'assorbimento/emissione della radiazione.

9. Il raggio dell'orbita è quantizzato in quanto l'elettrone può trovarsi solo su orbite la cui circonferenza sia pari ad un numero intero di volte la lunghezza d'onda[1]
$$2\pi r_n = n\lambda$$
con $n \in \mathbb{N}$

10. Ad ogni particella è associabile una lunghezza d'onda λ, detta lunghezza d'onda di De Broglie, dipendente dall'impulso p della particella
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

11. Nell'esperimento delle due fessure, la figura di interferenza si forma grazie alla presenza contemporanea di due stati fisici, ognuno dei quali rappresentante l'eletrone che passa in una determinata fessura, che interferiscono tra loro. Nel misurare in quale fessura passa l'elettrone, noi lo facciamo transire in uno stato fisico in cui è presente solo uno dei due stati, quindi non è più possibile alcun fenomeno di interferenza.

[1] Qui la domanda va completata indicando tutti i passaggi matematici utilizzati.

12. Nell'esperimento delle due fessure gli elettroni coinvolti si trovano in uno stato fisico di sovrapposizione dello stato di elettrone che attraversa la prima fessura e dello stato di elettrone che attraversa la seconda fessura. I due stati sono contemporaneamente presenti e possono interferire tra loro.

13. In meccanica quantistica un sistema fisico è descritto da una funzione d'onda. Eseguendo una misura su tale stato fisico, con la funzione d'onda possiamo ricavare la probabilità di ottenere per tale misura un determinato risultato. L'evoluzione nel tempo di tale stato fisico è descritta dall'equazione di Schrodinger applicata alla funzione d'onda di tale stato fisico.

14. Non avendo eseguito alcuna misura di posizione, la particella si trova in uno stato fisico dato dalla sovrapposizione di quattro differenti stati fisici, ognuno che descrive la particella che passa da una determinata fessura. Indichiamo con a, b, c, d le quattro fessure. Assumendo che la probabilità di passare da ogni fessura sia equivalente, la funzione d'onda della particella sarà

$$\psi = \frac{1}{2}\psi_a + \frac{1}{2}\psi_b + \frac{1}{2}\psi_c + \frac{1}{2}\psi_d$$

15. Prima della misura lo stato fisico della particella è la sovrapposizione di quattro stati, ognuno che descrive la particella passante per una determinata fessura

$$\psi = \frac{1}{2}\psi_a + \frac{1}{2}\psi_b + \frac{1}{2}\psi_c + \frac{1}{2}\psi_d$$

Misurare la posizione della particella fa transire lo stato fisico in uno degli stati che descrivono la particella che passa da una determinata fessura. Ipotizzando che il risultato della misura sia che la particella è passata dalla fessura a, la funzione d'onda della particella sarà ora

$$\psi = \psi_a$$

16. Se affermo che in un certo istante una particella ha attraversato una determinata fessura, di fatto sto dicendo che sapevo dove si trovava, quindi di fatto ho effettuato una misura della sua posizione. Visto che la fessura ha una lunghezza L, allora la misura presenta un'incertezza sulla posizione pari a

$$\Delta x = \frac{L}{2}$$

17. Far passare una particella attraverso una fessura equivale a misurarne la posizione con una certa incertezza proporzionale alla larghezza della fessura. Stringendo la fessura, diminuisce l'incertezza sulla misura della posizione, e di conseguenza, per il principio di indeterminazione di Heisemberg, aumenta l'incertezza sulla misura contemporanea della componente dell'impulso lungo il piano della fessura.

18. No, quanto affermato nella domanda non è corretto. Per come è posta la domanda, infatti, sembra che la particella si trovi sempre o nello stato A o nello stato B, e sembra che il concetto di sovrapposizione sia legato alla nostra ignoranza sull'effettivo stato della particella. In realtà se uno stato fisico è descritto dalla sovrapposizione di due stati, entrambi gli stati sono effettivamente contemporaneamente presenti; è solo a seguito di una nostra misura che lo stato transisce verso uno solo dei due stati che prima si sovrapponevano.

19. Il principio di indeterminazione di Heisemberg afferma che esistono coppie di grandezze fisiche tali per cui non è possibile misurarle contemporaneamente con arbitraria precisione. Se per esempio consideriamo la posizione e l'impulso di una particella, il prodotto delle loro incertezze di misura sarà sempre

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Problema di: Meccanica quantistica - $H0002$

Testo *[H0002]* Rispondi alle seguenti domande.

1. Quali fenomeni fisici hanno portato alla comprensione della natura corpuscolare della radiazione elettromagnetica, e cosa si intende esattamente per "natura corpuscolare" della radiazione elettromagnetica.
2. La natura ondulatoria delle particelle permette di superare le problematiche insite nel modello atomico di Rutherford e di arrivare al modello di Bohr. Spiega quali siano tali problematiche e descrivi come esse vengano superate.
3. Utilizzando come esempio l'esperimento delle due fessure di cui devi dare breve descrizione, indica come nella meccanica quantistica venga descritto lo stato di un certo sistema fisico e cosa significhi fare una misura su di esso.
4. Enuncia il principio di indeterminazione di Heisemberg

Spiegazione Queste sono domande di teoria... l'unico modo per rispondere correttamente è aver studiato.

Svolgimento

1. Due fenomeni fisici che hanno portato alla comprensione della natura corpuscolare della luce sono la radiazione di corpo nero e l'effetto fotoelettrico. Lo spettro di radiazione di corpo nero, misurato sperimentalmente, ha un andamento completamente differente da quanto previsto dalla teoria classica dell'elettromagnetismo. Solo assumendo che la luce possa scambiare energia con la materia in pacchetti di energia

   $$E_\gamma = h\nu$$

   le discrepanze tra dati sperimentali e previsioni teoriche si annullano. L'effetto fotoelettrico descrive il modo in cui la radiazione elettromagnetica è in grado di estrarre un elettrone da un metallo; l'energia dell'elettrone estratto dipende dalla frequenza della radiazione incidente e non dalla sua intensità secondo la formula

   $$E_c = h\nu - \phi$$

   Come per lo spettro di corpo nero, anche in questo caso l'energia della radiazione elettromagnetica è scambiata soltanto per pacchetti discreti.

2. Il modello atomico di Rutherford non funziona per due principali motivi. In primo luogo una carica elettrica accelerata emette radiazione di sincrotrone e quindi perde energia. La sua orbita dovrebbe quindi ridurre gradualmente il raggio fino a collassare sul nucleo, cosa che ovviamente non avviene. In secondo luogo, potendo l'elettrone ruotale a qualunque distanza dal nucleo, esso può scambiare energia in modo continuo; lo spettro di assorbimento risulterebbe uno spettro continuo e non uno spettro a righe come mostrato dai dati sperimentali. Uno spettro a righe è giustificabile solo ipotizzando orbite, e conseguenti livelli energetici, discreti. La presenza di livelli energetici discreti implicherebbe inoltre l'esistenza di un livello energetico di minima energia sotto il quale l'elettrone non può andare, impedendo che l'elettrone possa collassare sul nucleo. Per giustificare la presenza di livelli energetici discreti basta considerare che ad ogni elettrone è associabile una lunghezza d'onda

   $$\lambda = \frac{h}{mV}$$

   Questo implica che la lunghezza dell'orbita dell'elettrone intorno al nucleo debba essere un multiplo intero della lunghezza d'onda dell'elettrone.

   $$2\pi r = n\lambda$$

   con $n \in \mathbb{N}$. I raggi delle orbite, e di conseguenza le loro energie, risultano quindi discretizzati.

3. Nell'esperimento delle due fessure un elettrone viene mandato attraverso due fessure e, sullo schermo di rivelazione posto oltre le fessure, si vede una figura di interferenza. Questo viene spiegato dal fatto che la funzione d'onda dell'elettrone è la sovrapposizione di due differenti stati, quello in cui l'elettrone

passa nella fessura di sinistra e quello in cui passa nella fessura di destra. I due stati, oltre le fessure, interferiscono tra loro per formare la figura di interferenza. Se misuriamo attraverso quale fessura l'elettrone effettivamente passa, facciamo transire la funzione d'onda da sovrapposizione di due stati differenti in uno solo dei due stati. L'elettrone quindi passa da una sola delle due fessure e dopo di essa non sono più presenti due stati che possono interferire tra loro, quindi non è più presente sullo schermo la figura di interferenza.

4. Il principio di indeterminazione afferma che esistono coppie di grandezze fisiche che non possono essere misurate contemporaneamente con arbitraria precisione, per cui
$$\Delta x \Delta p \leq \frac{h}{4\pi}$$

Studio di una molla

Scheda 15

15.1 Misura della costante elastica

Descrivi cosa sia una costante elastica. Enuncia e spiega la formula della forza elastica e dell'energia potenziale elastica. Indica la formula del periodo di oscillazione di una molla.

15.1.1 Metodo degli allungamenti

Materiale utilizzato

Descrivi quali materiali hai utilizzato. Disegna uno schema dell'apparato sperimentale in modo tale che risulti chiara non solo la disposizione degli oggetti, ma anche il loro utilizzo.

Strumenti utilizzati

Descrivi quali strumenti di misura hai utilizzato e indicane la portata e la sensibilità.

Procedimento

Devi applicare una forza conosciuta alla molla (appendendo ad essa un pesino) e misurare il conseguente allungamento. Per ogni misura trova il valore della costante elastica k della molla. Descrivi il procedimento da te seguito. Inserisci i dati ottenuti nella tabella 15.1 riempiendo tutte le caselle della tabella.

Con i dati ottenuti riempi adesso la tabella 15.2. Indica in che modo hai calcolatoi l'errore assoluto su k_{medio}

Conclusioni

Riportate il risultato di questo primo esperimento e scrivete qui eventuali commenti.

$n°$	F_g				Δl			k		
	m [kg]	F_g [N]	E_{a,F_g} [N]	E_{r,F_g} [%]	Δl [cm]	$E_{a,\Delta l}$ [cm]	$E_{r,\Delta l}$ [%]	k $\left[\frac{N}{cm}\right]$	$E_{a,k}$ $\left[\frac{N}{cm}\right]$	$E_{r,k}$ [%]
1										
2										
3										
4										
5										

Tabella 15.1: *Dati sperimentali sull'allungamento di una molla.*

k_{medio} $\left[\frac{N}{cm}\right]$	E_{a,k_m} $\left[\frac{N}{cm}\right]$	E_{r,k_m} [%]

Tabella 15.2: *Analisi finale dei dati sperimentali sull'allungamento di una molla. Calcolo del valor medio dei valori di k.*

15.1.2 Metodo dell'oscillazione

Materiale utilizzato

Descrivi quali materiali hai utilizzato. Disegna uno schema dell'apparato sperimentale in modo tale che risulti chiara non solo la disposizione degli oggetti, ma anche il loro utilizzo.

Strumenti utilizzati

Descrivi quali strumenti di misura hai utilizzato e indicane la portata e la sensibilità.

Procedimento

Applica un peso di massa conosciuta alla molla, e falla oscillare verticalmente, misurando il conseguente periodo di oscillazione. Per ogni misura trova il valore della costante elastica k della molla. Descrivi il procedimento da te seguito. Inserisci i dati ottenuti nella tabella 15.3 riempiendo tutte le caselle della tabella.

$n°$	m			Δt			k		
	m [kg]	$E_{a,m}$ [kg]	$E_{r,m}$ [%]	Δt [s]	$E_{a,\Delta t}$ [s]	$E_{r,\Delta t}$ [%]	k $\left[\frac{N}{cm}\right]$	$E_{a,k}$ $\left[\frac{N}{cm}\right]$	$E_{r,k}$ [%]
1									
2									
3									
4									
5									

Tabella 15.3: *Dati sperimentali sull'oscillazione di una molla.*

Con i dati ottenuti riempi adesso la tabella 15.4.

k_{medio}		
k_{medio} $\left[\frac{N}{cm}\right]$	$E_{a,k}$ $\left[\frac{N}{cm}\right]$	$E_{r,k}$ [%]

Tabella 15.4: *Analisi finale dei dati sperimentali sull'oscillazione di una molla. Calcolo del valor medio dei valori di k.*

Conclusioni

Riportate il risultato di questo secondo esperimento e scrivete qui eventuali commenti.

15.1.3 Conclusioni

I due valori ottenuti per la costante elastica k sono

$$k_a = ...\,\frac{N}{cm} \pm ...\,\frac{N}{cm}$$

e

$$k_o = ...\,\frac{N}{cm} \pm ...\,\frac{N}{cm}$$

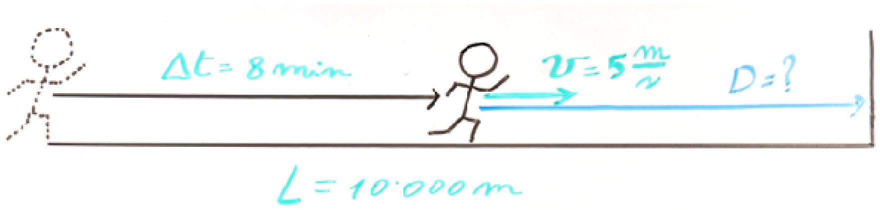
Indica se i due valori sono in accordo oppure no. Se le due misure hanno errori molto differenti tra loro indicane il perché.

16.1 Compito in classe Classe 1°CAT; n°1

1. *[I0011]* Disegna, e calcolane il valore, il vettore $\vec{F}_3$ che annulla la somma dei vettori $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ di valore rispettivamente $F_1 = 1,5\,kN$ e $F_2 = 800\,N$ posti perpendicolari tra loro.
2. *[C0004]* Una automobile, partendo da ferma, percorre un tratto di strada ΔS_1 muovendosi per un tempo $\Delta t_1 = 10\,s$ con un'accelerazione $a = 1,2\,\frac{m}{s^2}$. Successivamente percorre un tratto di strada ΔS_2 con velocità costante per un tempo $\Delta t_2 = 30\,s$. Quanto è lungo il tratto di strada complessivamente percorso dalla macchina? A quale velocità media ha viaggiato la macchina?
3. *[D0004]* Un oggetto di ferro di massa $m = 2\,kg$ è appeso ad una molla di costante elastica $k = 10\,\frac{N}{cm}$ e contemporaneamente viene tirato verso il basso da una calamita che esercita una forza magnetica $F_m = 50\,N$. Visto che l'oggetto è fermo, di quanto si è allungata la molla?
4. *[D0016]* Una sbarra orizzontale di massa trascurabile è inchiodata nel suo centro. Due forze di intensità $F_1 = F_2 = 20\,N$ vengono applicate alla sbarra verso il basso rispettivamente alla distanza $b_1 = 20\,cm$ a sinistra e $b_2 = 30\,cm$ a destra del centro. Dove devo applicare una forza $F_3 = 2\,N$ veso il basso in modo da ottenere equilibrio rotazionale? Quanto vale e verso dove è diretta la reazione vincolare del chiodo?
5. *[L0004]* Un oggetto di massa $m = 500\,kg$ si sta muovendo su di un piano orizzontale con velocità iniziale $V_i = 10\,\frac{m}{s}$. Gradualmente rallenta a causa delle forze di attrito fino alla velocità $V_f = 4\,\frac{m}{s}$. Quanta energia è stata dispersa sotto forma di calore?

16.2 Compito in classe Classe 1°CAT; n°2

1. *[I0003]* In un bicchiere vengono versati un volume $V_{H_2O} = 50\,cm^3$ di acqua ed un volume $V_a = 50\,cm^3$ di olio. L'acqua ha una densità $\rho_{H_2O} = 1\,\frac{kg}{dm^3}$ e l'olio ha una densità $\rho_o = 0,8\,\frac{g}{cm^3}$. Quanto volume di liquido si trova nel bicchiere? Quanta massa di liquido si trova nel bicchiere?
2. *[C0005]* Un atleta sta correndo una gara sulla distanza $L = 10000\,m$ viaggiando a velocità costante $V = 5\,\frac{m}{s}$ Se ha già corso per un tempo $\Delta t = 8\,min$ quanto gli manca al traguardo?



3. *[D0003]* Un oggetto si muove su di un piano orizzontale con velocità costante, sotto l'azione di una forza $F = 100\,N$. Se il coefficiente di attrito tra il piano e l'oggetto vale $\mu_d = 1,5$ quanto vale la massa dell'oggetto?
4. *[D0007]* Una sbarra orizzontale è libera di ruotare intorno ad un perno centrale. Essa è sottoposta all'azione di tre forze: una forza $F_1 = 30\,N$ verso il basso posta ad una distanza $b_1 = 30\,cm$ dal perno sul suo lato sinistro, una forza $F_2 = 10\,N$ verso il basso posta ad una distanza $b_2 = 30\,cm$ dal perno sul suo lato destro, ed una forza $F_3 = 40\,N$ verso il basso posta ad una distanza b_3 sul suo lato destro. Calcola quanto valgono la distanza b_3 e la reazione vincolare R_v del perno affinché la sbarra possa rimanere ferma.
5. *[L0010]* Un tuffatore salta dalla piattaforma alta $h_i = 10 metri$. Con quale velocità l'atleta entra in acqua?

16.3 Compito in classe Classe 1°CAT; n°3

1. [I0006] Tre libri sono posizionati uno sull'altro. I libri hanno rispettivamente massa $m_1 = 1\,hg$, $m_2 = 2\,hg$, $m_3 = 3\,hg$ ed hanno tutti lo stesso spessore $d = 3\,cm$. A che altezza si trova il baricentro del sistema?
2. [C0008] Un fucile spara orizzontalmente un proiettile alla velocità iniziale $V_{ix} = 800\,\frac{m}{s}$ contro un bersaglio alla distanza $\Delta S_x = 160\,m$. Di quanti centimetri sotto la linea di tiro la pallottola colpirà il bersaglio? (Si trascuri l'effetto dell'attrito con l'aria)
3. [D0008] Un vaso di massa trascurabile contenente $V = 15\,dm^3$ di acqua di mare ($\rho = 1,03\,\frac{kg}{dm^3}$) è appeso al soffitto con una molla di costante elastica $k = 100\,\frac{N}{m}$. Di quanto si allunga la molla?
4. [D0009] Due persone stanno sollevando una trave di forma irregolare, di massa $m = 50\,kg$ e lunga $l = 2\,m$ tenendola per i suoi estremi. Il baricentro della trave si trova a $d = 70\,cm$ da uno degli estremi della trave stessa. Quanto valgono le forze fatte dalle due persone?
5. [F0001] In un tubo orizzontale di sezione $S_1 = 10\,cm^2$ scorre dell'acqua ad una velocità $V_1 = 8\,\frac{m}{s}$ con una pressione $P_1 = 150000\,Pa$. Ad un certo punto la sezione del tubo aumenta fino al valore $S_2 = 16\,cm^2$. Quanto valgono la velocità e la pressione dell'acqua nella parte larga del tubo?

16.4 Compito in classe Classe 1°CAT; n°4

1. [I0004] Un oggetto di cui non conosciamo il materiale, occupa un volume $V = 8,75\,dm^3$ ed ha la stessa massa di un blocco di ferro che occupa un volume $V_{Fe} = 3\,dm^3$. Calcola la massa e la densità del materiale. La densità del ferro è $\rho_{Fe} = 7,874\frac{kg}{dm^3}$.
2. [C0001] Un'automobile viaggia alla velocità costante $V_1 = 120\,\frac{km}{h}$ per un tempo $\Delta t_1 = 2\,h$; successivamente si ferma per un tempo $\Delta t = 1\,h$, ed infine riparte viaggiando alla velocità costante $V_2 = 90\,\frac{km}{h}$ per un tempo $\Delta t_2 = 4\,h$. A quale velocità media ha viaggiato l'automobile?
3. [D0010] Tre cubi omogenei di lato $l = 10\,cm$ e di massa $m_1 = 9\,kg$, $m_2 = 5\,kg$, $m_3 = 2\,kg$, sono posti nell'ordine uno sopra all'altro. A quale altezza si trova il baricentro del sistema?
4. [D0012] Una sbarra di ferro lunga $l = 2\,m$ il cui baricentro si trova a $d = 50\,cm$ da uno degli estremi, viene appoggiata su due molle poste agli estremi della sbarra, le quali si schiacceranno della stessa quantità $\Delta l = 6\,cm$. Sapendo che la prima molla ha costante elastica $k_1 = 1000\,\frac{N}{cm}$, quanto vale la costante elastica dell'altra molla e quanto vale la massa della sbarra?
5. [L0005] Un oggetto si sta muovendo in salita su di un piano inclinato con attrito, con una velocità iniziale $V_i = 10\,\frac{m}{s}$. Gradualmente rallenta fino a fermarsi. Sapendo che l'oggetto si è sollevato, rispetto all'altezza iniziale, fino all'altezza $h_f = 3\,m$ e che il calore generato dalle forze di attrito è stato $Q = 2\,J$, quanto vale la massa dell'oggetto?

16.5 Compito in classe Classe 1°CAT; n°5

1. *[incluso nell'esercizio D0026]*
2. *[C0007]* Una persona percorre un tragitto lungo $\Delta S_a = 100\,m$ in un tempo $\Delta t_a = 20\,s$; successivamente si ferma per un intervallo di tempo $\Delta t_b = 10\,s$ e successivamente un tragitto $\Delta S_c = 50\,m$ in un tempo $\Delta t_c = 25\,s$. A quale velocità media ha viaggiato nel primo tratto ΔS_a? A quale velocità media ha viaggiato nel secondo tratto ΔS_c? A quale velocità media ha viaggiato complessivamente?
3. *[D0005]* Un oggetto di massa $m = 2\,kg$ è appeso ad una molla di costante elastica $k = 10\,\frac{N}{cm}$. Di quanto si allunga la molla?
4. *[D0026]* Una sbarra orizzontale è realizzata unendo quattro cubi di lato $l = 10\,cm$ e di masse rispettivamente $m_1 = 1\,kg$, $m_2 = 2\,kg$,$m_3 = 3\,kg$,$m_4 = 4\,kg$. La sbarra è sorretta da due fili attaccati nel centro del primo e del quarto oggetto. Calcola il baricentro della sbarra e le forze F_1 ed F_2 che devono fare i due fili affinchè la sbarra stia ferma.
5. *[F0011]* Sapendo che un sottomarino in immersione sta subendo una pressione $P = 280000\,Pa$, a quale profonditá si trova rispetto alla superficie?

16.6 Compito in classe Classe 1°CAT; n°6

1. *[I0012]* Hai misurato con un righello il diametro di base e l'altezza di un cilindro ottenendo $d = 20\,mm \pm 1\,mm$ e $h = 50\,mm \pm 1\,mm$. Quanto vale il volume? Quanto vale l'errore assoluto sul volume?
2. *[C0003]* Un fucile spara orizzontalmente un proiettile con velocità iniziale $V_{ix} = 800\,\frac{m}{s}$ contro un bersaglio posto alla distanza $\Delta S_x = 400\,m$. A quanti centimetri sotto la linea di tiro viene colpito il bersaglio?
3. *[D0013]* Un cubo di ferro di densità $\rho_{Fe} = 7874\,\frac{kg}{m^3}$, e di lato $l = 20\,cm$ si trova sul fondo di una piscina piena di acqua di densità $\rho_{H_2O} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$. Qual è la minima forza necessaria per sollevarlo dal fondo della piscina?
4. *[L0001]* Un oggetto di massa $m = 50\,kg$ viaggia ad una velocità $V = 10\frac{m}{s}$. Ad un certo punto viene spinto da una forza $F = 100\,N$ per una distanza $\Delta S = 24\,m$ nella stessa direzione e nello stesso verso del movimento.
   (a) Quanta energia cinetica ha l'oggetto all'inizio?
   (b) Quanto lavoro ha fatto la forza? Quel lavoro è negativo o positivo?
   (c) Quanta energia cinetica ha l'oggetto dopo l'azione della forza?
   (d) A quale velocità finale viaggia l'oggetto?
5. *[F0003]* Il letto di un canale di irrigazione è profondo $h_1 = 2\,m$ e largo $l_1 = 10\,m$, e l'acqua al suo interno scorre con una velocità $V_1 = 0,2\,\frac{m}{s}$; se in un certo tratto la profondità e la larghezza del canale si dimezzano, a quale velocità scorrerà l'acqua in questo secondo tratto? Quanto vale la portata del canale?

16.7 Compito in classe Classe 1°CAT; n°7

1. *[I0013]* Hai misurato con un cronometro la durata dell'oscillazione di un pendolo ottenendo i seguenti risultati: $T_0 = 12,4\,s$, $T_1 = 12,3\,s$, $T_2 = 12,3\,s$, $T_3 = 12,6\,s$, $T_4 = 12,6\,s$, $T_5 = 12,2\,s$, $T_6 = 12,4\,s$. Quanto vale il periodo di oscillazione di quel pendolo? Quanto vale l'errore assoluto sulla misura? Quanto vale l'errore relativo sulla misura?

2. *[C0009]* Un oggetto si trova ad una certa altezza e viene sparato verso l'alto con una velocità iniziale $V_i = 4\,\frac{m}{s}$. Sapendo che arriverà a terra dopo un tempo $\Delta t = 2\,sec$, quanto si trovava in alto?

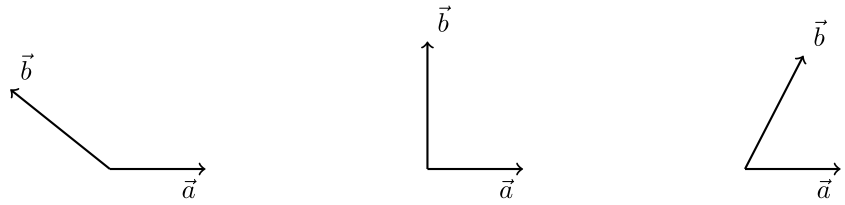
3. *[D0025]* Un palloncino è legato con una molla di costante elastica $k = 5\,\frac{N}{cm}$ al fondo di una piscina e quindi tenuto fermo sotto l'acqua. Sapendo che il suo volume è $V = 1\,dm^3$ e che la sua massa è $m = 400\,g$, di quanto si allunga la molla?

4. *[D0029]* Una trave orizzontale di massa $m = 10\,kg$ e lunga $l = 200\,cm$ è libera di ruotare attorno ad un perno fisso posto nella sua estremità sinistra. La trave viene tirata verso il basso da una forza $F_1 = 100\,N$ posta ad una distanza $b_1 = 30\,cm$ dal perno. Una forza F_2 viene poi applicata al fondo della trave per equilibrarla e non farla ruotare. La reazione vincolare del perno fisso tiene la trave in equilibrio traslazionale. Quanto valgono e verso dove sono diretti i momenti della forza F_1 e della forza di gravità? Quanto deve valere e in quale verso deve essere diretto il momento della forza F_2? Calcola la forza F_2 ed il valore della reazione vincolare.

5. *[L0018]* Di quanto viene compressa una molla di costante elastica $k = 100\,\frac{N}{m}$ se a comprmerla è un oggetto di massa $m = 49\,kg$ lanciato orizzontalmente alla velocità $V_i = 10\,\frac{m}{s}$?

16.8 Compito in classe Classe 1°CAT; n°8

1. *[I0008]* Disegna il vettore che annulla i due vettori disegnati qui di seguito



2. *[C0006]* In una partita di calcio un attaccante si dirige verso il portiere avversario con velocità costante $V_1 = 6\,\frac{m}{s}$; il pallone si trova tra i due giocatori e si muove verso il portiere con velocità $V_p = 2\,\frac{m}{s}$; il portiere si muove verso il pallone alla velocità $V_2 = 5\,\frac{m}{s}$. La distanza tra l'attaccante ed il pallone è $\Delta S_1 = 4\,m$; la distanza tra il pallone ed il portiere è $\Delta S_2 = 8\,m$. Chi arriva prima a prendere il pallone?

3. *[D0020]* Un oggetto di massa $m = 100\,kg$ e volume $V = 5\,dm^3$ si trova sul fondo di una piscina piena di acqua ($\rho_{acqua} = 1\,\frac{kg}{dm^3}$). Quanto vale la densità dell'oggetto? Quanto valgono la forza di gravità e la forza di Archimede che agiscono sull'oggetto? Se sollevo l'oggetto con una forza $F_2 = 2000\,N$, con quale forza totale l'oggetto si muove?

4. *[D0028]* Una trave di legno di massa $m = 2\,kg$ e di lunghezza $l = 1\,m$ è sorretta ai bordi da due persone. Sulla trave si trova un ogetto di massa $m_2 = 1\,kg$ ad una distanza $b_1 = 20\,cm$ dal bordo sinistro della trave. Quanto valgono le forze che fanno le due persone?

5. *[L0003]* Se lascio cadere un oggetto di massa $m = 1\,kg$ inizialmente fermo da un'altezza $h_i = 8\,m$, e arriva a terra con una velocità $V_f = 10\,\frac{m}{s}$; quanta energia si è dissipata sotto forma di calore a causa dell'attrito con l'aria?

16.9 Compito in classe Classe 1°CAT; n°9

1. *[ID0001]* A due chiodi messi alla stessa altezza viene legata una corda. Al centro della corda viene appeso un oggetto. La corda assume quindi una forma a V. Sulla corda c'è una tensione $T = 1700\,N$; La componente orizzontale di tale forza vale $T_x = 1500\,N$. Quanto vale la massa dell'oggetto?
2. *[CD0002]* In un giorno di sole, un'automobile sta percorrendo una curva di raggio $r = 48\,m$. Sapendo che il coefficiente di attrito tra la gomma e l'asfalto asciutto vale $\mu = 0,6$, a quale velocità massima può viaggiare senza uscire di strada? In caso di pioggia, il coefficiente di attrito scende fino al valore $\mu = 0,4$; a quale velocità deve scendere l'autista per rimanere in strada?
3. *[D0030]* Una trave orizzontale lunga $l = 2\,m$ è libera di ruotare attorno ad un perno fisso posto nella sua estremità sinistra. La trave viene tirata verso il basso da una forza $F_1 = 100\,N$ posta ad una distanza $b_1 = 30\,cm$ dal perno e da una forza $F_2 = 200\,N$ posta ad una distanza $c = 40\,cm$ dalla prima forza. Una forza F_3 viene poi applicata al fondo della trave per equilibrarla e non farla ruotare. Calcola la forza F_3.
4. *[L0002]* Se lascio cadere un oggetto inizialmente fermo da un'altezza $h_i = 8\,m$, con quale velocità arriverà a terra?
5. *[F0010]* In un cilindro verticale versiamo del mercurio, dell'acqua e dell'olio. La colonnina di mercurio è alta $L_{Hg} = 5\,cm$; la colonnina di acqua è alta $L_{H_2O} = 20\,cm$ e la colonnina di olio è alta $L_{olio} = 15\,cm$. La pressione atmosferica vale $P_{atm} = 100000\,Pa$. Trovate la pressione sul fondo della colonna di liquido. le densità dei liquidi utilizzati valgono: $\rho_{olio} = 800\,\frac{kg}{m^3}$; $\rho_{H_2O} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$; $\rho_{Hg} = 13579\,\frac{kg}{m^3}$.

16.10 Compito in classe Classe 1°CAT; n°10

1. *[I0014]* Hai misurato con un righello la base e l'altezza di un rettangolo ottenendo $b = 10,0\,cm \pm 0,1\,cm$ e $h = 5,0\,cm \pm 0,1\,cm$. Indicando in modo corretto gli errori di misura, calcola l'area ed il perimetro del rettangolo?
2. *[C0027]* Un atleta corre una gara alla velocità costante $V = 4\frac{m}{s}$. Sapendo che al traguardo manca $\Delta S_2 = 3800\,m$, e che la gara è iniziata da $\Delta t = 5\,min$, quanto è lunga tutta la gara?
3. *[D0006]* Una slitta di massa $m_1 = 0,12\,kg$ scivola senza attrito su un piano orizzontale tirato da un filo di massa trascurabile che, passando attraverso una carrucola, è a sua volta attaccato ad un peso di massa $m_2 = 0,02\,kg$. Tale peso viene tirato verso il basso dalla forza di gravità. Con quale accelerazione si muove il sistema?
4. *[D0032]* Immaginate di tenere in mano un sasso di massa $m = 1\,kg$ mentre tenete l'avambraccio fermo in posizione orizzontale. Il sasso si trova ad una distanza $b_1 = 30\,cm$ dal gomito. Il muscolo bicipite, che esprime una forza verso l'alto, è attaccato all'avambraccio ad una distanza $b_2 = 5\,cm$ dal gomito. Quanto vale la forza di gravità sul sasso? Quanto vale la forza che deve fare il muscolo per sorreggere il sasso? Quale forza agisce sul gomito?
5. *[L0009]* Un motore di potenza $P = 2\,kW$ solleva un oggetto di massa $m = 500\,kg$ da un'altezza $h_i = 2\,m$ fino ad un'altezza $h_f = 32\,m$. Quanto tempo ci impiega?

16.11 Compito in classe Classe 2°CAT; n°1

1. *[Q0002]* Quale potenza ha un fornelletto che sta scaldando una massa $m = 5\,kg$ di acqua da un tempo $\Delta t = 60\,s$ facendone aumentare la temperatura di $\Delta T = 50\,K$, sapendo che quell'acqua si trovava inizialmente alla temperatura $T_i = 20°C$?

2. *[T0001]* Se un certo quantitativo di gas che si trova alla temperatura $T_1 = 380\,K$ compie una trasformazione isobara passando da un volume $V_1 = 10\,cm^3$ ad un volume $V_2 = 20\,cm^3$, quale temperatura ha raggiunto?

3. *[O0001]* Calcola l'angolo limite per riflessione totale per un raggio luminoso che passa dall'acqua all'aria. Gli indici di rifrazione di acqua e aria sono rispettivamente $n_{H_2O} = 1.33$ e $n_{aria} \sim 1$

4. *[O0003]* L'eco di un forte urlo viene percepito dalla persona che ha urlato dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 0,2\,s$. Sapendo che il suono in aria viaggia alla velocità $V_s = 344\,\frac{m}{s}$, quanto si trova distante la parete sulla quale il suono si è riflesso?

5. *[E0003]* Due protoni si trovano alla distanza $d = 2 \cdot 10^{-9}\,m$; tra loro si trova un elettrone posto alla distanza $r_1 = 8 \cdot 10^{-10}\,m$. Quanto vale la forza complessiva che agisce sull'elettrone?

16.12 Compito in classe Classe 2°CAT; n°2

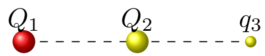
1. *[Q0003]* Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di una massa $m = 10\,kg$ di acqua dalla temperatura iniziale $T_i = 80\,°C$ fino alla temperatura finale $T_f = 130\,°C$?

2. *[T0007]* Durante una trasformazione isocora, un gas alla pressione iniziale $P_i = 25000\,Pa$ passa da una temperatura $T_i = 380\,K$ ad una temperatura $T_f = 450\,K$; quale pressione P_f ha raggiunto?

3. *[O0004]* Un suono emesso da un altoparlante viene percepito da una persona ad una distanza $r_1 = 20\,m$ con un'intensità $I_1 = 120\,\frac{J}{m^2 s}$. con quale intensità verrà invece percepito da una persona alla distanza $r_2 = 30\,m$?

4. *[O0009]* Un oggetto è posto di fronte ad una lente convergente ad una distanza $p = 20\,cm$. La distanza focale della lente è $f = 15\,cm$. A quale distanza dalla lente si forma l'immagine? Quanto vale il fattore di ingrandimento?

5. *[E0009]* Due cariche elettriche $Q_1 = 4\mu C$ e $Q_2 = -4\mu C$ si trovano su di una linea orizzontale alla disanza $d = 2\,m$. Sulla stessa linea, ad altri due metri dalla carica negativa, una carica di prova $q_3 = -2\mu C$. Quanto vale il campo elettrico totale sulla carica q_3? Quanto vale la forza che subisce la carica q_3.



16.13 Compito in classe Classe 2°CAT; n°3

1. *[Q0004]* Due sbarre di eguale lunghezza $l_i = 3\,m$, una di ferro e l'altra di alluminio, vengono scaldate di $\Delta T = 50\,K$. Ammettendo che nessuna delle due raggiunga il punto di fusione, di quanto una risulterà più lunga dell'altra?

2. *[Q0006]* Ad un oggetto di ferro di massa $m = 2kg$, alla temperatura iniziale $T_i = 600\,K$ vengono forniti $\Delta Q_{tot} = 2000\,kJ$ di calore. Quanti kilogrammi di ferro riesco a fare fondere?

3. *[T0006]* Un ciclo termodinamico assorbe calore δQ_{ass} ad alta temperatura, cede calore δQ_{ced} a bassa temperatura, e cede lavoro δL. Il tutto è fatto con un certo rendimento η. Esegui i seguenti esercizi:

   (a) Sapendo che $\delta Q_{ass} = 5000\,J$ e che $\delta Q_{ced} = 3500\,J$, quanto valgono δL ed η?

   (b) Sapendo che $\delta Q_{ass} = 5000\,J$ e che $\delta L = 2000\,J$, quanto valgono δQ_{ced} ed η?

   (c) Sapendo che $\delta L = 5000\,J$ e che $\eta = 0,4$, quanto valgono δQ_{ass} e δQ_{ced}?

4. *[O0007]* Un suono emesso da un altoparlante viene percepito da Andrea ad una distanza $r_A = 20\,m$ con un'intensità $I_A = 120\,\frac{J}{m^2 s}$. Dietro ad Andrea il suono prosegue ed incontra un muro alla distanza $d = 40\,m$ dalla sorgente, riflettendosi su di esso e raggiungendo nuovamente Andrea. Con quale intensità Andrea sente il suono riflesso?

5. *[E0002]* Un circuito elettrico è formato da due resistenze $R_2 = 6\,\Omega$ ed $R_3 = 12\,\Omega$ in parallelo, messe in serie con altre due resistenze $R_1 = 6\,\Omega$ ed $R_4 = 2\,\Omega$. il circuito è alimentato da un generatore $\Delta V = 24\,Volt$. Calcola le differenze di potenziale agli estremi di ogni resistenza e la corrente elettrica che le attraversa

16.14 Compito in classe Classe 2°CAT; n°4

1. *[Q0019]* Una sbarra di ferro di massa $m = 15\,kg$, lunga $l_i = 2\,m$ alla temperatura $T_i = 1600\,K$ viene immersa in una vasca riempita con $m_{H_2O} = 100\,kg$ d'acqua alla temperatura $T_{H_2O} = 300\,K$. Di quanto si accorcia la sbarra?

2. *[T0010]* Un ciclo di Carnot assorbe $\delta Q_{ass} = 1000\,J$ alla temperatura $T_1 = 1000\,K$ e cede calore alla temperatura $T_2 = 400\,K$. Quanto lavoro viene prodotto?

3. *[O0008]* Un oggetto è posto ad una distanza da una lente sferica convergente tale per cui l'immagine generata risulta di dimensioni doppie rispetto all'oggetto. Sapendo che la distanza focale della lente vale $f = 30\,cm$, a quale distanza dalla lente si trova l'oggetto?

4. *[O0011]*

   (a) Cos'è un'onda?

   (b) Indica la differenza tra onde trasversali ed onde longitudinali

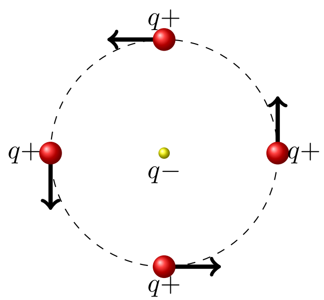
   (c) Indica la differenza tra onde meccaniche ed onde elettromagnetiche

   (d) Disegna un'onda ed indicane tutte le variabili che la descrivono

5. *[E0010]* Un impianto elettrico è alimentato da una tensione $\Delta V = 220\,V$. Per rispettare il contratto di fornitura, l'alimentazione viene staccata quando nel circuito entra una corrente maggiore di $I_{max} = 15\,A$. Se nella casa sono accesi una lavatrice di potenza $P_{lav} = 1,5\,kW$, due stufe elettriche di potenza $P_s = 700\,W$ ed un televisore di potenza $P_t = 200\,W$, quante lampadine da $P_l = 30\,W$ possono ancora accendere?

16.15 Compito in classe Classe 2°CAT; n°5

1. *[Q0010]* Quanta energia mi serve per portare una massa $m = 5\,kg$ di acqua dalla temperatura $T_i = 20\,°C$ alla temperatura $T_f = 130\,°C$?
2. *[Q0012]* In quanto tempo un forno della potenza $P = 500\,W$ può far aumentare di $\Delta T = 20\,K$ la temperatura di una massa $m = 20\,kg$ di acqua?
3. *[T0008]* Durante una trasformazione isoterma, un gas alla pressione iniziale $P_i = 25000\,Pa$ passa da un volume $V_i = 10\,cm^3$ ad un volume $V_f = 20\,cm^3$; quale pressione P_f ha raggiunto?
4. *[O0002]* Costruisci l'immagine di un oggetto generata da una lente sferica convergente, sia nel caso che l'oggetto si trovi tra la lente ed il fuoco, sia nel caso che si trovi oltre il fuoco.
5. *[E0008]* Quattro cariche elettriche identiche, tutte positive del valure $q = 4\,\mu C$ si muovono sul tuo foglio, come mostrato in figura, lungo un percorso circolare di raggio $r = 10\,cm$ e con velocità $V = 10\,\frac{m}{s}$. Quanto vale e dove è diretto il campo magnetico che generano nel centro della spira? Quanto vale la forza magnetica che subisce una carica negativa che entra perpendicolarmente al tuo foglio?



16.16 Compito in classe Classe 2°CAT; n°6

1. *[Q0020]*
   (a) Cos'è il calore? Cos'è la temperatura di un oggetto?
   (b) Come varia la temperatura di un corpo durante una transizione di fase?
   (c) Cosa succede alle molecole di una sostanza durante una transizione di fase?
   (d) Cosa può succedere ad una sostanza solida se le forniamo calore?
2. *[Q0013]* Un oggetto di materiale sconosciuto e di massa $m_1 = 5\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{i1} = 350\,K$ viene messo a contatto con un oggetto dello stesso materiale e di massa $m_2 = 30\,kg$ alla temperatura iniziale $T_{i2} = 300\,K$. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i due oggetti?
3. *[T0011]* Un gas subisce una trasformazione termodinamica. Le variabili coinvolte in tale trasformazione sono sei: la variazione di pressione, la variazione di volume, la variazione di temperatura, la variazione di energia interna, il lavoro scambiato, il calore scambiato. Sapendo se sono positive, negative o nulle due di queste, trova se sono positive, negative o nulle tutte le altre. le varie coppie di informazioni da cui devi partire sono elencate qui sotto.
   (a) Riscaldamento isobaro
   (b) Riscaldamento isocoro
   (c) Riscaldamento adiabatico
4. *[O0010]* Calcola la velocità di un'onda su una corda fissata ai due estremi e lunga $l = 12\,m$, sapendo che la quinta frequenza di risonanza è $\nu_5 = 9\,Hz$?
5. *[E0005]* Quattro cariche elettriche si trovano ai vertici di un quadrato di lato $l = 2\,m$. tre di queste valgono $Q_+ = +8\,\mu C$ ed una $Q_- = -8\,\mu C$. Quanto vale il campo elettrico nel centro del quadrato? Quanto vale la forza che agirebbe su di una carica $q = 2\,\mu C$ posta nel centro del quadrato?

16.17 Compito in classe Classe 2°CAT; n°7

1. *[Q0005]* Una sbarra di ferro di massa $m = 1,5\,kg$, lunga $l_i = 3\,m$ alla temperatura $T_i = 600\,K$ viene immersa in una vasca riempita con una massa $m_{H_2O} = 100\,kg$ d'acqua alla temperatura $T_{H_2O} = 300\,K$. Di quanto si accorcia la sbarra?

2. *[QT0001]* In un contenitore di ferro chiuso ermeticamente, di massa $m_{Fe} = 1\,kg$, ci sono $m_{aria} = 3\,kg$ di aria. Se la temperatura iniziale del ferro è $T_{i-Fe} = 10\,°C$, e quella dell'aria è $T_{i-aria} = 30\,°C$, di quanto diminuirà la pressione nel contenitore una volta raggiunto l'equilibrio termico? Il calore specifico dell'aria a volume costante è $c_s = 0,72\,\frac{J}{kgK}$. [Per rispondere devi calcolare la quantità $x = \frac{P_f}{P_i}$ che ti dice, in percentuale, di quanto la pressione finale è differente da quella iniziale.]

3. *[T0012]* Un gas subisce una trasformazione termodinamica. Le variabili coinvolte in tale trasformazione sono sei: la variazione di pressione, la variazione di volume, la variazione di temperatura, la variazione di energia interna, il lavoro scambiato, il calore scambiato. Sapendo se sono positive, negative o nulle due di queste, trova se sono positive, negative o nulle tutte le altre. le varie coppie di informazioni da cui devi partire sono elencate qui sotto.

   (a) Espansione isobara

   (b) Espansione isoterma

   (c) Espansione adiabatica

4. *[O0005]* Quanto vale la terza frequenza di risonanza su di una corda, fissata ai due estremi, lunga $l = 6\,m$, sulla quale le onde viaggiano alla velocità $V = 50\,\frac{m}{s}$?

5. *[E0001]* Due sfere con carica elettrica $C = 10\,\mu C$ sono poste alla distanza $d = 30\,cm$. Calcolare la forza con la quale le sfere si respingono quando sono in quiete e quando si muovono parallelamente con velocità costante $V = 90000\,\frac{km}{s}$.

16.18 Compito in classe Classe 2°CAT; n°8

1. *[Q0007]* Un blocco di ferro solido di massa $m = 50\,kg$ si trova alla temperatura di fusione. Quanto calore devo fornire se voglio fondere una percentuale $p = 10\%$ del blocco di ferro?

2. *[Q0014]* Posso scaldare una sbarra di ferro della lunghezza $l_i = 50\,cm$ e che si trova alla temperatura $T_i = 350\,K$ per farla allungare fino alla lunghezza $l_f = 51\,cm$?

3. *[T0013]*

   (a) In quanti e quali modi un gas può scambiare energia con il mondo esterno?

   (b) Cos'è una trasformazione ciclica?

   (c) Cosa succede, dal punto di vista energetico, durante una trasformazione ciclica?

   (d) Perchè la società umana ha bisogno delle trasformazioni cicliche?

   (e) Cosa posso dire sul valore del rendimento di una trasformazione ciclica?

4. *[O0012]* Un raggio di luce passa dall'aria all'acqua con un angolo di incidenza $i = 45°$. L'indice di rifrazione dell'aria è $n_{aria} = 1,0003$, mentre quello dell'acqua è $n_{H_2O} = 1,33$. Con quale angolo di rifrazione il raggio entra nell'acqua?

5. *[CE0002]* Quanto vale la velocità con cui si muove un elettrone all'interno di un atomo di idrogeno?

16.19 Compito in classe Classe 2°CAT; n°9

1. *[Q0009]* Quanta energia mi serve per portare una massa $m = 5\,kg$ di ferro dalla temperatura $T_i = 2000\,°C$ alla temperatura $T_f = 4000\,°C$?

2. *[T0005]* Un gas compie un ciclo termodinamico formato da due isobare e due isocore. Il ciclo comincia con un'espansione isobara che parte dallo stato $A(3\,m^3; 8\,atm)$; successivamente abbiamo un raffreddamento isocoro; la compressione isobara inizia invece dallo stato $B(5\,m^3; 3\,atm)$; infine un riscaldamento isocoro. Quanto lavoro ha fatto il ciclo?

3. *[O0015]* Un raggio di luce verde ($\nu = 6 \cdot 10^{14}\,Hz$) attraversa perpendicolarmente una lastra di vetro con indice di rifrazione $n = 1,4$. Sapendo che la lastra di vetro è spessa $d = 3\,mm$, quante oscillazioni compie il raggio luminoso nell'attraversare tale lastra?

4. *[E0012]* Un elettrone si muove con un'energia $E = 3000\,eV$ perpendicolarmente al campo magnetico terrestre $B = 50\,\mu T$. Quanto vale la forza magnetica che subisce?

5. *[E0013]* Una lampadina di resistenza $R_1 = 48\,\Omega$ è montata in serie con una seconda resistenza R_2. Il circuito è alimentato con una batteria $\Delta V = 12\,Volt$. Quanto deve valere R_2 affinchè la potenza dissipata dalla lampadina sia $P_1 = 2\,W$?

16.20 Compito in classe Classe 2°CAT; n°10

1. *[Q0023]* Un oggetto di ferro alla temperatura iniziale $T_{i1} = 350\,K$ viene messo a contatto con un oggetto di rame alla temperatura iniziale $T_{i2} = 300\,K$. Quale temperatura di equilibrio raggiungeranno i due oggetti, sapendo che hanno la stessa massa?

2. *[T0019]* Quant'è la minima quantità di lavoro che bisogna utilizzare, con un ciclo di Carnot, per sottrarre $\delta Q_{ass} = 180\,J$ da un gas alla temperatura $T_b = -3°C$ in un ambiente alla temperatura $T_a = 27°C$.

3. *[O0016]* Costruisci l'immagine di un oggetto generata da una lente sferica divergente. Indica se l'immagine è dritta e se è reale.

4. *[E0015]* Due lampadine identiche $R = 120\,\Omega$ sono alimentate da un generatore di tensione $\Delta V = 12\,V$. Calcola la corrente che le attraversa nel caso siano montate in serie e nel caso siano montate in parallelo. In quale caso le lampadine risulteranno più luminose?

5. *[EQ0001]* Un riscaldatore elettrico è fatto da resistenza $R = 10\,\Omega$ alimentata da una differenza di potenziale costante $\Delta V = 24\,Volt$. Se immersa in una massa $m = 2\,kg$ di acqua, in quanto tempo la scalda di $\Delta T = 20\,K$? *[Comincia con il calcolare quanta energia deve essere data all'acqua e a disegnare il circuito del riscaldatore.]*

16.21 Compito in classe Classe 2°CAT; n°11

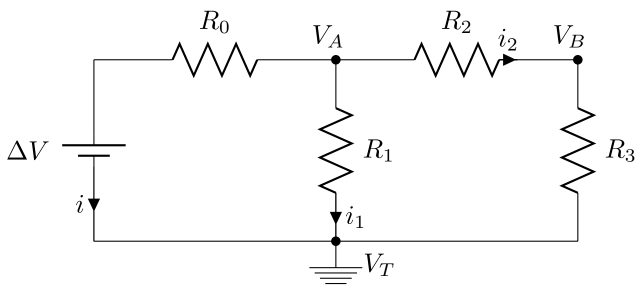
1. [Q0011] Quanta energia serve per far allungare di $\Delta l = 0,1\,mm$ una sbarra di alluminio di lunghezza $l_i = 200\,cm$ e massa $m = 0,5\,kg$?

2. [Q0025] Una stufa elettrica mantiene in una stanza una temperatura $T_{int} = 24\,°C$, mentre all'esterno la temperatura è $T_{ext} = 4\,°C$. Il calore si disperde attraverso una finestra di vetro ($\rho_{vetro} = 1\,\frac{W}{m\cdot K}$) rettangolare ($b = 1,5\,m$ e $h = 1,8\,m$) spessa $l = 3\,mm$. Il costo dell'energia è $C = 0,18\frac{€}{kWh}$; quanto costa riscaldare la stanza per un tempo $\Delta t = 3\,h$?

3. [T0020] Una massa $m = 560\,g$ di azoto gassoso ($PM = 28\,\frac{g}{mole}$) si trova alla temperatura iniziale $T_i = 270\,K$. Essa è contenuta in un cilindro metallico di sezione $S = 1000\,cm^2$ e di altezza $h = 1\,m$. A quale pressione si trova il gas? Se la temperatura aumenta di $\Delta T = 30\,°C$, a quale pressione arriva il gas?

4. [O0017] Un'asticella lunga $l = 150\,cm$, oscilla con un'estremo fisso l'altro libero. La velocità di un'onda nell'asticella è $V = 24\,\frac{m}{s}$. Calcola la terza frequenza di risonanza dell'asticella.

5. [E0017] Nel circuito in figura $R_0 = 4\,k\Omega$, $R_1 = 3\,k\Omega$, $R_2 = 4\,k\Omega$, $R_3 = 2\,k\Omega$, $\Delta V = 12\,V$, $V_T = 0\,V$. Calcola la resistenza totale R_{tot}, la corrente i in uscita dal generatore, il valore di tensione V_A nel punto A. Verificato che $V_A = 4\,V$, calcola poi le correnti i_1 e i_2 nei due rami senza il generatore, e il valore di tensione V_B nel punto B.



16.22 Compito in classe Classe 2°CAT; n°12

1. [Q0024] Un termometro a mercurio è costituito da una piccola ampolla che contiene mercurio. Da tale ampolla esce un tubicino di sezione $S = 0,2\,mm^2$. La quantità totale di mercurio nel termometro è $m = 30\,g$. Inizialmente il termometro si trova a $T_i = 20\,°C$. Il coefficiente di dilatazione termica volumetrico del mercurio è $\delta = 0,18\cdot 10^{-3}\,\frac{1}{K}$. Di quanti millimetri sale il livello del mercurio nel tubicino se in una giornata calda siamo a $T_f = 35\,°C$

2. [Q0026] Fornendo $\Delta Q = 3000\,kJ$ an un oggetto di piombo alla temperatura iniziale $T_i = 280\,K$, riesco a portarlo alla temperatura di fusione e fonderlo interamente. Quanta massa di piombo liquido mi trovo alla temperaturadi fusione?

3. [T0021] Un contenitore è separato da una sottile paratia in due volumi uguali nei quali sono contenuti due gas, rispettivamente alla pressione $P_{i_A} = 1,5\cdot 10^5\,Pa$ e $P_{i_B} = 3,3\cdot 10^5\,Pa$. Assumendo che il contenitore sia mantenuto a temperatura costante e che i due gas siano in quilibrio termico con il contenitore, quale pressione si avrà all'interno del contenitore dopo la rimozione della paratia di separazione?

4. [O0020] Rispondi alle seguenti domande.
   (a) Indica quale grandezza fisica dell'onda determina: il colore della luce visibile; la luminosità della luce visibile; il volume di un suono; la tonalità del suono?
   (b) Con un puntatore laser indico un punto su di un muro. Tutti nella stanza vedono quel punto. Sto parlando di un fenomeno di riflessione o di diffusione? Perchè?
   (c) Descrivi un fenomeno fisico in cui sia presente l'effetto Doppler.

5. [CE0001] Quanto vale il raggio della traiettoria circolare di un elettrone che entra perpendicolarmente in un campo magnetico $B = 10^{-6}\,T$ alla velocità $V = 90000\,\frac{m}{s}$?

16.23 Compito in classe Classe 1°AFM; n°1

1. *[I0011]* Disegna, e calcolane il valore, il vettore $\vec{F_3}$ che annulla la somma dei vettori $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ di valore rispettivamente $F_1 = 1,5\,kN$ e $F_2 = 800\,N$ posti perpendicolari tra loro.

2. *[C0005]* Un atleta sta correndo una gara sulla distanza $L = 10000\,m$ viaggiando a velocità costante $V = 5\,\frac{m}{s}$ Se ha già corso per un tempo $\Delta t = 8\,min$ quanto gli manca al traguardo?

3. *[L0023]* Un corpo di massa $m = 2\,kg$ si trova sulla cima di una collina; esso viaggia alla velocità iniziale $V_i = 10\,\frac{m}{s}$ ed ha un'energia potenziale gravitazionale $U_i = 1000\,J$. Dopo un certo tempo, frenato dalle forze d'attrito, arriva in fondo alla collina ad altezza $h_f = 0\,m$ raggiungendo una velocità finale $V_f = 20\,\frac{m}{s}$. Di quante volte è aumentata l'energia cinetica *(raddoppiata, triplicata, quadruplicata)*? Quanta energia si è trasformata in calore?

4. *[Q0020]*
   (a) Cos'è il calore? Cos'è la temperatura di un oggetto?
   (b) Come varia la temperatura di un corpo durante una transizione di fase?
   (c) Cosa succede alle molecole di una sostanza durante una transizione di fase?
   (d) Cosa può succedere ad una sostanza solida se le forniamo calore?

5. *[T0014]* Domande di teoria
   (a) In quanti e quali modi un gas può scambiare energia con l'esterno?
   (b) A cosa serve una trasformazione ciclica?
   (c) Perchè la società umana ne ha bisogno?
   (d) Elenca le strategie utili a risolvere i problemi energetici dell'umanità.
   (e) Quali variabili descrivono lo stato fisico di un gas? Quale formula le lega tra loro?

16.24 Compito in classe Classe 1°AFM; n°2

1. *[C0013]* Se mi muovo in avanti di $\Delta S_1 = 600\,m$, e poi a destra di $\Delta S_2 = 800\,m$, quanti metri ho percorso? Di quanti metri mi sono spostato rispetto al punto di partenza? Disegna i due spostamenti e lo spostamento totale.

2. *[C0022]* Due lepri si rincorrono rispettivamente alla velocità costante $V_1 = 5\,\frac{m}{s}$ e $V_2 = 3\,\frac{m}{s}$, e distano inizialmente $\Delta S = 12\,m$. Dopo quanto tempo il più veloce raggiunge il più lento?

3. *[D0027]* Una sbarra orizzontale è tenuta ferma da un chiodo nel suo centro. Sula lato sinistro, ad una distanza $b_1 = 18\,cm$ viene applicata una forza $F_1 = 30\,N$ verso il basso. Sul lato destro, ad una distanza $b_2 = 12\,cm$ viene applicata una forza F_2 verso il basso. Quanto vale la forza F_2 per tenere ferma la sbarra?

4. *[Q0021]* Due oggetti dello stesso materiale, di massa $m_1 = 5\,kg$ ed $m_2 = 15\,kg$, e con temperature $T_1 = 300\,°C$ e $T_2 = 500\,°C$, vengono messi a contatto. Senza fare calcoli, cosa puoi dire della temperatura che raggiungeranno? Perchè?

5. *[T0015]* Domande di teoria
   (a) Se scaldo una pentola chiusa con un coperchio, che tipo di trasformazione sta facendo il gas all'interno? Perchè?
   (b) Un subacqueo si immerge in apnea scendendo di $\Delta h = -30\,m$. Che tipo di trasformazione fa l'aria nei suoi polmoni? Percè?
   (c) Un ciclo termodinamico assorbe una quantità di calore $\Delta Q_{ass} = 500\,J$ ad alta temperatura, e produce lavoro con un rendimento $\eta = 20\,\%$. Quanto lavoro ha prodotto? Quanto calore cede a bassa temperatura?

16.25 Compito in classe Classe 1°AFM; n°3

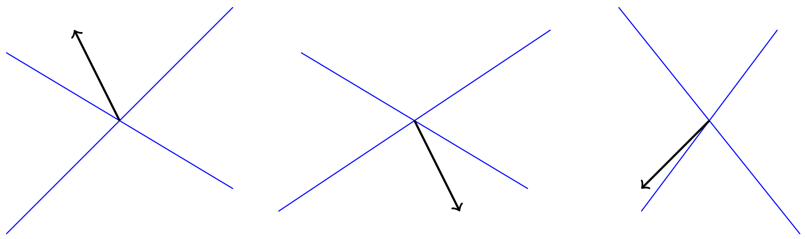
1. [I0002] Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ rispettivamente di moduli $a = 12$ e $b = 16$, disegnateli in modo tale che la loro somma sia un vettore $\vec{c}$ il cui modulo valga $c = 28$. Ripetete l'esercizio in modo tale che $c = 4$; $c = 10$; $c = 20$; $c = 24$.
2. [C0023] Un atleta deve correre una gara lunga $\Delta S_{tot} = 60\,m$. Partendo con una velocità iniziale $V_i = 4\,\frac{m}{s}$, ha già corso per un tempo $\Delta t = 3\,s$ con un'accelerazione costante $a = 0,5\,\frac{m}{s^2}$. Quanti metri mancano al traguardo?
3. [D0014] Se un oggetto di volume $V = 9\,cm^3$ galleggia sull'acqua immerso per i $\frac{2}{3}$ del suo volume, quanto vale la forza di Archimende che agisce su di lui? $[\rho_{acqua} = 1\,\frac{kg}{dm^3}]$
4. [Q0022]
   (a) Cosa succede se mettiamo due corpi, con temperatura differente, a contatto tra loro? Perchè?
   (b) Le molecole di un oggetto possono rimanere ferme?
   (c) Se fornisco energia ad un corpo e lo vedo fondere, come è stata utilizzata quell'energia?
   (d) Esiste un limite inferiore alla temperatura che può avere un oggetto? Quale?
5. [T0016] Domande di teoria
   (a) Una nebulosa nello spazio si comprime a causa della forza di gravità. Che tipo di trasformazione termodinamica fa? Perché?
   (b) Un frigorifero raffredda l'aria al suo interno. Che tipo di trasformazione termodinamica subisce tale aria? Perché?
   (c) Un ciclo termodinamico assorbe una quantità di calore $\Delta Q_{ass} = 500\,J$ ad alta temperatura, e produce $\Delta L = 200\,J$ di lavoro. Quanto vale il rendimento del ciclo? Quanto calore viene ceduto a bassa temperatura?

16.26 Compito in classe Classe 1°AFM; n°4

1. [ID0001] A due chiodi messi alla stessa altezza viene legata una corda. Al centro della corda viene appeso un oggetto. La corda assume quindi una forma a V. Sulla corda c'è una tensione $T = 1700\,N$; La componente orizzontale di tale forza vale $T_x = 1500\,N$. Quanto vale la massa dell'oggetto?
2. [C0007] Una persona percorre un tragitto lungo $\Delta S_a = 100\,m$ in un tempo $\Delta t_a = 20\,s$; successivamente si ferma per un intervallo di tempo $\Delta t_b = 10\,s$ e successivamente un tragitto $\Delta S_c = 50\,m$ in un tempo $\Delta t_c = 25\,s$. A quale velocità media ha viaggiato nel primo tratto ΔS_a? A quale velocità media ha viaggiato nel secondo tratto ΔS_c? A quale velocità media ha viaggiato complessivamente?
3. [D0015] Un ciclista di massa $m = 60\,kg$ corre in pianura alla velocità costante $V = 35\,\frac{km}{h}$. Se le forze d'attrito con l'aria hanno un valore $F_a = 500\,N$, quanto vale la forza in avanti che il ciclista fa spingendo sui pedali? Spiegane il perchè. Quanto vale l'accelerazione con la quale si muove la bicicletta?
4. [T0017] Domande di teoria
   (a) Del gas compresso esce *molto velocemente* da una bomboletta e si espande. Che tipo di trasformazione termodinamica subisce tale gas? Perché?
   (b) Del gas viene compresso *molto lentamente* dentro una bomboletta. Che tipo di trasformazione termodinamica subisce tale gas? Perché?
   (c) Un ciclo termodinamico cede una quantità di calore $\Delta Q_{ced} = 500\,J$ a bassa temperatura, e produce $\Delta L = 200\,J$ di lavoro. Quanto vale il rendimento del ciclo? Quanto calore viene assorbito ad alta temperatura?
5. [O0003] L'eco di un forte urlo viene percepito dalla persona che ha urlato dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 0,2\,s$. Sapendo che il suono in aria viaggia alla velocità $V_s = 344\,\frac{m}{s}$, quanto si trova distante la parete sulla quale il suono si è riflesso?

16.27 Compito in classe Classe 1°AFM; n°5

1. *[I0009]* Scomponi i seguenti vettori lungo le direzioni indicate



2. *[C0024]* Giorgio percorre $\Delta S_1 = 7\,hm$ e successivamente si muove per un tempo $\Delta t_1 = 3\,min$ viaggiando alla velocità $V_1 = 4\,\frac{m}{s}$. Marco percorre una distanza $\Delta S_2 = 0,6\,Miglia$ e successivamente si muove per un tempo $\Delta t_2 = 0,1\,h$ viaggiando alla velocità $V_2 = 2\,\frac{m}{s}$. Chi ha percorso più strada?

3. *[D0019]* Quanto vale la forza di gravità che agisce su di un oggetto di ferro ($\rho_{Fe} = 7,874\,\frac{kg}{dm^3}$) di volume $V = 5\,dm^3$?

4. *[Q0021a]* Due oggetti dello stesso materiale e di massa $m_1 = 5\,kg$ ed $m_2 = 15\,kg$, e che hanno rispettivamente temperatura $T_1 = 500\,°C$ e $T_2 = 300\,°C$, vengono messi a contatto. Senza fare calcoli, cosa puoi dire della temperatura che raggiungeranno?

5. *[O0013]* Rispondi alle seguenti domande:

   (a) Cos'è un'onda? Quali tipi di onde conosci?

   (b) Da cosa dipende la velocità di un'onda?

   (c) Elenca, spiegandone il significato, quali siano le grandezze fisiche con cui descriviamo un'onda.

16.28 Compito in classe Classe 1°AFM; n°6

1. *[I0003]* In un bicchiere vengono versati un volume $V_{H_2O} = 50\,cm^3$ di acqua ed un volume $V_a = 50\,cm^3$ di olio. L'acqua ha una densità $\rho_{H_2O} = 1\,\frac{kg}{dm^3}$ e l'olio ha una densità $\rho_o = 0,8\,\frac{g}{cm^3}$. Quanto volume di liquido si trova nel bicchiere? Quanta massa di liquido si trova nel bicchiere?

2. *[C0026]* Un oggetto viene lasciato cadere, partendo da fermo, in un pozzo, e ne tocca il fondo dopo un tempo $\Delta t = 2\,s$. Quanto è profondo il pozzo?

3. *[D0030]* Una trave orizzontale lunga $l = 2\,m$ è libera di ruotare attorno ad un perno fisso posto nella sua estremità sinistra. La trave viene tirata verso il basso da una forza $F_1 = 100\,N$ posta ad una distanza $b_1 = 30\,cm$ dal perno e da una forza $F_2 = 200\,N$ posta ad una distanza $c = 40\,cm$ dalla prima forza. Una forza F_3 viene poi applicata al fondo della trave per equilibrarla e non farla ruotare. Calcola la forza F_3.

4. *[Q0001]* Quanta energia mi serve per innalzare la temperatura di un oggetto di ferro di $\Delta T = 50\,K$ sapendo che ha una massa $m = 10\,kg$ e che si trova ad una temperatura $T_i = 300\,K$? Se la temperatura iniziale fosse stata $T_i = 1800\,K$ sarebbe servita più energia? *[rispondi indicando anche il perchè]*

5. *[O0014]* Domande di teoria:

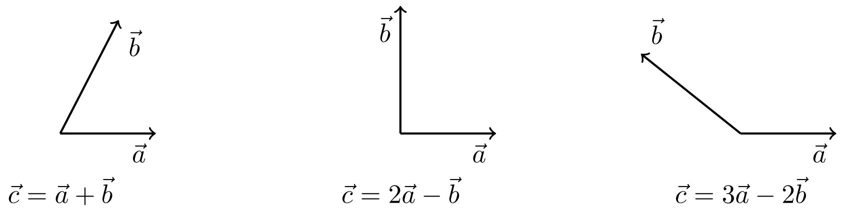
   (a) Quali fenomeni accadono quando un'onda passa da un materiale ad uno differente? Elencali e spiegali.

   (b) Perchè il suono non si può propagare nel vuoto?

   (c) Cosa vuol dire *vedere* un oggetto? Perchè al buio non vediamo niente? Perchè non vedo nulla delle cose che stanno dietro ad un muro?

16.29 Compito in classe Classe 1°AFM; n°7

1. *[I0007]* Esegui le operazioni indicate con i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$:



2. *[C0022a]* Due lepri, distanti tra loro $\Delta S = 12\,m$, corrono una verso l'altra con velocità costanti $V_1 = 5\,\frac{m}{s}$ e $V_2 = 3\,\frac{m}{s}$. Dopo quanto tempo si scontrano?

3. *[D0033]* Faccio più fatica a sorreggere un oggetto di ferro di densità $\rho_{Fe} = 7874\,\frac{kg}{m^3}$ e volume $V_{Fe} = 2\,dm^3$ o ad allungare una molla di costante elastica $k = 30\,\frac{N}{cm}$ dalla lunghezza $l_i = 10\,cm$ alla lunghezza $l_f = 15\,cm$?

4. *[Q0027]* Le temperature di fusione e di ebollizione del ferro sono: $T_{eb-Fe} = 3023\,K$; $T_{fus-Fe} = 1808\,K$. Indicate se le seguenti sostanze sono solide, liquide o gassose.

   - $10\,kg$ di ferro a $T = 1600\,K$; $20\,kg$ di ferro a $T = 1890\,°C$
   - $20\,kg$ di rame a $T = 1600\,°C$; $10\,kg$ di ferro a $T = 3023\,K$

5. *[O0019]* Rispondi alle seguenti domande:

   (a) Quali differenze ed analogie ci sono tra la luce visibile, i gaggi X con cui fai una lastra e le onde radio per le telecomunicazioni?

   (b) Perchè d'estate preferisco indossare vestiti bianchi e non neri?

   (c) Come mai d'estate in generale le temperature sono alte, mentre d'inverso in generale le temperature sono basse?

   (d) Qual'è la principale differenza tra la luce diffusa da un muro e la luce riflessa da uno specchio?

16.30 Compito in classe Classe 1°AFM; n°8

1. *[I0005]* Un cilindro graduato contiene un volume $V_i = 250\,cm^3$ di acqua. Dopo averci immerso un oggetto di rame di densità $\rho_{ogg} = 8,92\frac{kg}{dm^3}$, il cilindro segna un volume $V_f = 375\,cm^3$. Calcola volume e massa dell'oggetto.

2. *[C0028]* Su di un campo da calcio rettangolare di dimensioni $l = 100\,m$ e $h = 70\,m$, Marco e Luigi si muovono da un vertice del rettangolo a quello opposto. Marco si muove lungo il perimetro, mentre Luigi si muove lungo la diagonale del campo. Sapendo che Marco corre alla velocità $V_M = 6\,\frac{m}{s}$ e che Luigi corre più lento alla velocità $V_L = 5\,\frac{m}{s}$, chi arriva prima?

3. *[L0021]* Quanta energia devo dare ad un oggetto di massa $m = 2\,kg$ che si muove con velocità $V_i = 10\,\frac{m}{s}$ per fargli raddoppiare la velocità?

4. *[L0025]* Un oggetto cade da una certa altezza. Trascuriamo l'effetto dell'aria. Rispondi alle seguenti domande:

   - Come variano l'energia potenziale gravitazionale e l'energia cinetica dell'oggetto? Come varia l'energia totale dell'oggetto?

   Consideriamo adesso il caso della presenza dell'aria.

   - In che modo la forza di attrito interviene sulle trasformazioni energetiche del fenomeno in questione? Vale ancora la legge di conservazione dell'energia totale?

5. *[O0020]* Rispondi alle seguenti domande.

   (a) Indica quale grandezza fisica dell'onda determina: il colore della luce visibile; la luminosità della luce visibile; il volume di un suono; la tonalità del suono?

   (b) Con un puntatore laser indico un punto su di un muro. Tutti nella stanza vedono quel punto. Sto parlando di un fenomeno di riflessione o di diffusione? Perchè?

   (c) Descrivi un fenomeno fisico in cui sia presente l'effetto Doppler.

Indice

1 Prospetto degli esercizi **2**
1.1 Riassuntivo esercizi 2

2 Tabelle, costanti fisiche, mappe concettuali **12**
2.1 Cinematica 12
2.2 Dinamica 12
2.3 Energia e potenza 13
2.4 Calorimetria 13
2.5 Dinamica dei fluidi 13
2.6 Le costanti fisiche più comuni 13
2.7 Proprietá fisiche dei materiali 15

3 Generalità: soluzioni **16**

4 Cinematica: soluzioni **29**

5 Dinamica: soluzioni **49**

6 Leggi di conservazione: soluzioni **81**

7 Fluidodinamica: soluzioni **105**

8 Calorimetria: soluzioni **116**

9 Termodinamica: soluzioni **137**

10 Fenimeni ondulatori: soluzioni **171**

11 Elettromagnetismo: soluzioni **189**

12 Relatività: soluzioni **213**

13 Meccanica quantistica: soluzioni **215**

14 Esperienze di laboratorio **220**

15 Studio di una molla **221**
15.1 Misura della costante elastica . . . 221
15.1.1 Metodo degli allungamenti . . . 221
15.1.2 Metodo dell'oscillazione . . . 221
15.1.3 Conclusioni . . . 222

16 Compiti in classe **223**
16.1 Compito in classe Classe 1°CAT; n°1 . . . 223
16.2 Compito in classe Classe 1°CAT; n°2 . . . 223
16.3 Compito in classe Classe 1°CAT; n°3 . . . 224
16.4 Compito in classe Classe 1°CAT; n°4 . . . 224
16.5 Compito in classe Classe 1°CAT; n°5 . . . 225
16.6 Compito in classe Classe 1°CAT; n°6 . . . 225
16.7 Compito in classe Classe 1°CAT; n°7 . . . 226
16.8 Compito in classe Classe 1°CAT; n°8 . . . 226
16.9 Compito in classe Classe 1°CAT; n°9 . . . 227
16.10 Compito in classe Classe 1°CAT; n°10 . . . 227
16.11 Compito in classe Classe 2°CAT; n°1 . . . 228
16.12 Compito in classe Classe 2°CAT; n°2 . . . 228
16.13 Compito in classe Classe 2°CAT; n°3 . . . 229
16.14 Compito in classe Classe 2°CAT; n°4 . . . 229
16.15 Compito in classe Classe 2°CAT; n°5 . . . 230
16.16 Compito in classe Classe 2°CAT; n°6 . . . 230
16.17 Compito in classe Classe 2°CAT; n°7 . . . 231
16.18 Compito in classe Classe 2°CAT; n°8 . . . 231
16.19 Compito in classe Classe 2°CAT; n°9 . . . 232
16.20 Compito in classe Classe 2°CAT; n°10 . . . 232
16.21 Compito in classe Classe 2°CAT; n°11 . . . 233
16.22 Compito in classe Classe 2°CAT; n°12 . . . 233

16.23 Compito in classe Classe 1° AFM; n°1 234
16.24 Compito in classe Classe 1° AFM; n°2 234
16.25 Compito in classe Classe 1° AFM; n°3 235
16.26 Compito in classe Classe 1° AFM; n°4 235
16.27 Compito in classe Classe 1° AFM; n°5 236
16.28 Compito in classe Classe 1° AFM; n°6 236
16.29 Compito in classe Classe 1° AFM; n°7 237
16.30 Compito in classe Classe 1° AFM; n°8 237